San Luis Potosí
Un Gobierno para Todos
GOBIERNO DEL ESTADO 2009-2015

Secretaría
de Educación
de Gobierno del Estado

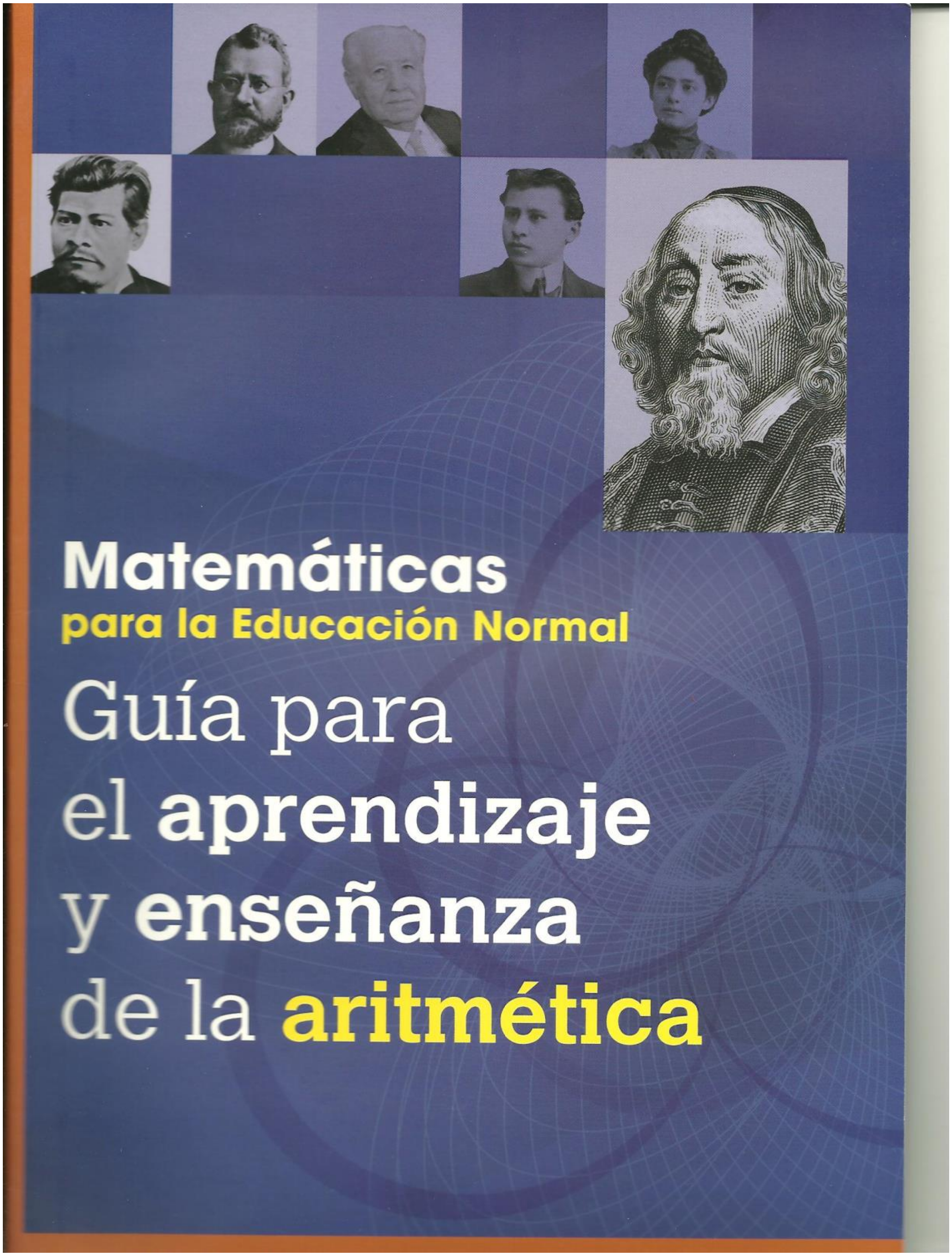
SECRETARÍA DE EDUCACIÓN DE GOBIERNO DEL ESTADO
CENTRO REGIONAL DE EDUCACIÓN NORMAL
PROFRA. AMINA MADERA LAUTERIO
CEDRAL, S.L.P.

Aritmética:
su aprendizaje y enseñanza

ANTOLOGÍA

Primer semestre
Licenciatura en Educación Primaria
Plan de estudios 2012

PROFR. ORLANDO BRAVO HINOJOZA



Matemáticas
para la Educación Normal

Guía para el aprendizaje y enseñanza de la aritmética

Parte I

La enseñanza de las matemáticas: el papel del análisis de videos y de los libros de texto

Los 11 volúmenes que conforman la serie *Matemáticas para la Educación Normal* fueron diseñados para que los alumnos aprendan a aprender matemáticas y desarrollen habilidades para extender sus conocimientos por sí mismos. Para la consecución de ese ambicioso propósito, se adoptó la resolución de problemas como un método para que los alumnos desarrollen su pensamiento matemático y cultiven habilidades para comunicar ideas matemáticas. Los videos a los que se hace referencia, proporcionan ejemplos de lo que consideramos un apropiado e innovador acercamiento a la enseñanza de las matemáticas.

¿Qué es el Estudio de Clases?

El Estudio de Clases es un método que se aplica en el trabajo colaborativo entre maestros que se reúnen para planear, poner en práctica y observar críticamente el proceso de enseñanza-aprendizaje en el aula. Dicho sucintamente, el Estudio de Clases es un estudio sistemático para mejorar la práctica docente y la calidad de los aprendizajes de los alumnos. En el proceso de planear una clase, los maestros determinan el propósito que en ella se quiere lograr mediante un análisis profundo del contenido de enseñanza, enfocándose de manera especial en lo que se pretende que aprendan los alumnos. En la implementación de la clase los maestros siguen estrictamente el plan que se diseñó y los observadores analizan lo que ocurre en la clase en el marco de los propósitos de aprendizaje que se determinaron. Después de la clase los maestros discuten con detalle las observaciones que se hicieron, realizan los ajustes correspondientes y lo sujetan a nuevas sesiones de observación hasta lograr que los alumnos muestren que han alcanzado de forma satisfactoria los propósitos de aprendizaje que se plantearon.

El Estudio de Clases se propone mejorar la enseñanza por medio de la innovación, no se centra en la crítica del desempeño del maestro porque el plan de clase fue elaborado colegiadamente, no por un solo maestro. Aún siendo errónea la conducción del proceso de enseñanza por parte del maestro, lo prioritario es lograr el propósito de aprendizaje, si éste no se alcanzó, lo conducente es revisar de forma minuciosa el plan de clase, buscar alternativas y, colegiadamente, hacer los ajustes del caso. En el Estudio de Clases se asume la premisa de que el conocimiento profesional de los maestros se enriquecerá si tienen la disposición para reunirse y discutir cómo generar mejores alternativas para lograr un propósito compartido.

En el Estudio de Clases tiene lugar un proceso de evaluación, pero no se centra en el desempeño del maestro que impartió una clase que fue observada, se enfoca en el logro del propósito de aprendizaje de la clase y el plan para llevarla a cabo en el aula. En este sentido, la evaluación tiene como finalidad mejorar el conocimiento profesional de los maestros y obtener óptimos aprendizajes de los alumnos. El concepto de Estudio de Clases sería sensiblemente distorsionado si se entendiera como un instrumento para evaluar el desempeño del maestro.

Para preparar las sesiones del Estudio de Clases se invita a un destacado educador para que exponga los aspectos teóricos; su exposición se dirige a docentes en servicio, a futuros profesores y a sus maestros con la finalidad de construir colegiadamente un marco conceptual que oriente las siguientes fases del Estudio de Clases. Los participantes ponen en juego lo mejor de su conocimiento profesional para formular preguntas orientadas a la definición de los propósitos de la clase y las estrategias de enseñanza para lograrlos. El conocimiento básico que se requiere para participar en esas reuniones, está contenido en la parte IV de este volumen.

● Actividades

Observa y discute el video *Planificación de las Clases*, Profesor Takao Seiyama, Segundo Grado.
www.dgespe.sep.gob.mx/sites/default/files/tc/capsula_JICA.zip

1. **Observa el video del minuto 11:53 al 13:34. Toma nota de lo que está escrito en el pizarrón y discute su contenido con tus compañeros.**
2. **Observa el video del minuto 13:34 al 15:03. El profesor Seiyama usó la expresión "las matemáticas son la ciencia de los patrones". Discute con tus compañeros qué es lo que quiso decir con esa expresión.**

3. **Observa el video del minuto 15:03 al 16:46. El profesor Hosomizu cruzó sus manos refiriéndose a algo (15:38). ¿Qué es lo que quería explicar con ese gesto?**
4. **Observa el video del minuto 16:07 al 16:34. El profesor Seiyama describió la secuencia de enseñanza que había diseñado y los aprendizajes que espera que logren sus alumnos. Con base en esa descripción explica su plan de enseñanza y el propósito de la clase empleando tus propias palabras.**
5. **Al inicio del video algunos niños se expresaron acerca del profesor Seiyama. ¿Por qué los alumnos quieren a su profesor? ¿Puedes explicar su respuesta a partir de la forma en que él prepara la clase?**

Reflexiones adicionales

El profesor Seiyama está planeando una clase cuyo propósito es que los alumnos encuentren las reglas ocultas en la realización de ciertas operaciones (regularidades). En la secuencia de enseñanza está considerando los casos cuando la diferencia es 1, 2, 3… Él considera que su plan de clase será exitoso si los alumnos pueden explicar lo que ocurrirá cuando la diferencia es 9 y está ansioso por realizar la clase y probar sus hipótesis. Cuando el profesor Seiyama explicaba lo anterior, el profesor Hosomizu cruzó sus manos. Con ese movimiento sugirió lo que harían los niños cuando intenten encontrar el patrón.

Actividades

Ubica la sección del video titulada: "Seguimiento de clase/ Observación".

1. **Observa el video del minuto 16:49 al 17:37. Identifica la manera en que el profesor Seiyama presenta el problema (17:27) y explica su intención y el propósito de su actividad de enseñanza.**
2. **Observa el video del minuto 17:38 al 18:08. El profesor empezó la clase con el caso donde la diferencia es 3. ¿Así lo planeó originalmente? Explica por qué empezó con este caso considerando lo que se muestra en el minuto 18:00.**
3. **Observa el video del minuto 18:08 al 19:01. En el minuto 18:34 un niño dijo: "Señor Seiyama, hay algo mal en las respuestas". ¿Por qué dijo ese niño "hay algo mal en las respuestas" y muchos de sus compañeros estaban de acuerdo con él?**
4. **Observa el video del minuto 19:01 al 19:40. Después del caso donde la diferencia es 5, un niño dijo: "si... en el caso donde la diferencia es 1" (20:14). ¿En qué se basó para decir eso?**
5. **Al inicio del video los niños se expresaron acerca del profesor Seiyama. ¿Por qué quieren a su profesor? ¿Por qué les gusta la clase de matemáticas? ¿Puedes explicar su respuesta a partir de lo que has observado de la clase hasta ahora?**

Reflexiones adicionales

El profesor Seiyama cambió su secuencia original para iniciar con el caso donde la diferencia es 3. No esperaba que los niños reordenarían las respuestas que daban, que eso les ayudaría a encontrar el patrón y que desarrollarían por sí mismos otros ejemplos. ¿Por qué pudieron hacer eso los niños? Puedes encontrar una respuesta plausible al estudiar posteriormente la parte IV de este libro donde se analizan las lecciones sobre la resta.

Con base en lo que el profesor Hosomizu expresó al cruzar sus manos, el profesor Seiyama comprendió que el orden es la clave para encontrar el patrón. Al observar el video se puede constatar que los niños se dieron cuenta que ordenar los casos es importante para encontrar el patrón.

Otro aspecto que es importante considerar es que los niños disfrutaron la clase y valoraron el esfuerzo de su profesor para conducirlos en el mundo de las matemáticas. Esto muestra algo que es obvio, pero que con frecuencia se olvida: el primer paso para que los alumnos disfruten en la clase de matemáticas es que entiendan lo que están haciendo.

Actividades

Ubica en el video la sección: "Evaluación y reflexión sobre la clase".

1. **Observa el video del minuto 20:14 al 22:30. Discute con tus compañeros y tu profesor cuál es la dificultad que presentan las actividades que se emplearon en la clase y por qué es mejor iniciar con el caso donde la diferencia es 3, que cuando la diferencia es 1.**
2. **Observa el video del minuto 22:30 al 23:26. El profesor Tsubota hizo importantes observaciones acerca del propósito de aprendizaje. ¿Cuál fue el propósito de aprendizaje que propuso el profesor Tsubota?**
3. **Al inicio del video los niños se expresaron acerca del profesor Seiyama. ¿Por qué quieren a su profesor? ¿Por qué les gusta la clase de matemáticas? ¿Puedes explicar su respuesta a partir de lo que has observado de la clase hasta ahora?**

Reflexiones adicionales

En la discusión de la clase hubo dos intervenciones que destacaron. La primera fue la del profesor Hosomizu, él estuvo de acuerdo con el propósito planteado por el profesor Seiyama, pero argumentó que debió empezar con el caso donde la diferencia es 1 porque es más sencillo. El profesor Seiyama contraargumentó explicando que, aún siendo más difícil, el caso donde la diferencia es 3 es mejor para iniciar, porque condujo a los niños a ordenar las operaciones, aspecto que les ayudó a identificar el patrón. Por consiguiente, consideró que los casos donde la diferencia es 1 o 2 no son los más apropiados.

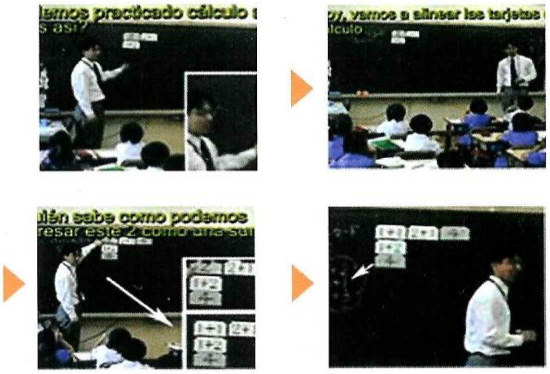
La segunda intervención estuvo a cargo del profesor Tsubota, quien fue más crítico. Él no estaba de acuerdo con la forma en que el profesor Seiyama condujo la actividad para lograr el propósito de la clase. Argumentó que ésta fue exitosa porque los niños ya sabían de la importancia de ordenar los casos, eso lo aprendieron en el primer grado. Recomendó al profesor Seiyama que si el propósito es que todos los niños encontraran el patrón, debió problematizar la situación de manera que los alumnos aprendan cómo encontrarlo, no a que lo logren porque eventualmente uno de ellos observó que las operaciones estaban desordenadas. Indicó que si hubiera iniciado con el caso donde la diferencia es 5, el profesor podría decir al grupo que escogería a cinco alumnos al azar para que escribieran cada uno una respuesta en el pizarrón, que así sería muy probable que las respuestas estuvieran en desorden, e incluso que algunas se repitieran. Esto induciría en los niños la necesidad de ordenar las operaciones y observar la "regla oculta" que trataban de encontrar: "si agregas 1 al minuendo y al sustraendo la diferencia no cambia". Ésta es una propiedad importante de la resta.

Volviendo al asunto del porqué les gusta a los niños la forma en que enseña el profesor Seiyama, una respuesta plausible es porque él acude a lo que los niños han aprendido previamente y esto les permite aplicar lo que saben para entender las ideas nuevas. Entender siempre es estimulante.

¿Por qué los niños pudieron decir "hay algo que está mal"? El potencial de un libro de texto bien secuenciado

El desarrollo de esta sección se orientará por la siguiente pregunta: *¿por qué el profesor Seiyama pensaba que los niños encontrarían el patrón?*

1. Un año antes, cuando esos niños estaban en primer grado, el profesor Seiyama trabajó con ellos jugando con las "tarjetas de la suma". Cada tarjeta tiene en una cara una suma y en la otra, el resultado.



En esa clase se dio un interesante intercambio de preguntas y respuestas entre el profesor y los niños. Al final de esta secuencia de enseñanza los niños contestaron: "detrás del 4 está 2 + 2, 3 + 1 y 1 + 3", en ese orden, "1 + 3" al último. ¿Podemos decir que los niños estaban considerando el orden en ese momento?

2. El profesor Seiyama preguntó a los niños cuál de las respuestas "2 + 2", "3 + 1" o "1 + 3" debería ir primero en la tarjeta "4". Entonces, los niños comenzaron a reconocer que hay un orden en las tarjetas y explicaron por qué "1 + 3" debería ir primero en la tarjeta del "4". Encontraron esto observando verticalmente el arreglo y explicaron que primero deben ir las respuestas donde los sumandos empiezan con "1", después con "2" y finalmente los que empiezan con "3". Posteriormente les pidió que encontraran otras maneras para explicar usando el arreglo "1 + 1", "1 + 2" y "2 + 1" que tenían en el pizarrón. Entonces ellos usaron los términos "horizontalmente" y "simétricamente".

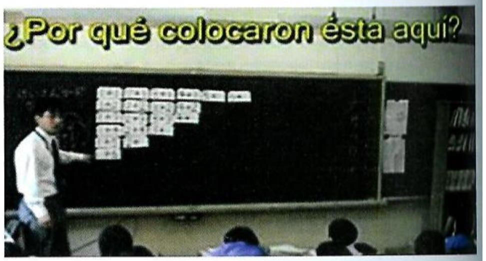
3. La clase continuó con preguntas y respuestas similares hasta llegar al caso de la tarjeta con el "6": "1 + 5", "2 + 4", "3 + 3" y "4 + 2"; sin embargo, les faltaba la tarjeta con "5 + 1". Entonces, el profesor Seiyama les preguntó por qué no habían incluido la tarjeta "5 + 1".

● Actividades

Explica cómo pudo haber sido la explicación que dieron los niños para responder esa última pregunta.

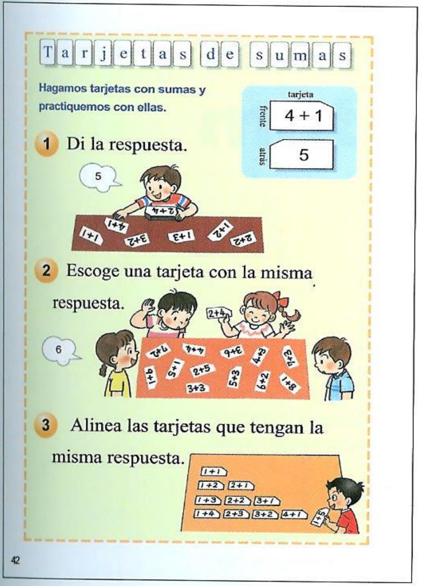
Reflexiones adicionales

En esta clase los niños no intentaron ordenar las tarjetas, ellos sólo contestaron que para la tarjeta con el "4" las sumas eran "2 + 2", "3 + 1" y "1 + 3". Debido a la secuencia de preguntas que les hizo el profesor, los niños fueron identificando el orden de las tarjetas con la ayuda de los patrones que observaban en el pizarrón. Las tres formas de explicación que ellos formularon están relacionadas con los patrones verticales, horizontales y diagonales que se observan en la imagen. Los niños relacionaron el arreglo diagonal con simetría y expresaron que todos los arreglos presentan una bella estructura. El profesor Seiyama les dio tarjetas en blanco después de que reconocieron el patrón. Usando estas tarjetas pudieron explicar la estructura siguiendo los patrones que visualizaban. Los niños mostraron que habían entendido cómo extender los patrones, pero no el orden. En términos del Estudio de Clases, la atención estaba enfocada en cómo inducir la idea de orden mediante el arreglo de las tarjetas.



El video nos permite afirmar que el profesor Seiyama logró que los alumnos apreciaran la belleza del patrón y que razonaran para encontrarlo mediante un arreglo ordenado de las tarjetas. Vale la pena destacar que los hallazgos del profesor Seiyama fueron incorporados en los libros de texto, esto se muestra en las figuras 1, 2 y 3 (pág. 42, Tomo I y págs. 88 y 89,Tomo II, Vol.1 de *Matemáticas para la Educación Normal*). El profesor Seiyama pronosticó que si los alumnos usan esos libros de texto, seguramente aprenderán a arreglar las tarjetas para encontrar la propiedad de la resta que podemos enunciar de manera general como sigue: $a - b = a + c - (b + c)$, donde a, b y c son números enteros.

Esta generalización es la conclusión a la que puede llegarse al identificar el patrón que propusieron los niños en esas lecciones. Con esta finalidad, en el libro de primer grado (Tomo I) se dedican cuatro lecciones para que los alumnos trabajen con tarjetas y aprendan las ventajas de ordenarlas, en el segundo grado (Tomo II) se dedica una lección que culmina con la propiedad antes mencionada para el caso particular $a - b = a + 1 - (b + 1)$. El profesor Seiyama construyó la secuencia de las preguntas que se incluyen en esas lecciones con el apoyo de las observaciones generadas durante el Estudio de Clases y los ajustes que hizo a su plan de clase con base en ellas. Considerando lo antes expuesto, podemos afirmar que el tipo de trabajo en el aula que se realizó previamente es la principal razón por la cual los niños fueron capaces de identificar el patrón que se buscaba.



Tarjetas de sumas

Hagamos tarjetas con sumas y practiquemos con ellas.

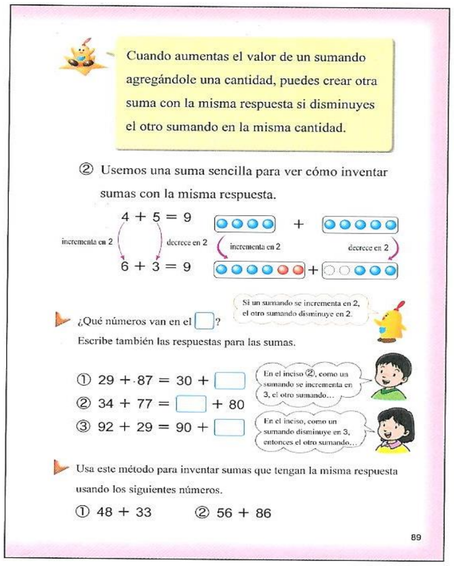
1 Di la respuesta.

2 Escoge una tarjeta con la misma respuesta.

3 Alinea las tarjetas que tengan la misma respuesta.

42

Fig. 1



Cuando aumentas el valor de un sumando agregándole una cantidad, puedes crear otra suma con la misma respuesta si disminuyes el otro sumando en la misma cantidad.

② Usemos una suma sencilla para ver cómo inventar sumas con la misma respuesta.

$4 + 5 = 9$

$6 + 3 = 9$

¿Qué números van en el □?

Escribe también las respuestas para las sumas.

① $29 + 87 = 30 + \square$

② $34 + 77 = \square + 80$

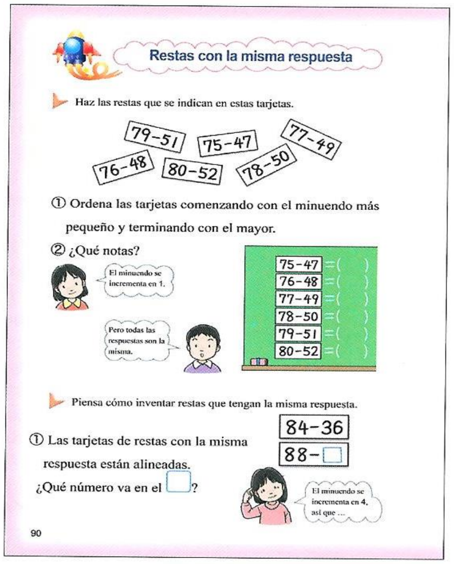
③ $92 + 29 = 90 + \square$

Usa este método para inventar sumas que tengan la misma respuesta usando los siguientes números.

① $48 + 33$ ② $56 + 86$

89

Fig. 2



Restas con la misma respuesta

Haz las restas que se indican en estas tarjetas.

① Ordena las tarjetas comenzando con el minuendo más pequeño y terminando con el mayor.

② ¿Qué notas?

Piensa cómo inventar restas que tengan la misma respuesta.

① Las tarjetas de restas con la misma respuesta están alineadas.
¿Qué número va en el □?

90

Fig. 3

El 3: primer número natural para analizar

Reflexiones adicionales

A las representaciones figuradas como las de esta página se les llama **representaciones icónicas.**

Numeral: símbolo o grupo de símbolos que representan a un número.

A la cantidad de objetos de una colección se le denomina **cardinalidad** de la colección.

Correspondencia uno a uno:

Fig. 2

En las páginas 1 a 31 del Tomo I de *Matemáticas para la Educación Normal*, se plantea el inicio del proceso de construcción de la noción de número y sus operaciones, incluido el cero.[1]

En la página que los alumnos observan (*Fig. 1*) se muestra en el plano superior los materiales que ilustran cuatro formas distintas de hacer referencia al mismo concepto: el número 3.

Las dos primeras imágenes (de izquierda a derecha) son representaciones de colecciones con igual cantidad de objetos: flores en el primer caso y cuadrados en el segundo. Las dos últimas muestran el numeral que denota al número y su nombre en el lenguaje natural.

Al observar de izquierda a derecha se destaca un proceso de abstracción: de lo concreto de las flores al símbolo 3, de ahí a la palabra tres. Las tres representaciones expresan la cualidad que hace equivalentes a los conjuntos de las primeras dos imágenes: *ambos constan de tres elementos.*

En las dos actividades del final de la página se espera que los alumnos escriban el numeral correspondiente y que cuenten para hacerlo.

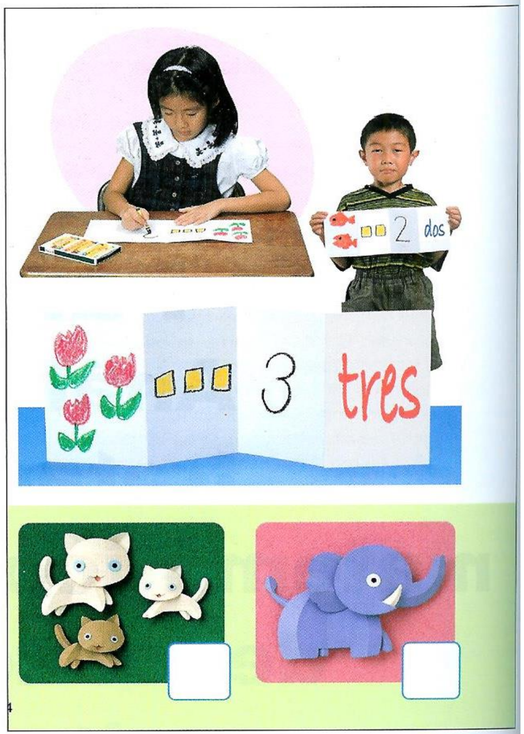


Fig. 1

Con base en el contexto también puede bastar con que comparen la representación icónica del cuadro de la izquierda con las dos primeras del acordeón.

La comparación a la que se hace referencia puede materializarse mediante el establecimiento de una correspondencia, en donde a cada gato se le asocia con una única flor y de forma recíproca, a cada flor se le hace corresponder un único gato.

La *Fig. 2* ilustra una correspondencia de esta clase.

---

[1] Los números naturales son {1, 2, 3, 4…}. El cero no se considera número natural. El cero es un número entero. Los números enteros son: {…-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3…}

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué ventajas didácticas ofrece el hecho de iniciar el estudio de los números a partir del 3 y no a partir del 1? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
2. ¿Por qué es importante el uso de ilustraciones icónicas en la enseñanza de las matemáticas del primer grado de la escuela primaria? Argumenta tu respuesta tan ampliamente como te sea posible.
3. ¿Qué tan relevante o irrelevante es el hecho de que se enseñe a los alumnos de primer grado cómo "dibujar" los caracteres numéricos?
4. Al analizar el desarrollo de la lección que se presenta en la página 14 podemos afirmar que al mismo tiempo de introducir la noción del número 3, también se está introduciendo la noción de suma. ¿En qué se sustenta esta afirmación? Discute con tus compañeros tu respuesta.

Primeras nociones sobre la suma y la resta

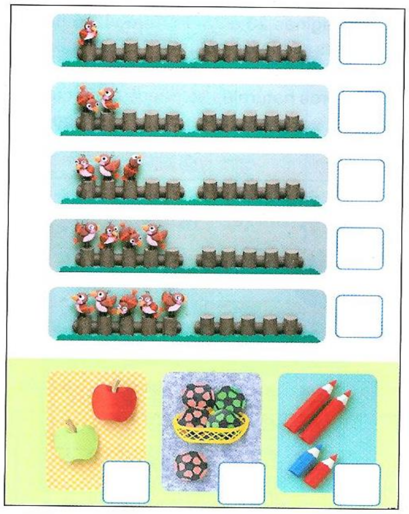


Fig. 1

En la página 15 del Tomo I, la presentación de contenidos se hace principalmente a través de imágenes (*Fig. 1*), las cuales pueden admitir más de una lectura, por ejemplo, la de los pajaritos de esta página. Los pajaritos se ubican en un espacio formado por dos conjuntos de 5 troncos iguales uniformemente espaciados, en total 10 troncos.

Al "leer" las ilustraciones de arriba hacia abajo se observa la secuencia 1, 2, 3, 4 y 5. Mediante las imágenes se pide a los alumnos que registren sus respuestas en los cuadros en blanco. Pero también pueden mirar invirtiendo el recorrido (5, 4, 3, 2 y 1) para completar los troncos vacíos y notar, de abajo hacia arriba, que faltan 5, 6, 7, 8 y 9 pajaritos. Estas imágenes inducen dos procedimientos fundamentales asociados al número: *agregar y completar*, que son antecedentes no formales para las operaciones de suma y resta.

Otra característica importante de la presentación gráfica del contenido es que los conjuntos no son del todo homogéneos, presentan cualidades que permiten distinguir sus elementos, por ejemplo:

- Hay manzanas, pero una es roja y otra verde (sugiere 2 = 1 + 1).
- Hay cinco pelotas, tres rosas y dos verdes (sugiere 5 = 3 + 2).
- Hay cuatro lápices, tres rojos y uno azul (sugiere 4 = 3 + 1).
- En cada imagen de troncos y pajaritos hay troncos con y sin pajaritos (sugiere 5 = 5 + 0; 4 = 4 + 0, etc.).

Mediante estas imágenes se induce la noción de que los números se pueden componer y descomponer de distintas maneras a través de procedimientos que les son inherentes: *las operaciones de suma y resta.*

Estas situaciones, sean objeto de consideración o no en la clase, plantean la percepción de totales y partes que los forman, sugieren que los números no son monolíticos, que se pueden descomponer en muchas formas.

Estas percepciones son necesarias para la construcción de la noción de número y que el número conlleva en sí mismo las operaciones aritméticas.

¿Podemos asegurar que el niño o la niña *cuentan* para llenar los espacios en blanco? Posiblemente no, ellos han trabajado antes con números asociados a colecciones figuradas de objetos, conocen la colección del 2, la del 5, etc. Entonces, la importancia de la secuencia de los pajaritos radica en que introduce al niño en el "arte de contar", de agregar y completar, que podemos construir un número a partir de otros. Esto permite introducir las nociones no formales de suma y resta sin necesidad de disponer de dos números, basta con uno que pueda descomponerse, como el 3.

Reflexiones adicionales

En la imagen los trocos son homogéneos, están igualmente espaciados y alineados.

Esto evoca un orden que más tarde se retomará acudiendo a la recta numérica.

La secuencia se forma cuando se agrega una unidad al número anterior.

En el conjunto de los números naturales para todo número natural N el que le sigue es $N + 1$ y se llama el **sucesor** de N. Y de N se dice que es el **antecesor** de $N+1$.

El conjunto o los conjuntos son colecciones de cosas y cada una de ellas es un **elemento del conjunto.**

Las partes forman un todo:

Contar una colección de objetos es algo más que establecer una correspondencia uno a uno entre una secuencia inicial de los números naturales y los elementos de la colección.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuál es la intención didáctica de presentar los 10 troncos de la *Fig. 1* en esta página distribuidos en dos grupos de 5 troncos? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
2. ¿Cuáles son las ventajas didácticas que ofrece el hecho de usar colecciones no homogéneas en esta lección?
3. ¿Cuáles serían las limitaciones didácticas si sólo se emplearan colecciones homogéneas?

Orden en los números naturales

Reflexiones adicionales

Si a y b representan números naturales, entonces a es mayor que b si existe un número natural c diferente de cero tal que $a = b + c$

El hecho observado con el viaje del pollito es de mucha importancia en el aspecto didáctico, es la forma en que se generan los números:

Dado un número natural N, el que le sigue es $N + 1$ y el que le sigue a este último es $(N + 1) + 1$ y así sucesivamente…

En las páginas 23 a 25 del Tomo I, se destaca que los números naturales son un *conjunto ordenado*, es decir, para cualquier pareja de números naturales se puede decir cuál es el mayor y cuál es el menor, o si son iguales.

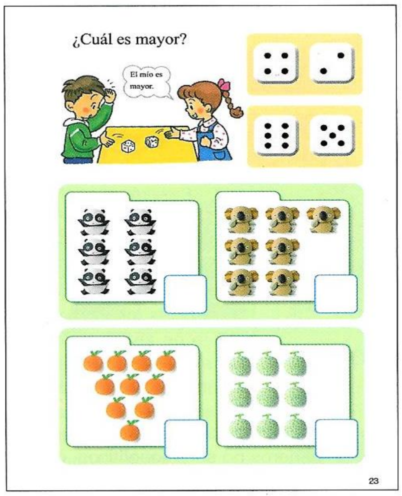


Fig. 1

El orden es una cualidad intrínseca de los números naturales, aspecto que los alumnos deben aprender.

En la página se pide al alumno que realice cuatro comparaciones (*Fig. 1*). Éstas, en términos de los antecedentes de la lección, se resuelven comparando las imágenes de los conjuntos que acompañan al par de números que se muestran en cada caso.

La comparación es facilitada por la geometría de los arreglos de los objetos, es decir, no es estrictamente necesario hacer una comparación uno a uno, sino una de carácter global, visualizando arreglos similares. Sin embargo, para romper el estereotipo, en el último caso los arreglos no son geométricamente similares, dando lugar a que el alumno cambie su estrategia para responder a la pregunta, una de ellas es *que cuente*.

En las páginas siguientes (*Fig. 2*) se generaliza la noción de orden para los primeros 10 números naturales y el cero. Esta generalización se apoya con la imagen del pollito que sube por las columnas, de una columna a la siguiente, la diferencia es de un escalón (un bloque), situación que da lugar al orden entre los números que se deberán escribir en los cuadros en blanco.

La secuencia ordenada de los primeros 11 números es útil, entre otras cosas, seguir ese orden permite encontrar figuras ocultas (la columna asociada al cero).

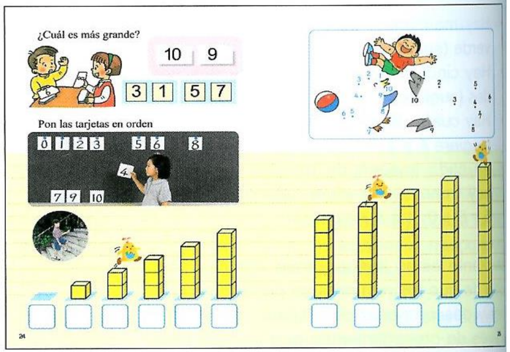


Fig. 2

Enlace: En la siguiente dirección web puedes conocer sobre: El orden en los números naturales: *http://i-matematicas.com/blog/2009/09/27/orden-en-los-numeros-naturales*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué ventajas didácticas presenta el hecho de que los alumnos conozcan y apliquen apropiadamente e orden de los números naturales? Discute tu respuesta con tus compañeros.
2. ¿Qué ventajas didácticas ofrece el hecho de emplear colecciones de objetos en actividades donde lo alumnos tienen que comparar cantidades? Justifica tu respuesta.
3. ¿Qué ventajas didácticas ofrece el hecho de que los alumnos sepan que una colección puede componers o descomponerse de distintas maneras para comprender la relación de orden en los números naturales Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros.

Fortalecimiento de las nociones de suma y resta

Al abordar el contenido de las páginas 26 a 29 del Tomo I, los alumnos han trabajado con números a partir de colecciones discretas de objetos. Esas colecciones se presentan deliberadamente agrupadas de alguna forma; con esto se induce la idea de que una colección puede agruparse de diferentes maneras, lo cual confirman usando materiales manipulables.

Este hecho introduce la cualidad esencial de que **los números se pueden descomponer** y ésta es la idea que se desarrolla en estas lecciones. Por ejemplo, en la primera figura, el 5 se asocia a la colección de canicas que se muestra, esa colección se separa en dos partes mediante una caja, lo cual permite ver que "5 es 3 y 2" e *induce la idea* de que 5 también es 1 y 4.

En las páginas 27 y 28 se pide al alumno repetir esa experiencia en contextos más significativos. Ya sea con bloques o con las imágenes de las manos (*Fig.2*), se muestran todas las particiones en dos conjuntos que permite la colección asociada al número. Por ejemplo, se muestra que 8 es igual a 7 y 1, 6 y 2, 5 y 3 y 4 y 4.

En la página 29 (*Fig.3*), la actividad pide al alumno que descomponga en forma ordenada al número 10. Este ejercicio tiene un nivel de abstracción mayor. Una cualidad nueva que muestra la imagen es la sistematicidad de la presentación de la descomposición, de arriba hacia abajo: 9 y 1, 8 y 2, 7 y 3, 6 y 4, 5 y 5, 4 y 6, 3 y 7, 2 y 8, 1 y 9.

Enlace: Para conocer respecto al proceso de contar, consultar la página: *http://es.wikipedia.org/wiki/Contar*

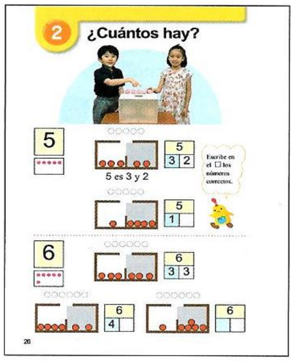


Fig. 1

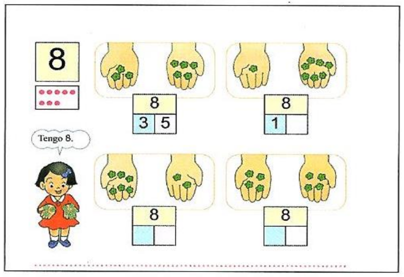


Fig. 2

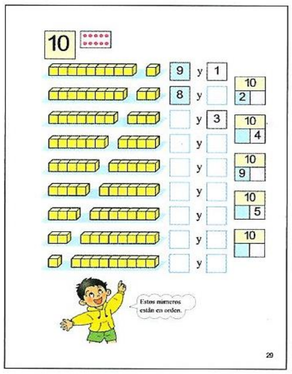


Fig. 3

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué ventajas ofrecen para el aprendizaje de las matemáticas en el primer grado de la escuela primaria las actividades en las cuales los alumnos deben descomponer y componer colecciones de objetos? Argumenta tus respuestas tan ampliamente como te sea posible.
2. ¿Qué limitaciones en su aprendizaje matemático puede presentar un alumno que no ha tenido la experiencia de componer y descomponer colecciones de objetos? Discute tu respuesta con tus compañeros y trata de llegar a conclusiones argumentadas.
3. Indaga cuál es la definición de "colecciones discretas", "magnitudes discretas" y "magnitudes continuas", compara esas definiciones y analízalas con tus compañeros en términos de sus características didácticas.
4. Encontrar una respuesta lo más general posible a las dos preguntas planteadas al final de la columna de "Reflexiones adicionales".

Reflexiones adicionales

El contenido de estas páginas introduce un tipo de descomposición de los números que es un antecedente básico para comprender la operación de la suma.

En estas páginas vemos de nueva cuenta la importancia de la relación del *todo* con sus *partes*. Hay que notar que, en estos casos, solamente es el todo el que se divide en dos partes.

Por ejemplo, el 7 se puede descomponer en 3 y 4, en 1 y 2 y 4; en 1 y 1 y 2 y 3; en 1 tomado siete veces, etc. Es decir, el todo, en general, se puede dividir al menos en dos partes. La razón de considerar solamente dos partes no es fortuita, se está preparando el terreno para el conocimiento de las operaciones aritméticas básicas, las cuales son operaciones binarias, es decir, entre dos números.

El mecanismo de la descomposición:

Para todo número natural N su antecesor es $N - 1$. Por ejemplo, el antecesor de 16 es 15.

En la descomposición intervienen los antecesores del número que se descompone. Por ejemplo los antecesores de 10 son 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, que en cualquier representación figurada estos antecesores representan partes del todo.

Si enlistamos los antecesores de 10 así:

9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1

Se observa que la suma del primero y el último es 10. Igual ocurre al sumar el segundo con el penúltimo, el tercero con el antepenúltimo, etcétera.

Así el número 10 se puede descomponer de cinco formas diferentes, es decir, justo la mitad de 10. ¿Será cierto que si el número a descomponer es par, la cantidad posible de descomposiciones diferentes es la mitad del número? Y si el número a descomponer es impar, ¿cuántas descomposiciones diferentes existen?

La suma como operación aritmética

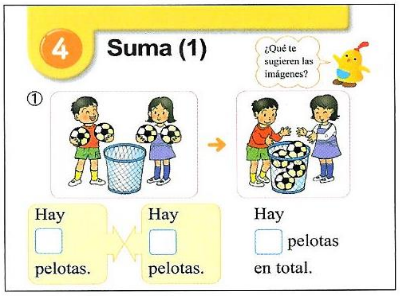


Fig. 1

En las páginas 34 a 36 del Tomo I, se introduce el conocimiento de la suma como operación aritmética (*Fig. 1*). Como en los temas anteriores, el planteamiento se apoya en la manipulación de colecciones de objetos. En contraste con lo hecho en el tema de descomposición de números, en el caso de la suma se asocia la acción de reunir colecciones de objetos de la misma clase para formar una nueva colección. Es decir, *las partes van a constituir un todo.* Las actividades de la página 34 introducen el concepto de suma con base en esta acción y en los conocimientos previos de los alumnos.

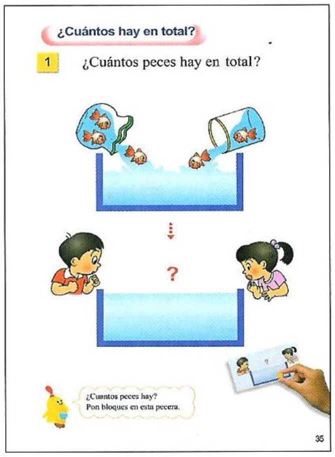


Fig. 2

Las otras imágenes (*Fig. 2*) integran la concepción para el aprendizaje del tema. Para iniciar, se plantea un problema contextulizado:

- Se formula una pregunta que se cierra con la imagen de los peces volcándose en la pecera.
- La pecera "vacía" representa el reto, el conocimiento a encontrar.

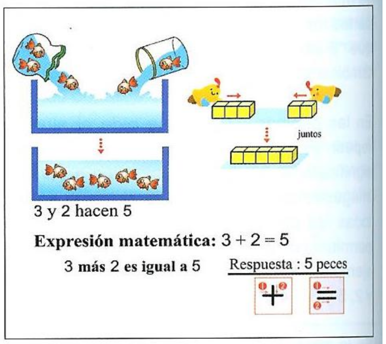


Fig. 3

Los conocimientos previos de los alumnos permiten asumir que pueden resolver el problema y el pollito se los recuerda.

Al voltear la página se muestra la formalización de los procedimientos de solución icónicos que se han empleado (*Fig.3*), estos se resumen en la frase:
"3 más 2 es igual a 5".

Finalmente, los últimos dos renglones institucionalizan el concepto: la simbolización aritmética y su verbalización.

Reflexiones adicionales

En el tema de la descomposición de números el razonamiento se centra en una colección de objetos y la consideración de las partes que la forman. Ahora la acción va en sentido inverso: las partes van a constituir un todo.

La articulación de estos tratamientos es acorde con el principio de que las operaciones intelectuales directas e inversas se deben trabajar en la escuela de forma simultánea o con gran proximidad.

El planteamiento del tema se hace en un contexto significativo para la mayoría de los alumnos en el marco de la resolución de problemas. El problema se plantea mediante una pregunta y una imagen que le da contenido; a continuación se plantea la interrogante a resolver como un vacío que se debe llenar, lo cual se soluciona mediante un procedimiento apropiado al problema.

El procedimiento utilizado se encuentra próximo al saber de los alumnos:

- Ellos saben por el tema anterior que 5 es 3 y 2.
- Después ellos mismos encuentran, obligados por la estructura de la situación problemática, que 3 y 2 hacen 5.

Pero estas dos expresiones en términos constructivos tienen significados distintos:

- "5 es 3 y 2" es de carácter analítico;
- Mientras que "3 y 2 hacen 5" es de carácter sintético.

En este juego de significados que se complementan mutuamente se desarrolla el tema.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué papel didáctico desempeña el uso de bloques (cubos) al trabajar con colecciones? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
2. ¿Qué importancia tiene el propiciar que los alumnos tengan un acercamiento no convencional a la suma y la resta? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
3. ¿Qué limitaciones didácticas tiene el hecho de abordar directamente la suma y la resta como operaciones aritméticas? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
4. ¿Qué ventajas didácticas proporciona abordar simultáneamente la noción de número y las nociones de suma y resta? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
5. ¿Qué limitaciones didácticas puede presentar el hecho de posponer el abordaje de las nociones de suma y resta? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.

Introducción a la noción de resta

Una vez entendida la suma, en las páginas 46 a 48 del Tomo I, se plantea al alumno la resta; esto es correcto según los principios de la sicología genética para la construcción de las operaciones intelectuales inversas.

Fig. 1

El carácter inverso de la resta respecto a la suma se identifica en que a la suma se le asocia con la acción de reunir, colecciones de objetos de la misma clase para formar una sola, y para la resta el punto de partida es una colección y la acción va en el sentido de percibir sus partes y sustraer una de ellas. Ahora la pregunta que se contesta no es ¿cuántos son? sino ¿cuántos quedan? Las imágenes de la página 46 ilustran esta idea.

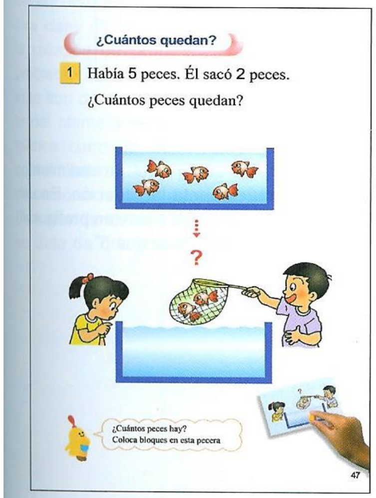


Fig. 2

A continuación, en consonancia con el enfoque de enseñanza a través de solucionar problemas, se plantea el problema que se muestra (*Fig. 2*). En la lectura de las imágenes de arriba hacia abajo, primero va el enunciado del problema, seguido de la acción de sustraer a que éste da lugar (la pecera "vacía" configura el reto, el conocimiento a encontrar). El pollito sugiere un procedimiento conocido.

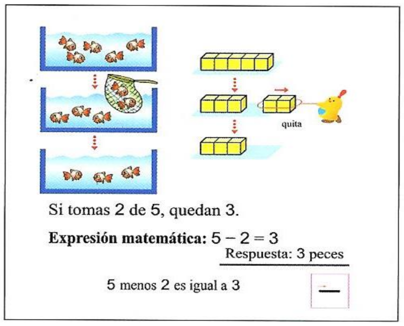


Fig. 3

La secuencia de las peceras se modela con los bloques y la acción del pollito (*Fig.3*). Estos procedimientos se resumen en la frase: "Si tomas 2 de 5, quedan 3". Finalmente, se institucionaliza el concepto mediante la simbolización aritmética de la operación y su verbalización.

Enlace: Consultar:
http://www.slideshare.net/marcebasu/axiomas-de-peano

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Explica usando tus propias palabras en qué consiste el carácter inverso de la resta respecto a la suma.
2. Explica el carácter inverso de la suma y la resta aplicando operaciones aritméticas. Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
3. ¿Puede decirse que la suma es una operación inversa a la resta? Explica tu respuesta tan ampliamente como te sea posible.
4. ¿Cómo podemos aprovechar didácticamente el carácter inverso de la resta respecto a la suma?

Reflexiones adicionales

Es oportuno destacar que en los casos de la resta, la suma y la descomposición de números, su conceptualización se sustenta en la idea de colecciones discretas de objetos que se consideran como totalidades que están compuestas o que se pueden descomponer en partes.

Otra forma de mirar:

Con el objetivo de poder pensar la secuencia de los números naturales se acuñaron los términos sucesor y antecesor que permiten expresar la esencia de esta secuencia: $1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, \dots (n-1), n, (n-1), \dots$

En este listado ordenado de números, por ejemplo: 4 es el sucesor de 3, ya que $4 = 3 + 1$, y 2 es el antecesor de 3, pues $2 = 3 - 1$. Y esto ocurre de igual manera para cualquier número en la secuencia, excepto para el 1, el cual no tiene antecesor.

En general, si se piensa en cualquier número, lo hacemos diciendo sea "n" un número natural y entonces "$n-1$", representará a su antecesor y "$n+1$"a su sucesor.

¿Cómo se interpretan las operaciones de suma y resta en este contexto?

Ejemplos:

- $7 + 2 = 9$: "9 es el sucesor del sucesor de 7". **Se aplica a 7 dos veces la operación de tomar el sucesor.**
- En el caso $9 - 2 = 7$: "7 es el antecesor del antecesor de 9". **Se aplica a 9 dos veces la operación de tomar el antecesor.**

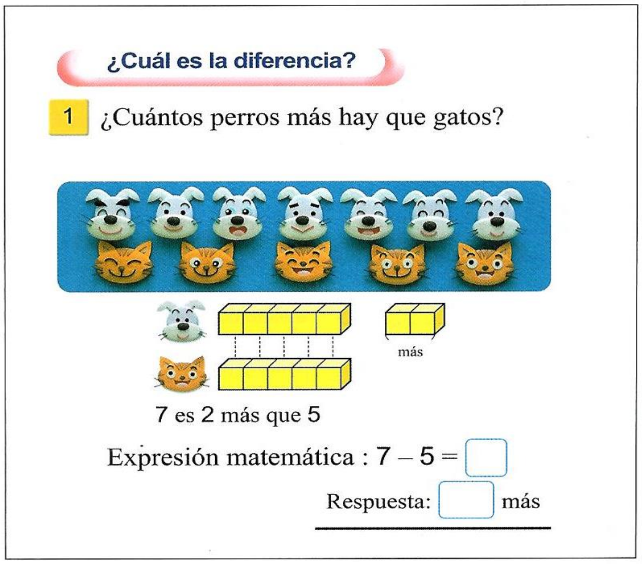
El carácter inverso de las operaciones de suma y resta es evidente.

En general:

- El resultado de $x + n$ se obtiene aplicando n veces la operación de tomar el sucesor del número x.
- El resultado de $x - n$ se obtiene al aplicar n veces la operación de tomar antecesor al número x.

Asignación de un sentido "real" a las expresiones matemáticas

La *solución de problemas* es un aspecto relevante del tema que tratamos. En las páginas 45, 50, 52 y 54 del Tomo I, puede verse que resolverlos supone métodos para hacerlo y en el texto de las lecciones se desarrolla una propuesta.



¿Cuál es la diferencia?

1 ¿Cuántos perros más hay que gatos?

7 es 2 más que 5

Expresión matemática : 7 – 5 = ☐

Respuesta: ☐ más

Fig. 1

En el problema que se muestra en la parte superior (*Fig. 1*) se observa el procedimiento que se emplea: primero se plantea el problema ilustrando gráficamente la situación. En un segundo paso se modela la situación mediante los cubos, sus cualidades permiten prefigurar intuitivamente la solución, la cual se expresa mediante la frase "7 es 2 más que 5".

Reflexiones adicionales

Un propósito central de la enseñanza de las matemáticas es que el alumno aprenda a utilizarlas para resolver problemas. Es necesario que este propósito esté presente a lo largo de la formación escolar, en este proceso es donde los conocimientos adquieren sentido, se comprende su utilidad, se aprende a distinguir lo esencial de lo que no lo es.

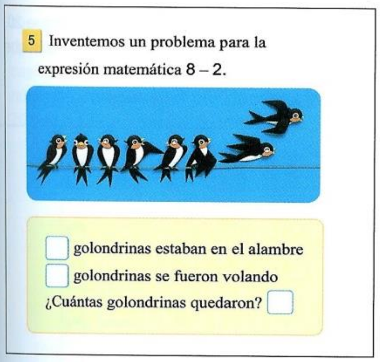
La reflexión sobre la solución de problemas es un tema importante que ocupa la atención de los investigadores. Uno de los más relevantes fue George Polya (1887-1985). A él debemos la caracterización de una estrategia de cuatro pasos presentes en la solución de problemas:

1. Comprender el problema.
2. Concebir un plan para descubrir la solución.
3. Ejecutar el plan.
4. Verificar el procedimiento y comprobación del resultado.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Proporciona cinco ejemplos de colecciones homogéneas.
2. Proporciona cinco ejemplos de colecciones no homogéneas.
3. ¿Qué limitaciones didácticas tiene el hecho de usar colecciones homogéneas en el contexto de resolución de problemas?

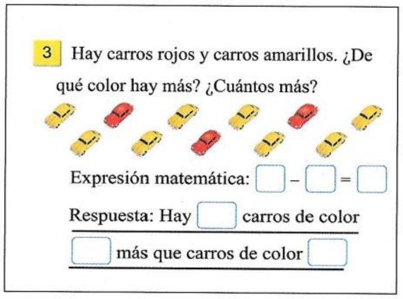
(*continúa*)



5 Inventemos un problema para la expresión matemática 8 – 2.

☐ golondrinas estaban en el alambre
☐ golondrinas se fueron volando
¿Cuántas golondrinas quedaron? ☐

Fig. 2



3 Hay carros rojos y carros amarillos. ¿De qué color hay más? ¿Cuántos más?

Expresión matemática: ☐ – ☐ = ☐
Respuesta: Hay ☐ carros de color
☐ más que carros de color ☐

Fig. 3

En tercer lugar, y como consecuencia de la interpretación anterior, se plantea la expresión matemática, que es el procedimiento formal para resolver el problema. Para terminar, se da el espacio para registrar la solución.

Se encuentran frecuentemente en el texto otra clase de situaciones relacionadas con la solución de problemas, por ejemplo, el problema de las golondrinas (*Fig. 2*). En este tipo de actividad se solicita que a partir del planteamiento de una operación numérica concreta se invente un problema contextuado que tenga a la operación dada como su método de solución. La finalidad didáctica de estas actividades no es menor, se trata de que los alumnos desarrollen la capacidad de darle sentido "real" a las expresiones matemáticas.

La resta en contextos no homogéneos: En el problema de las golondrinas (conjunto homogéneo), unas se van y se pregunta: "¿cuántas quedaron?"

En el caso de los perros y gatos, el conjunto es homogéneo (todos son animales), pero de dos tipos y la pregunta es: "¿cuántos perros más hay que gatos?" En el problema de los autos de colores (*Fig. 3*) todos son carros y hay de dos clases, se pregunta: "¿de qué color hay más (carros)?" El cambio en la consideración de los conjuntos involucrados es importante y hay que tomarlo en cuenta.

Reflexiones adicionales

Si observamos, estos pasos están presentes en el problema de los perros y gatos:

1. El enunciado del problema se acompaña de la imagen que apoya la comprensión de éste.
2. La modelación con cubos y la frase final expresan la concepción de un plan de solución.
3. La ejecución se encuentra en la realización de la operación indicada como: "Expresión matemática".
4. El cuarto paso se omitió y es así porque no se está resolviendo el problema, solamente se apunta para que el alumno realice la actividad.

4. ¿Qué limitaciones didácticas tiene el hecho de usar colecciones **no** homogéneas en el contexto de resolución de problemas?
5. Con relación al problema de los perros y los gatos, ¿en qué consistiría específicamente el cuarto paso propuesto por Polya?

Números mayores que 20

En las páginas 108 a 114 del Tomo I se extiende el estudio de los números mayores que 20. Al inicio se muestra una imagen con los objetos que están en desorden y otra con los que están agrupados de 10 en 10 para su mejor visualización y conteo (*Figs. 1* y *2*).

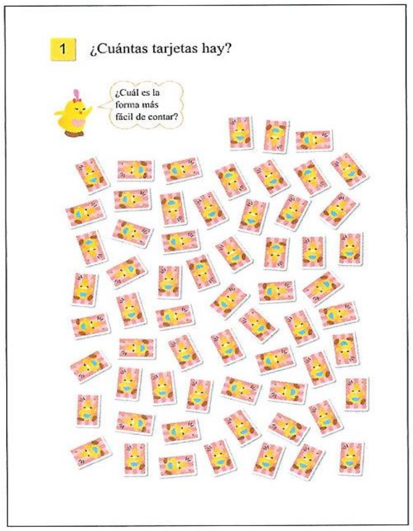


Fig. 1

Fig. 2

La lectura y construcción de los números se presenta en el marco del sistema de numeración de base 10 y se apoya en las nociones de contar, agrupar y sumar.

Como consecuencia inmediata se abordan el principio posicional y los tres primeros órdenes (unidades, decenas y centenas) del sistema de numeración decimal.

El 100 es presentado como el agrupamiento de 10 decenas. El trabajo con los números naturales hasta el 100 (incluyendo al cero) está basado en la tabla de la figura 3, la cual permite diferentes lecturas. Al leerla de izquierda a derecha los números aparecen como una sucesión que se incrementa en una unidad cada vez: después de 24 está 24 + 1 (25). La lectura en columnas genera

Reflexiones adicionales

El Sistema de Numeración Decimal es un sistema posicional de base 10 (agrupa de 10 en 10) que utiliza 10 dígitos (0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9).

Cada una de sus posiciones está representada por una potencia de base 10.

De izquierda a derecha, la primera posición es de las unidades ($10^0=1$), la segunda de las decenas ($10^1=10$), la tercera de las centenas ($10^2=100$) y así sucesivamente.

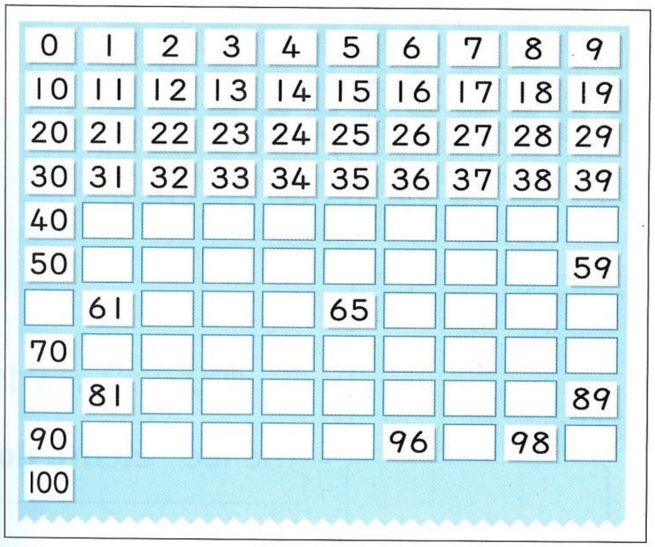
Debido a su carácter posicional se distinguen dos valores para cada número: absoluto y relativo. Por ejemplo: en el número 7 456, el valor relativo de 4 es 400 y su valor absoluto es 4.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué propósito didáctico tiene continuar el estudio de los números hasta el 100? ¿Por qué no hasta el número 150, hasta el 500, etcétera?
2. ¿Qué beneficios didácticos tiene la elaboración de la tabla del 0 al 100?

(continúa

sucesiones que se incrementan de 10 en 10, del 15 sigue 15 + 10 (25). En diagonal decreciente, las unidades y decenas se incrementan en uno, del 14 sigue 14 + 11 (el 25). Cada casilla es la intersección de una fila con una columna, esta lectura permite apreciar a los números compuestos por decenas y unidades, por ejemplo: el 25 está en la intersección del 20 y el 5 (2 decenas y 5 unidades).



0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40									
50									59
	61				65				
70									
	81								89
90						96		98	
100									

Fig. 3

El uso de esta tabla revela la estrecha relación entre la noción de número y las operaciones. El conteo de objetos mediante diferentes agrupaciones genera la posibilidad de descomponer en distintas formas al número que representa a los objetos contados. El 25 puede ser construido como:

24+1, 15+10, 14+11, 20+5, 26−1, 35−10, etc.

La construcción de los números incrementando 1, las nociones de sucesor y antecesor, la notación desarrollada y el orden, entre otras relaciones, surgen de manera implícita en las actividades generadas a partir de la tabla del 0 al 100.

3. ¿Qué actividades de aprendizaje puedes proponer a partir de la tabla del 0 al 100?
4. ¿Qué otras formas de representación matemática propones para el estudio de los números hasta el 100?

Reflexiones adicionales

Debido a que los números naturales tienen un sucesor (dado n siempre hay un número natural $n + 1$) su estudio puede extenderse a cantidades mayores cada vez, lo cual obliga al uso específico de un sistema de numeración que ayude a representarlos de forma simplificada y clara.

El Sistema de Numeración Decimal es el que se ha adoptado y agrupa los elementos a representar en grupos de 10 en 10.

Números mayores que 100

En la página 115 del Tomo I se abordan los números mayores que 100. La incorporación de este tema se realiza por medio de diversas representaciones: objetos concretos (*Fig.1*), bloques de base 10 (*Fig. 2*) , la escritura numérica (*Fig.3*) y su lectura.

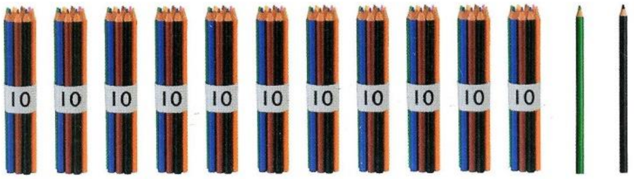


Fig. 1

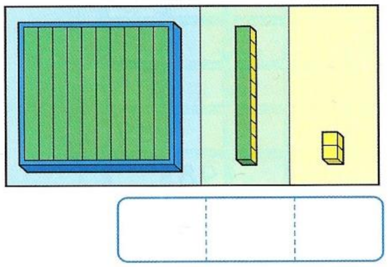


Fig. 2

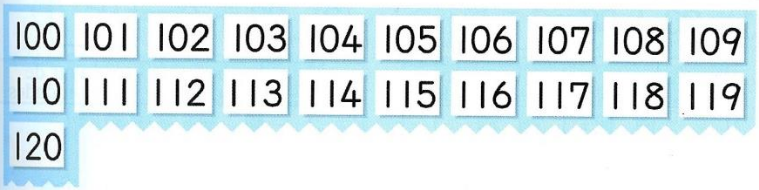
100 y 12 son 112.

Se lee **"ciento doce"**

Fig. 3

El uso de objetos concretos ofrece un contexto cotidiano a los alumnos quienes reconocen la posibilidad de contar en forma ordenada los objetos que les rodean (de diez en diez). El uso de bloques de base diez abstrae los objetos concretos y los generaliza mediante bloques unitarios, de 10 y 100 unidades. El uso de la escritura numérica y su lectura implica una abstracción mayor del número. Mientras que con los objetos concretos y los bloques las acciones centrales son las de contar, agrupar y sumar, con la escritura está en el centro la comprensión de un sistema de numeración que cumple propiedades que permiten la representación de cantidades, en el caso particular del 112 su visualización y lectura implica la comprensión de que hay un bloque de 100, uno de 10 y dos unidades sin necesidad de la presencia de bloques u objetos concretos. La lectura del número conecta la escritura con la expresión verbal y está ligada a la descomposición del número, en este ejemplo, "ciento doce" una centena y 12 unidades (*Fig.3*). El tránsito entre todas estas representaciones en diferentes sentidos y direcciones es crucial para futuras acciones con los números, entre otras, para operar con ellos.

El bosquejo de una tabla del 100 al 120 (*Fig. 4*) sugiere la construcción y descomposición de los números como se mostró con la tabla del 0 al 100 que aparece al inicio de la lección.



100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
120									

Fig. 4

Reflexiones adicionales

La comprensión de este sistema se lleva a cabo a través de diferentes tipos de representaciones que ayudan a darle sentido y uso. De acuerdo con Bruner (1966) hay tres tipos de representaciones:

1. *Enactiva* (acciones como contar y agrupar).
2. *Icónica* (imágenes como los bloques de base 10).
3. *Simbólica* (como la escritura y el lenguaje).

El uso integral de estas formas de representación coadyuva a la adquisición de nuevos conocimientos.

La identificación de las relaciones entre estas representaciones es crucial para el progreso en la comprensión del número, sus operaciones y propiedades.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué relaciones encuentras entre las formas de representación usadas?
2. ¿Cómo beneficia el uso de las representaciones *enactiva* e *icónica* el desarrollo de los algoritmos de las operaciones básicas?
3. ¿Qué relaciones encuentras entre escritura y la lectura de los números?

Suma y resta de números mayores que 20

En la página 116 del Tomo I, se trata la suma y la resta de números mayores que 20. En el caso de la suma las operaciones sugeridas no requieren agrupar y en lo que respecta a la resta, no es necesario desagrupar.

En la primera suma (*Fig. 1*) los sumandos son cantidades de dos cifras con cero en las unidades. La imagen que apoya la operación es una tabla con el espacio vacío de las unidades y con los bloques de 10 unidades en las decenas, de esta manera el resultado es la suma directa de los órdenes (unidades con unidades, decenas con decenas).

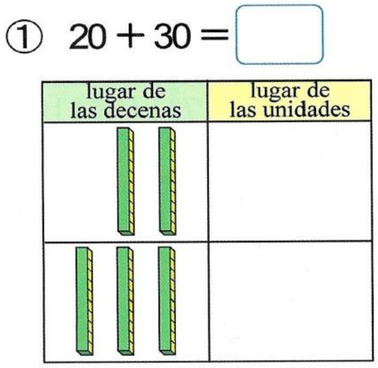


Fig. 1

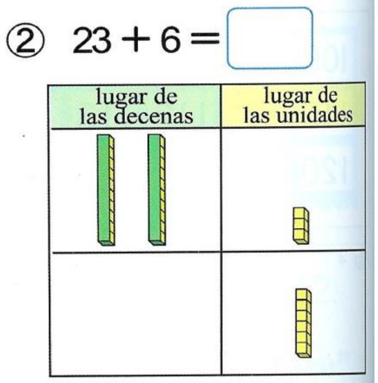


Fig. 2

En la segunda suma (*Fig. 2*) las cifras que ocupan el orden de las unidades son distintas a cero y no es necesario agrupar al efectuar la operación, por lo que es suficiente con sumar en forma directa unidades y decenas respectivamente.

La secuencia de sumas sugiere al alumno el algoritmo de la suma de dos cantidades con dos cifras como la suma independiente de los órdenes, en el caso que no es necesario agrupar.

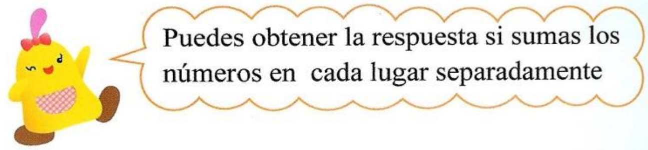


Fig. 3

Reflexiones adicionales

En el Sistema de Numeración Decimal, el desarrollo de números basado en sus diferentes órdenes es mediante potencias de base 10 multiplicadas por el valor absoluto del número que está en el orden correspondiente, por ejemplo, el desarrollo de 473 es:

$4 \times 10^2 + 7 \times 10^1 + 3 \times 10^0 =$

$400 + 70 + 3$

Propiedad asociativa de la suma:

Para todo número natural a, b y c se cumple que:

$(a + b) + c = a + (b + c)$.

La inducción que señala el pollito (*Fig.3*) considera de manera implícita el desarrollo de números y la propiedad asociativa como herramientas para la comprensión y la realización de este tipo de sumas, lo cual prepara el terreno para cuando haya que realizar sumas que requieran del proceso de agrupar. Así, la suma de 23 + 6 queda:

$$23 + 6 = (20 + 3) + (0 + 6) = (20 + 0) + (3 + 6) = 20 + 9 = 29.$$

El tratamiento para la resta (*Fig. 4*) es de manera similar.

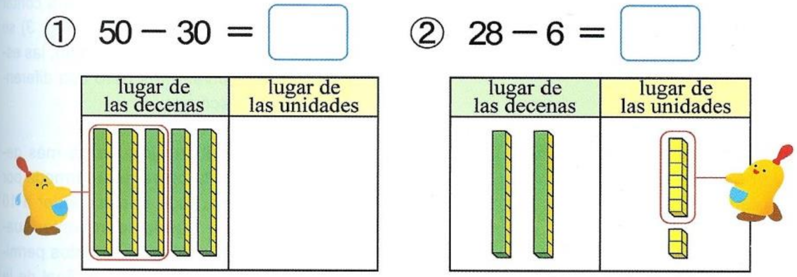


Fig. 4

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuáles consideras que son los principales obstáculos que pueden enfrentar los alumnos para que resuelvan el tipo de sumas y restas de esta página?
2. ¿Cuáles son las sumas que requieren el proceso de agrupar?
3. ¿Cuáles son las restas que requieren el proceso de reagrupar?
4. ¿Consideras conveniente tratar este tipo de sumas y restas antes de las que requieren agrupar y reagrupar respectivamente? Justifica tus respuestas.

Estructura del sistema numérico

Reflexiones adicionales

Desde el primer grado se han resuelto problemas de conteo como la estrategia para avanzar en la construcción de los números. Dicha estrategia también se relaciona con la representación de los números y la manera en que se les llama.

Todo esto forma parte de la construcción del **Sistema Numérico Decimal de Valor Posicional**, pieza fundamental en la formación matemática de los niños y vital para la vida en sociedad.

Debe notarse que en los problemas que hasta ahora se han abordado se cuentan cosas concretas: semillas y palomas. En una de las soluciones al problema de las palomas se usan agrupamientos y se ancla en lo específico del caso.

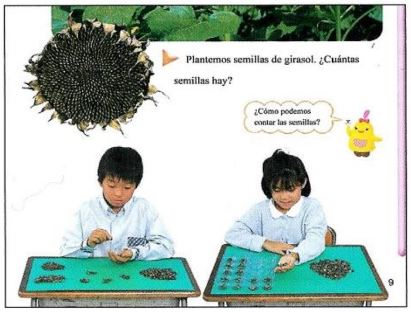

Plantemos semillas de girasol. ¿Cuántas semillas hay?

Fig. 1

En las páginas 9 a 13 del Tomo II, Vol. 1, se analiza la estructura del sistema numérico. El problema que se presenta en la página 9 consiste en contar un grupo numeroso de semillas de girasol. Se contrastan varias formas de hacerlo: 1) formando grupos que ya han contado antes, es decir, dividir el todo en partes de tamaños ya conocidos; 2) la que desarrolla el niño haciendo grupos de diferente tamaño; y 3) la que muestra la niña haciendo grupos del mismo tamaño y colocándolos de manera ordenada. El pollito pregunta por la mejor forma de contar. Por la experiencia acumulada es evidente que la de la niña facilita más la operación de contar.

Hasta ahora la experiencia que se tiene es la de formar agrupamientos de 10 unidades, esa es la estrategia que se usa para contar a las palomas. En la página 12 (*Fig. 3*) se muestran dos maneras para hacerlo; las estrategias son equivalentes pero con diferente nivel de abstracción.

El modelo que utiliza bloques es más general y abstracto: la barra está formada por diez bloques y se hace corresponder a 10 palomas, la barra puede representar cualesquiera 10 cosas. Ambos modelos permiten llenar los cuadros vacíos al final de la página.

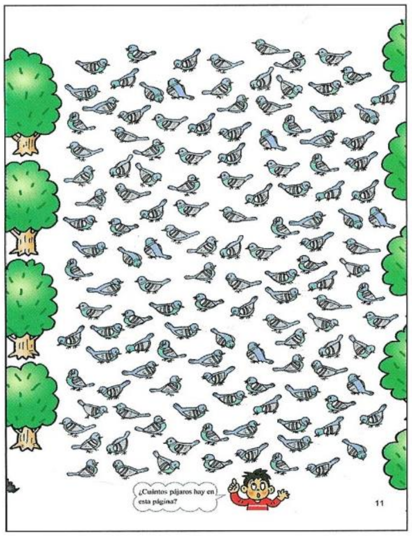
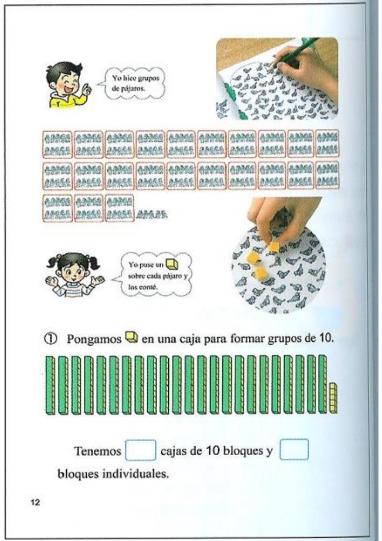


Fig. 2

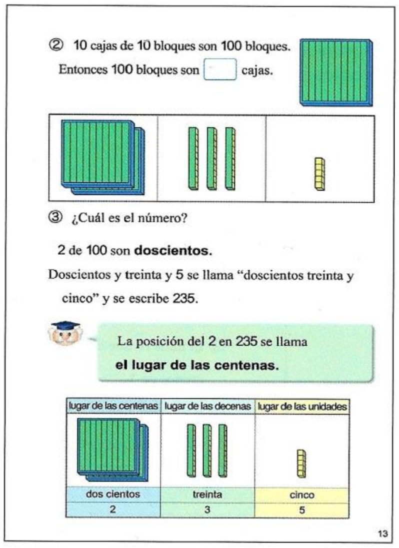


① Pongamos en una caja para formar grupos de 10.

Tenemos ☐ cajas de 10 bloques y ☐ bloques individuales.

Fig. 3

En la página 13 (*Fig.4*) se concluye el conteo y se avanza en el conocimiento y la expresión de nuevos números. Con el modelo de bloques y la tabla organizada en columnas, se introduce la noción de valor posicional y se destaca su potencial para apoyar la conceptualización del sistema numérico decimal. Ahora los alumnos ya están en condiciones de comprender la estructura de los números hasta el 999.



② 10 cajas de 10 bloques son 100 bloques.
Entonces 100 bloques son ☐ cajas.

③ ¿Cuál es el número?

2 de 100 son **doscientos**.

Doscientos y treinta y 5 se llama "doscientos treinta y cinco" y se escribe 235.

La posición del 2 en 235 se llama **el lugar de las centenas.**

lugar de las centenas	lugar de las decenas	lugar de las unidades
dos cientos	treinta	cinco
2	3	5

13

Fig. 4

Reflexiones adicionales

Lo más relevante de la otra solución es que cada paloma se sustituye por un bloque y 10 bloques por una tira verde y 10 de estas tiras, es decir 100 bloques, por un cuadro verde. Lo esencial del modelo es que un bloque puede representar cualquier objeto. Se trata de un modelo de aplicación general.

Se debe notar que en la página 12 no se habla de palomas, el número a que da lugar el último renglón de la tabla, 235, existe por sí mismo.

Volviendo al problema, la solución se expresa adjetivando el número:

235 palomas

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Revisa el Tomo I y enlista los antecedentes que poseen los alumnos para iniciar el estudio de la construcción de los números en el marco del sistema de numeración decimal. ¿Qué relevancia tienen esos antecedentes para que los niños comprendan el nuevo tema? ¿Qué limitaciones podrían tener los alumnos al abordar el nuevo tema si no contaran con algunos de esos antecedentes?
2. Cuenta las palomas.
3. En la página 13 se indica que el número de palomas es 235. Suponiendo que la base del sistema es 5 y no 10, calcula la cantidad de palomas en base 5.
4. Suponiendo que la base es 8 y no 10, como en el libro, escribe las siguientes cantidades usando números arábigos.
   a) La suma de cuatro grupos de 8 por 8 unidades, siete grupos de 8 unidades y dos grupos de 1 unidad.
   b) La suma de seis grupos de 8 por 8 unidades, cero grupos de 8 unidades y cinco grupos de 1 unidad.
   c) Expresa en el sistema posicional de base 10 las cantidades que corresponden a los números de los dos incisos anteriores.

Enriqueciendo el concepto de número

Reflexiones adicionales

Desde el primer grado se inicia la construcción del modelo de la recta numérica. Este es un recurso para la representación gráfica de los números.

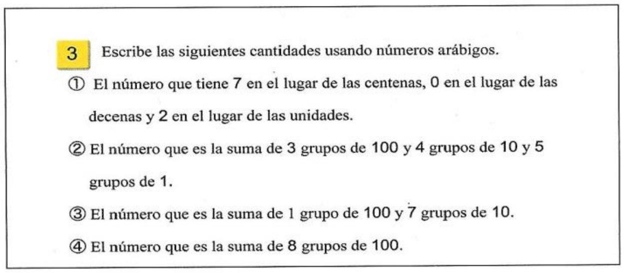
Se debe tener claro que en esta etapa se están construyendo los números naturales, los cuales son una parte de los números reales.

Con respecto a los números reales:

1. A todo número real le corresponde un punto en la recta.
2. A cada punto en la recta le corresponde un número real.

En las páginas 16 a 19 del Tomo II, Vol. 1, se propone realizar ejercicios para fortalecer el conocimiento de las cualidades de los números y su representación. En esta primera serie de ejercicios se avanza en la comprensión del sistema numérico decimal.

Para su solución se requiere evocar el modelo de bloques y la tabla que lo complementa, como lo muestra la *Fig. 1*.



3 Escribe las siguientes cantidades usando números arábigos.

① El número que tiene 7 en el lugar de las centenas, 0 en el lugar de las decenas y 2 en el lugar de las unidades.

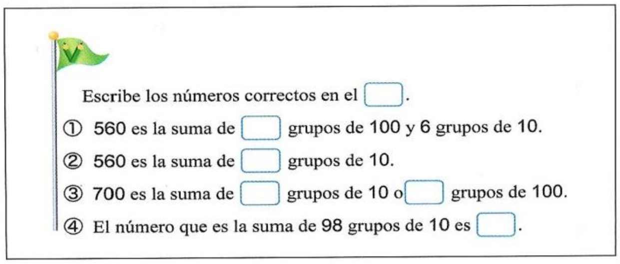
② El número que es la suma de 3 grupos de 100 y 4 grupos de 10 y 5 grupos de 1.

③ El número que es la suma de 1 grupo de 100 y 7 grupos de 10.

④ El número que es la suma de 8 grupos de 100.

Fig. 1

Los primeros cuatro ejercicios se orientan en un sentido y los siguientes cuatro (*Fig. 2*) en sentido inverso (es didácticamente recomendable).



Escribe los números correctos en el ☐.

① 560 es la suma de ☐ grupos de 100 y 6 grupos de 10.

② 560 es la suma de ☐ grupos de 10.

③ 700 es la suma de ☐ grupos de 10 o ☐ grupos de 100.

④ El número que es la suma de 98 grupos de 10 es ☐.

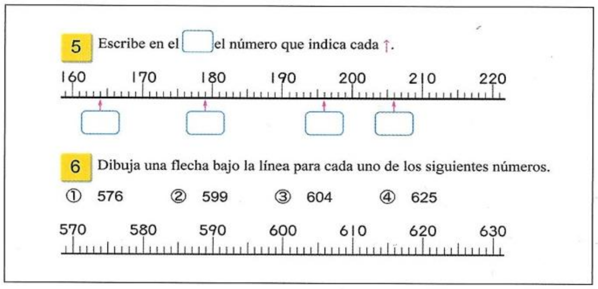
Fig. 2

Los ejercicios 5 y 6 de la página 16 (*Fig. 3*) continúan con la representación de los números acudiendo al modelo de la recta numérica iniciado en el grado anterior. La actividad se plantea tanto en el sentido de leer los números que corresponden a los puntos señalados por las flechas, como en sentido inverso: dados los números, localizar el punto que les corresponde dentro de la recta. Lo anterior muestra una cualidad esencial del modelo de la recta numérica: *a todo número natural se le puede hacer corresponder un punto en la recta.*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Haz y discute todos los ejercicios hasta la página 19.
2. En la sección "Reflexiones adicionales", cuando se caracteriza el modelo de la recta numérica se afirma que: "El punto 2 no es cierto si sólo se considera a los números naturales". Explica por qué, para los números naturales, el punto 1 es válido y el punto 2 no lo es.
3. Dibuja una recta numérica en la que se muestre un punto correspondiente al número 2658724. Comenta las características de su gráfica y las convenciones utilizadas.

(*continúa*)



5 Escribe en el ☐ el número que indica cada ↑.

6 Dibuja una flecha bajo la línea para cada uno de los siguientes números.

① 576 ② 599 ③ 604 ④ 625

Fig. 3

Estos últimos ejercicios retoman la relación de orden con los nuevos números. El principio que se aplica es el siguiente: dado un número natural N, $N + a > N$ y $N - a < N$ para cualquier número natural a menor que N.

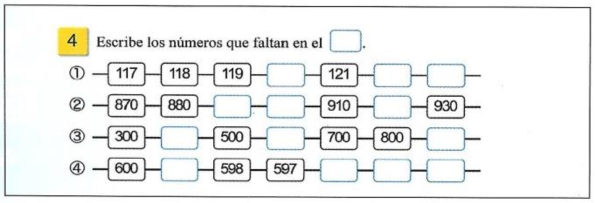
En el primer grado se comparaban las colecciones asociadas a los números; el criterio que se empleó fue que el número que *correspondía al grupo más numeroso* era el mayor. Después, las comparaciones se explican al aplicar el principio anterior, a = 1 o 10 o 100, para ir más allá de la etapa sensorial de comparación de conjuntos (*Fig. 4*). En esta lección, con el propósito de superar operativamente la etapa anterior, se hace lo sugerido por el pollito en la página 17 (*Fig. 5*): comparar los dígitos que ocupan las mismas posiciones de izquierda a derecha (centenas, decenas, unidades), el número mayor es el que tiene el mayor dígito en la primera posición en que no ocurra la igualdad.

Reflexiones adicionales

El punto 2 no es cierto si sólo se consideran los números naturales.

Sabemos que si M y N son números reales, $M > N$ si existe un número real $a > 0$ tal que: $M = N + a$

1. El criterio aplicado por los alumnos de comparar colecciones es consistente con esta definición.
2. También el criterio del sucesor o antecesor es consistente con la definición, aun en el caso de que $a > 1$.
3. El procedimiento de comparar números comparando los dígitos de las centenas, decenas y unidades, es también consistente con la definición formal de orden.



4 Escribe los números que faltan en el ☐.

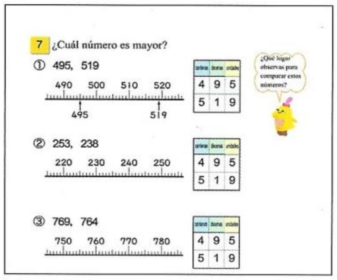
① 117 – 118 – 119 – ☐ – 121 – ☐ – ☐

② 870 – 880 – ☐ – ☐ – 910 – ☐ – 930

③ 300 – ☐ – 500 – ☐ – 700 – 800 – ☐

④ 600 – ☐ – 598 – 597 – ☐ – ☐ – ☐

Fig. 4



7 ¿Cuál número es mayor?

① 495, 519

② 253, 238

③ 769, 764

Fig. 5

4. En la página 17 se pide comparar las parejas de números 495, 519; 253, 238 y 769, 764 mediante el procedimiento de comparar los dígitos correspondientes al mismo valor posicional. En la sección “Reflexiones adicionales” se afirma que este procedimiento es consistente con la definición ahí dada. Calcula para cada caso el valor exacto de a requerido por la definición y comentar por qué en la práctica el referido procedimiento no requiere necesariamente el cálculo exacto de a.

Hacia el algoritmo de la suma

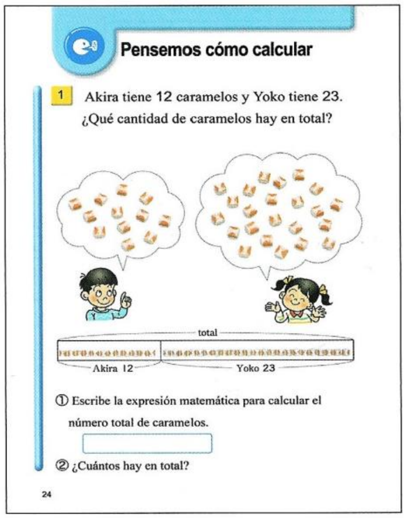
Reflexiones adicionales

La teoría que se refiere al aprendizaje significativo postula que la experiencia y el conocimiento previo de los alumnos son elementos principales de la práctica educativa.

El planteamiento inicia con un problema muy sencillo. Contestar la pregunta: ¿cuántos hay en total? no representa para los alumnos dificultad alguna ya que saben contar grupos mucho más numerosos.

Los tres gráficos de la página 25 muestran representaciones de los sumandos que son similares a las utilizadas para contar, lo novedoso es que forman parte de una cadena unida por el signo +, signo que se introduce hasta esta lección para relacionar números. Es decir, se utilizan conceptos y representaciones conocidas en situaciones diferentes para expresar una idea que no es nueva: la construcción de una expresión matemática que permite plantear y resolver el problema. Eso se hace en la búsqueda de procedimientos más poderosos para sumar, que permitan superar las dificultades y limitaciones de solamente contar.

En las páginas 24 a 26 del Tomo II, Vol. 1, se abordan los conceptos más relevantes para la construcción de la manera usual para calcular en forma vertical la suma de dos números. Los problemas planteados en la página 24 (*Fig.1*) no son nuevos para los alumnos, se asume que ellos poseen los conocimientos necesarios para formular la expresión matemática que se pide y resolverla.



Pensemos cómo calcular

1 Akira tiene 12 caramelos y Yoko tiene 23.
¿Qué cantidad de caramelos hay en total?

① Escribe la expresión matemática para calcular el número total de caramelos.

② ¿Cuántos hay en total?

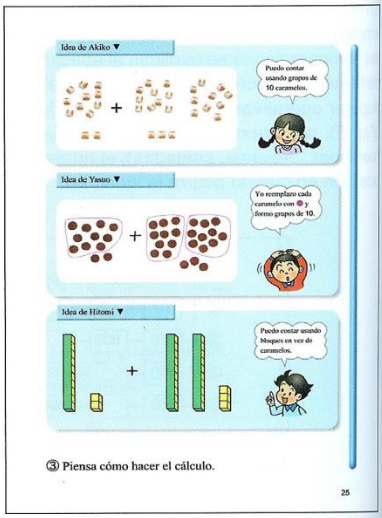
24

Fig. 1

¿Cuál es la relevancia de estas actividades? Los alumnos saben contar grupos de objetos con menos de 10 centenas. Sin embargo, contar grupos numerosos puede no ser rápido ni fácil. En el caso que nos ocupa hay dos cantidades involucradas. La idea es cómo contar el total utilizando los dos números que lo forman y el conocimiento de su estructura.

En la línea de desarrollo de esta idea se encuentran las actividades de las siguientes dos páginas.

En la página 25 (*Fig. 2*), los tres casos muestran arreglos gráficos similares a los utilizados para contar, pero mantienen separadas las dos cantidades involucradas. Las representaciones difieren por su nivel de generalidad, al pasar de la ilustración de los caramelos a su representación por bloques. De hecho son distintas representaciones de la expresión matemática que permite resolver el problema. El planteamiento se orienta a enfatizar



③ Piensa cómo hacer el cálculo.

25

Fig. 2

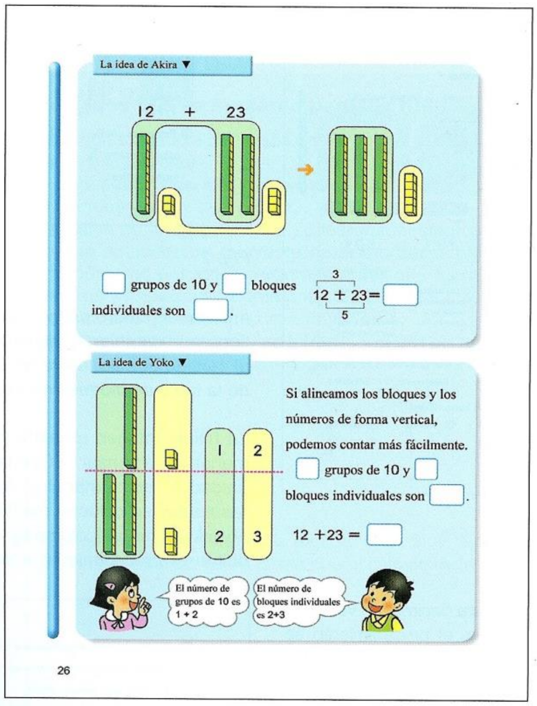
Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Enlista y discute los antecedentes derivados del Tomo I que poseen los alumnos al momento de iniciar el estudio del contenido de estas páginas respecto a la construcción de la suma.
2. En la página anterior se lee: “la idea es cómo contar el total utilizando los dos números que lo forman y nuestro conocimiento sobre su estructura” ¿A qué se refiere el concepto “estructura” en el caso de los números naturales? En particular, ¿cuál es la estructura de 738? ¿Cuál la de 207? ¿Y la de 25.07 (que no es un número natural sino un número decimal)?

(*continúa*)

el potencial de la manipulación de la representación por bloques para calcular el total a partir de los números a sumar, esa es la tarea y se expresa en la última frase de esa página.

En la página 26 (*Fig. 3*) se muestran dos formas para realizar el conteo a partir de la manipulación de las representaciones —gráfica y simbólica— de los dos números. Ambas darán lugar a formas de realizar el cálculo para sumar dos números. Se dice cálculo y no conteo (aunque finalmente de esto último se trata) porque se aplican procedimientos que se sustentan en la estructura de los dos números (sistema numérico decimal). Su representación por bloques, y una forma particular de arreglarlos espacialmente, facilita la obtención de la suma de los dos números.


La idea de Akira ▼

☐ grupos de 10 y ☐ bloques individuales son ☐.

$$12 + 23 = \boxed{}$$

La idea de Yoko ▼

Si alineamos los bloques y los números de forma vertical, podemos contar más fácilmente.

☐ grupos de 10 y ☐ bloques individuales son ☐.

$$12 + 23 = \boxed{}$$

Fig. 3

Reflexiones adicionales

Las imágenes de la página 26 muestran la forma en que una de las representaciones anteriores se reestructura espacialmente de dos maneras, lo que genera reinterpretaciones de las situaciones que prácticamente dan solución a la búsqueda de procedimientos más inteligentes para sumar.

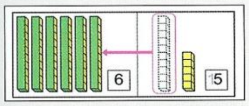
Estas páginas ilustran la forma en que se accede a un nivel de conocimiento superior a partir de un conocimiento previamente desarrollado.

3. En la página 26 se muestran dos formas de realizar el conteo utilizando el modelo de bloques de Hitomi, pero igual hubieran servido cualquiera de los otros dos, el de Akiko o el de Yasuo. ¿Por qué se prefiere utilizar los bloques? En el texto se hace referencia al "mayor potencial de manipulación de la representación por bloques", ¿qué quiere decir esto?
4. Al final de la sección "Reflexiones adicionales" se enuncia: "Estas páginas ilustran cómo se accede a un nivel de conocimiento superior a partir de un conocimiento previamente desarrollado". ¿Qué piensas de esto? Intenta expresar el cambio al concluir estas lecciones respecto a lo que enlistaste en el punto número 1 de estas actividades.

El algoritmo de la suma

Reflexiones adicionales

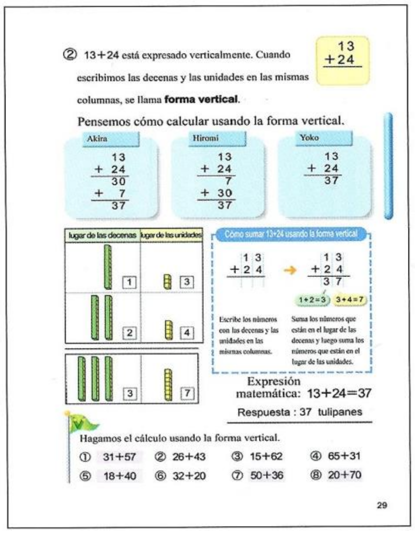
Un aspecto importante de estas lecciones es el relativo al tercer renglón de la tabla de bloques.



Es el punto en el que al sumar las unidades se obtienen 15, dando lugar a la formación de una decena, que se incorpora a la columna de las decenas; con esta acción se mantiene la consistencia de tener sólo un dígito en cada columna. Tal reagrupación es un paso esencial que los alumnos deben conocer y tener plena conciencia de él. Sobre este tipo de transformaciones se sustenta la generalización de la manera de realizar el cálculo aquí mostrado, el cual se denomina *algoritmo de la suma*.

En las páginas 29 a 32 del Tomo II, Vol. 1, se introduce el tema del algoritmo de la suma.

Puede observarse que en la página 29 (*Fig. 1*), se formaliza el conocimiento que se abordó en la página 26. Se parte del problema de cómo calcular la suma de dos números sin que ésta se resuelva al contar explícitamente.



② 13+24 está expresado verticalmente. Cuando escribimos las decenas y las unidades en las mismas columnas, se llama **forma vertical**.

Pensemos cómo calcular usando la forma vertical.

Escribe los números con las decenas y las unidades en las mismas columnas.

Suma los números que están en el lugar de las decenas y luego suma los números que están en el lugar de las unidades.

Expresión matemática: 13+24=37

Respuesta : 37 tulipanes

Hagamos el cálculo usando la forma vertical.

① 31+57 ② 26+43 ③ 15+62 ④ 65+31
⑤ 18+40 ⑥ 32+20 ⑦ 50+36 ⑧ 20+70

29

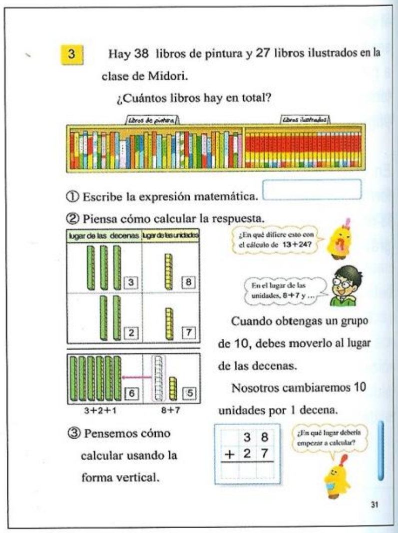
Fig. 1

Con base en la estructura decimal de valor posicional de los números, el procedimiento se ilustra para el caso particular de la suma 13+24. Éste requiere:

1. La colocación vertical en columna según el valor posicional de los dígitos que forman los números.
2. En la base de la ubicación de los sumandos trazar una línea horizontal.
3. Sumar los dígitos de las columnas y colocar los resultados en la columna correspondiente por debajo de la línea horizontal.
4. El número que resulta del punto anterior es la suma.

Este procedimiento funciona si las sumas de la sección 3 dan un resultado menor que 10.

En la página 31 (*Fig. 2*) se plantea un nuevo problema en el cual se debe sumar 38+27. En este caso, la suma de las unidades es mayor que 10, por lo que el procedimiento anterior de cuatro pasos no va a funcionar y tiene que cambiarse; aspecto que responde al sentido que se indica en el tercer renglón de la tabla de bloques de esta página.



3 Hay 38 libros de pintura y 27 libros ilustrados en la clase de Midori.

¿Cuántos libros hay en total?

① Escribe la expresión matemática.

② Piensa cómo calcular la respuesta.

Cuando obtengas un grupo de 10, debes moverlo al lugar de las decenas.

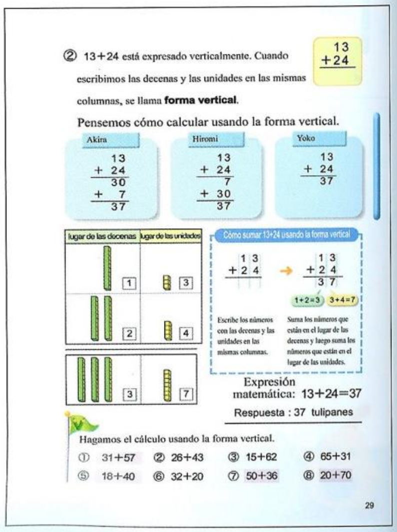
Nosotros cambiaremos 10 unidades por 1 decena.

③ Pensemos cómo calcular usando la forma vertical.

31

Fig. 2

La última imagen muestra inicialmente tres maneras de pensar el cálculo: se suman las unidades, se suman las decenas y estos resultados se colocan manteniendo el valor posicional de las columnas y se suman mediante el procedimiento anterior que ahora



② 13+24 está expresado verticalmente. Cuando escribimos las decenas y las unidades en las mismas columnas, se llama **forma vertical**.

Pensemos cómo calcular usando la forma vertical.

Escribe los números con las decenas y las unidades en las mismas columnas.

Suma los números que están en el lugar de las decenas y luego suma los números que están en el lugar de las unidades.

Expresión matemática: 13+24=37

Respuesta : 37 tulipanes

Hagamos el cálculo usando la forma vertical.

① 31+57 ② 26+43 ③ 15+62 ④ 65+31
⑤ 18+40 ⑥ 32+20 ⑦ 50+36 ⑧ 20+70

29

Fig. 3

funciona perfectamente. Hay entonces un paso más. Éste ocurre porque al sumar por primera vez las unidades se genera una decena y cinco unidades.

El cuadro "Cómo calcular 38 + 27" indica la manera que debe manejarse la decena que aparece y concluir el cálculo. Las formas de calcular de Akira y Hiromi muestran que se puede empezar indistintamente, sumando primero las unidades o las decenas. Sin embargo, el procedimiento definido en el cuadro indica claramente que hay que empezar sumando las unidades.

Debemos notar que para abordar el algoritmo de la suma se usan todos los conocimientos y habilidades que antes se promovieron, esto permite que, al llegar a este punto, los alumnos no asuman el algoritmo como "una receta a seguir", sino como un procedimiento a partir del cual pueden entender todos los pasos y de qué manera este conocimiento les facilita el cálculo.

Reflexiones adicionales

Noción de algoritmo.

Se entiende por algoritmo a *la prescripción exacta sobre el cumplimiento de cierto sistema de operaciones, en un orden determinado, para la resolución de problemas de algún tipo dado.*

Justamente el tema que nos ocupa es la construcción de los algoritmos más sencillos: aquellos que corresponden a las operaciones aritméticas básicas en el sistema de numeración decimal. En estas páginas prácticamente se establecen los aspectos esenciales del algoritmo para la suma de números naturales, aunque limitado a la suma de dos números de dos dígitos y con resultado también de dos dígitos. En lecciones posteriores se generalizará la aplicación del algoritmo a números con más de dos dígitos.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Investiga cuál es la definición de algoritmo y discútela con tus compañeros y tu profesor.
2. Indaga cuáles son los "números naturales". Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
3. Identifica en las páginas 1 a 28 los conocimientos y habilidades que son un antecedente relevante para abordar el algoritmo de la suma con números naturales. Argumenta por qué identificas esos conocimientos y habilidades como antecedentes del algoritmo de la suma y discute tu respuesta con tus compañeros.
4. Reemplaza cada una de las letras *A* y *B* por un mismo dígito respectivamente, de manera que la siguiente suma sea correcta. El símbolo 0 es cero.

$$\begin{array}{cccc} & & A & A \\ & + & A & B \\ \hline & B & A & 0 \end{array}$$

5. Reemplaza las letras por los dígitos: 0, 1, 2, 4, 5, 6, 8 o 9; usa cada dígito una sola vez, de tal forma que el cálculo de la suma sea correcto.

$$\begin{array}{ccccc} & & & & A \\ & + & & 3 & B \\ & & C & D & 7 \\ \hline & E & F & G & H \end{array}$$

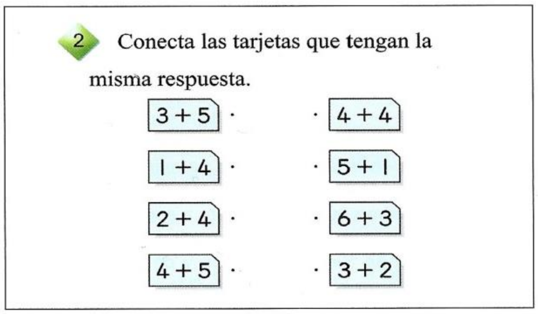
6. Como se vio al efectuar la suma de dos números, mientras la suma de los dígitos correspondientes sea menor que 10 no hay obstáculo para completar el cálculo. Los problemas aparecen cuando no ocurre así, cuando la suma de las unidades o de las decenas —o ambas— suman más de 10 y entonces se debe hacer la conversión de unidades de un nivel posicional inmediato superior (como fue el caso para el problema de los libros). Este hecho muestra la potencia del sistema de numeración decimal de valor posicional.

Para el siguiente ejercicio, el sistema numérico será el de base 6 de valor posicional. Los únicos dígitos que puedes usar son: 0, 1, 2, 3, 4 y 5. Calcula las siguientes sumas aplicando el algoritmo encontrado, con la consideración de que ahora no se trata de decenas (grupos de 10 elementos), sino de agrupaciones de 6.

$$\begin{array}{r} 22 \\ +\ 13 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 24 \\ +\ 13 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 35 \\ +\ 44 \\ \hline \end{array}$$

7. ¿Por qué en el sistema numérico de base 6 sólo puedes usar los dígitos 0, 1, 2, 3, 4 y 5?

Propiedades de la suma



2 Conecta las tarjetas que tengan la misma respuesta.

$3+5$ · · $4+4$

$1+4$ · · $5+1$

$2+4$ · · $6+3$

$4+5$ · · $3+2$

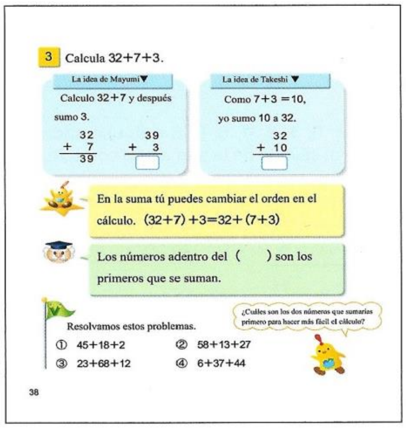
Fig. 1

La actividad con tarjetas que se muestra en la página 45 del Tomo I, y las actividades de las páginas 37, 38 y 40, del Tomo II, Vol. 1 refuerzan el hecho de que los números se pueden descomponer en términos de otros mediante la operación de la suma, tal es el caso del número 8, que resulta de sumar $3 + 5$ o $4 + 4$, pero también es la suma de $1 + 7$ y $2 + 6$. Esta cualidad de los números respecto a la suma es importante, pero no es la única. Los números y sus operaciones poseen propiedades que son el fundamento de la aritmética. Se trata ahora de introducir y construir estas propiedades.

Con la actividad de las fresas en la página 37 (*Fig. 3*) se introduce la *propiedad conmutativa de la suma*. La suma es una operación binaria, se realiza entre dos números. La propiedad dice que no importa el orden en que se sumen los números, el resultado será el mismo.

En la imagen de la página 38 (*Fig. 2*) se introduce la *propiedad asociativa de la suma*. Ésta se referiere a que para sumar tres números, no importa cuáles dos se sumen primero, el resultado final será el mismo (recuerda que la suma es una operación binaria). Hay más casos si se usa la propiedad conmutativa, por ejemplo: $(7 + 32) + 3$, $7 + (32 + 3)$, $32 + (3 + 7)$, etcétera.

En cualquiera de estos la secuencia de realización de las sumas será diferente; sin embargo, el resultado final será el mismo. De esta manera se tiene que los números se descomponen mediante la suma y respecto a esta operación hay dos propiedades. Un aspecto muy relevante de la propiedad asociativa es que sienta las bases para que los alumnos trabajen con sumas que contienen



3 Calcula $32+7+3$.

La idea de Mayumi▼

Calculo $32+7$ y después sumo 3.

$$\begin{array}{r} 32 \\ +\ 7 \\ \hline 39 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39 \\ +\ 3 \\ \hline \square \end{array}$$

La idea de Takeshi ▼

Como $7+3=10$, yo sumo 10 a 32.

$$\begin{array}{r} 32 \\ +\ 10 \\ \hline \square \end{array}$$

En la suma tú puedes cambiar el orden en el cálculo. $(32+7)+3=32+(7+3)$

Los números adentro del ( ) son los primeros que se suman.

¿Cuáles son los dos números que sumarías primero para hacer más fácil el cálculo?

Resolvamos estos problemas.

① $45+18+2$ ② $58+13+27$

③ $23+68+12$ ④ $6+37+44$

38

Fig. 2

Reflexiones adicionales

El conjunto de los números reales, de los cuales forman parte los números naturales, junto con las operaciones de suma y multiplicación constituyen un sistema numérico de fundamental importancia. Con las dos propiedades aquí conocidas se inicia a los alumnos para la construcción de tal sistema.

Si a, b, y c son números naturales, estas propiedades se enuncian como sigue:

- Conmutatividad de la suma: $a + b = b + a$
- Asociatividad de la suma: $(a + b) + c = a + (b + c)$

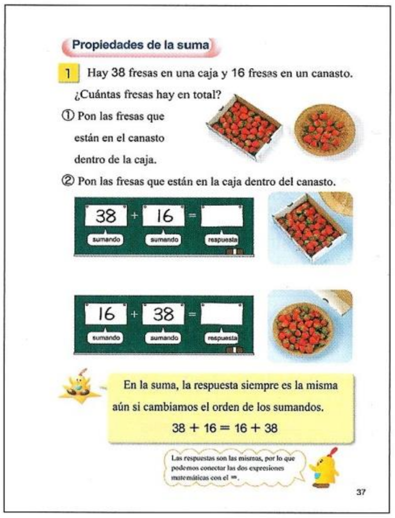
Si se suman dos números naturales el resultado será siempre otro número natural. Esto es verdadero y se enuncia como la **Propiedad de Cerradura de la Suma**:

- Para cualesquiera de los números naturales a y b, la suma: $a + b$ es un número natural.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Indaga cuáles son los números reales y qué relación hay entre ellos y los números naturales. Presenta tu trabajo ante el resto de tu grupo.
2. Construye cinco ejemplos en los que se ilustre que la propiedades conmutativa y asociativa de la suma con números naturales puede ser útil para agilizar el cálculo. Compara tus ejemplos con los de tus compañeros y discute cuáles casos presentan mayor utilidad en términos didácticos.
3. Completa las siguientes oraciones:
   - Los números dentro de los ( ) son los que ____________________________
   - $(32 + 7) + 3$, es igual a: _____+ 3, que es igual a: _____
   - $32 + (7 + 3)$, es igual a: 32 + _____, que es igual a: _____

(*continúa*)



Propiedades de la suma

1 Hay 38 fresas en una caja y 16 fresas en un canasto.
¿Cuántas fresas hay en total?

① Pon las fresas que están en el canasto dentro de la caja.

② Pon las fresas que están en la caja dentro del canasto.

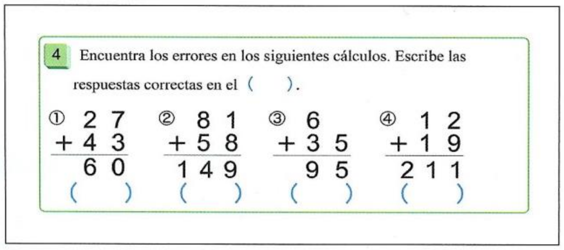
En la suma, la respuesta siempre es la misma aún si cambiamos el orden de los sumandos.

38 + 16 = 16 + 38

Las respuestas son las mismas, por lo que podemos conectar las dos expresiones matemáticas con el =.

37

Fig. 3



4 Encuentra los errores en los siguientes cálculos. Escribe las respuestas correctas en el ( ).

①	②	③	④
27	81	6	12
+ 43	+ 58	+ 35	+ 19
60	149	95	211
( )	( )	( )	( )

Fig. 4

más de dos sumandos y las expresen sin dificultad en forma horizontal, por ejemplo 27 + 29 + 23; en este caso pueden reescribirla como (27 + 29) + 23 = (27 + 23) + 29 = 50 + 29 = 79.

Expresar operaciones de más de un paso es una habilidad trascendental para plantear y resolver problemas. Esto se aborda más adelante en este grado escolar y los siguientes. El último ejercicio de la página 40 (*Fig. 4*) es relevante en tanto que pide a los alumnos reflexionar sobre los errores en la realización del algoritmo. Esta tarea es de primordial importancia porque enseña a los alumnos a aprender de los errores. Esta revisión se enfoca en el mejoramiento de la calidad del conocimiento aprendido.

Reflexiones adicionales

Estas propiedades son válidas para la operación de la suma, pero no para la resta: 12 – 36 no resulta un número natural, entonces los naturales no son cerrados bajo la resta; tampoco se cumple la conmutatividad: 5 – 2 no arroja el mismo resultado que 2 – 5.

Hemos recordado que la suma con números naturales tiene, entre otras, tres propiedades: cerradura, conmutatividad y asociatividad. Además, hemos visto que los números se pueden descomponer, ordenar y representar gráficamente.

Esto muestra la forma en que avanza la construcción del sistema numérico.

4. Tacha el término que hace verdadera la oración. Puede ser necesario tachar los dos términos.
- 58 + 13 + 27, es igual a 58 + 27 + 13 por la(s) propiedad (es) conmutativa/asociativa.
- 58 + 13 + 27, es igual a (27 + 58) + 13 por la(s) propiedad (es) conmutativa/asociativa.
- 58 + 13 + 27, es igual a 27 + 13 + 58 por la(s) propiedad (es) conmutativa/asociativa.

5. En el siguiente ejercicio el sistema numérico de valor posicional es el de base 7. Los únicos dígitos que puedes usar son 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6. Encuentra los errores en las siguientes sumas y calcula las respuestas correctas. Recuerda que ahora no se trata de decenas (grupos de 10 unidades), sino de agrupaciones de 7 unidades.

24	51	4	12	6
+ 33	+ 55	+ 23	+ 16	+35
55	146	63	211	125

Hacia el algoritmo de la resta

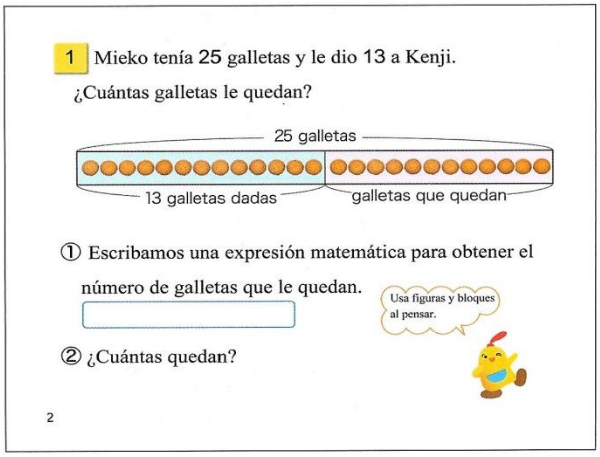
Reflexiones adicionales

Estas páginas tienen una función similar a la de las páginas 24, 25, y 26 del mismo libro y las observaciones que se hacen son pertinentes respecto a las modificaciones a que debe dar lugar el hecho de que ahora se trata de la resta y no de la suma.

Los tres gráficos de la página 42 muestran representaciones del *minuendo*, similares a las que se utilizaron para contar (en las cuales se "separa" el sustraendo configurando la acción de quitar). Es interesante notar que en los dos casos, el sustraendo queda claramente representado (solamente falta incluir el signo de resta entre ellos para formular la expresión matemática correspondiente: 25 – 13).

En las páginas 42 a 44 del Tomo II, Vol. 1, se introduce el algoritmo de la resta.

En esta ocasión también se aborda la resta a continuación de la suma; se incluye el carácter inverso de la resta respecto a la suma a partir de responder preguntas como: "¿cuántos quedan?", en lugar de "¿cuántos son?", que está asociada a la suma. Estas páginas son relevantes para la construcción de la forma vertical para calcular la resta de dos números. Como en el caso de la suma, se inicia la lección con un problema que no es nuevo para los alumnos, porque éstos poseen los conocimientos necesarios y la experiencia para plantear la operación y resolver el problema mediante el conteo; el cual se usa como elemento de verificación para el nuevo procedimiento.



1 Mieko tenía 25 galletas y le dio 13 a Kenji.

¿Cuántas galletas le quedan?

① Escribamos una expresión matemática para obtener el número de galletas que le quedan.

② ¿Cuántas quedan?

2

Fig. 1

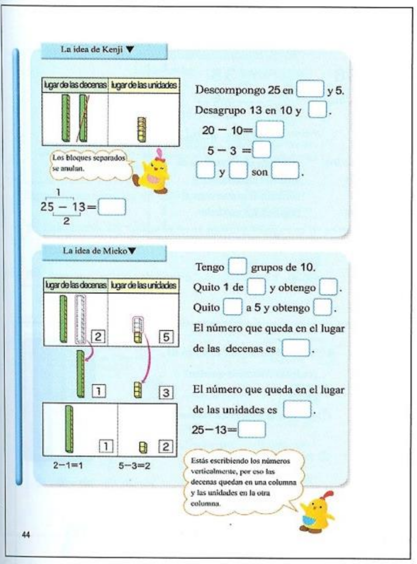
La idea que orienta el avance en el conocimiento es cómo calcular la resta al entender la estructura de los números que la forman. En el desarrollo de esta idea, en la página 42 (*Fig. 1*) se muestra una evolución de la representación "real" de las galletas hacia aquella que usa bloques, los cuales aluden solamente a la cualidad numérica. Esta última es la modelación más eficaz para visualizar el algoritmo que se quiere abordar. Las formas de razonamiento de los alumnos sugieren esta evolución figurativa.

En la página 44 (*Fig. 2*) se muestran dos maneras para realizar el conteo a partir de la manipulación de las representaciones simbólica y gráfica de los números. Ambas dan lugar a formas de realizar el cálculo de la resta. En la primera, la operación se hace en forma horizontal y en la segunda vertical; esta última es la manera usual de hacer el cálculo sin acudir al conteo, el procedimiento se sustenta en la estructura decimal de los números, la representación por bloques y una forma particular de arreglarlos espacialmente.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Enlista y discute los antecedentes que se desprenden de la construcción de la resta que poseen los alumnos antes de iniciar el estudio de estas páginas.
2. Analiza cómo los antecedentes que encontraste contribuyen a que los alumnos entiendan el algoritmo de la resta comprendiendo todos sus pasos.
3. Elabora un ensayo breve en el que discutas lo que ocurriría con el aprendizaje del algoritmo de la resta si los alumnos no contaran con los antecedentes que enlistaste en la pregunta 1.

(*continúa*)



La idea de Kenji ▼

Descompongo 25 en ☐ y 5.
Desagrupo 13 en 10 y ☐.
20 − 10= ☐
5 − 3 = ☐
☐ y ☐ son ☐.

Los bloques separados se anulan.

$25 - 13 = \square$

La idea de Mieko▼

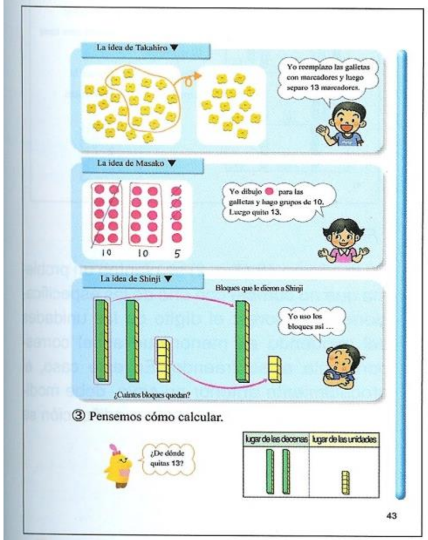
Tengo ☐ grupos de 10.
Quito 1 de ☐ y obtengo ☐.
Quito ☐ a 5 y obtengo ☐.
El número que queda en el lugar de las decenas es ☐.

El número que queda en el lugar de las unidades es ☐.
25−13= ☐

2−1=1 5−3=2

Estás escribiendo los números verticalmente, por eso las decenas quedan en una columna y las unidades en la otra columna.

Fig. 2



La idea de Takahiro ▼

Yo reemplazo las galletas con marcadores y luego separo 13 marcadores.

La idea de Masako ▼

Yo dibujo ● para las galletas y hago grupos de 10. Luego quito 13.

La idea de Shinji ▼

Bloques que le dieron a Shinji

Yo uso los bloques así ...

¿Cuántos bloques quedan?

③ Pensemos cómo calcular.

¿De dónde quitas 13?

Fig. 3

Reflexiones adicionales

De nuevo se acude a conceptos y representaciones conocidas en la búsqueda de nuevos procedimientos para calcular la sustracción de manera que se resuelvan las dificultades y limitaciones de *solamente contar*.

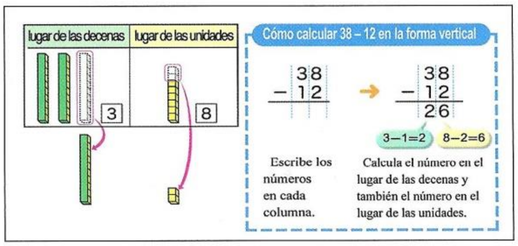
Las imágenes de la página 44 muestran cómo se reestructura espacialmente en dos formas distintas, una de las representaciones anteriores; esto da lugar a reinterpretaciones de las situaciones que prácticamente dan solución a la búsqueda de procedimientos más eficientes para calcular la resta.

Estas páginas ilustran el proceso de cómo acceder a un nivel superior de conocimiento, a partir de un conocimiento desarrollado de forma previa. Ese nuevo conocimiento se formaliza posteriormente en otras lecciones.

4. Respecto a las representaciones de la página 43 se dice: “esta evolución figurativa se sugiere por las formas de razonamiento de los alumnos.” Son imágenes que modelan niveles progresivos para estructurar una respuesta a la tarea dada.

- Reflexiona y discute con tus compañeros y tu profesor sobre lo adecuado de esa interpretación.
- Discute cómo se articulan estas representaciones con el listado de antecedentes del punto anterior.

El algoritmo de la resta



Escribe los números en cada columna.

Calcula el número en el lugar de las decenas y también el número en el lugar de las unidades.

Fig. 1

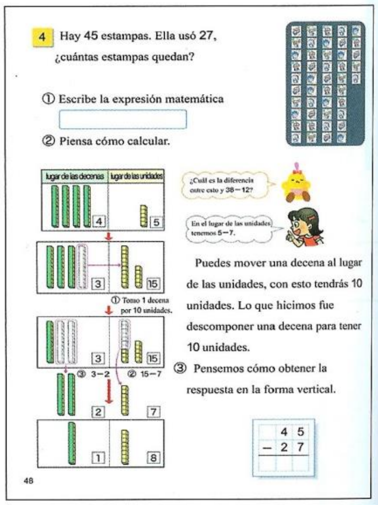
En las páginas 47 a 49 del Tomo II, Vol. 1, se aborda el tratamiento del algoritmo de la resta.

La imagen de la página 47, (*Fig. 1*) muestra la solución al problema: "Satoshi y sus amigos recogieron 38 fresas. Se comieron 12, ¿cuántas fresas quedan?"

En la imagen de los bloques, se ilustra la resta de 12 de ellas y a la derecha se muestra el algoritmo que expresa esta operación. El algoritmo consiste de los siguientes pasos:

1. Colocar en columnas verticales los dígitos en razón de su valor posicional.
2. Trazar una línea horizontal como se muestra en la imagen.
3. Calcular la diferencia entre los dígitos de cada columna.
4. Escribir los resultados en la columna correspondiente por debajo de la línea. El número que resulta es el resultado de la resta.

El algoritmo funciona cuando los dígitos de las unidades y las decenas del minuendo son mayores o iguales que los correspondientes en el sustraendo.



Hay 45 estampas. Ella usó 27, ¿cuántas estampas quedan?

① Escribe la expresión matemática

② Piensa cómo calcular.

Puedes mover una decena al lugar de las unidades, con esto tendrás 10 unidades. Lo que hicimos fue descomponer una decena para tener 10 unidades.

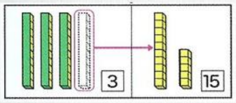
③ Pensemos cómo obtener la respuesta en la forma vertical.

Fig. 2

En la página 48 (*Fig. 2*) se plantea un problema que no cumple con una de las especificaciones anteriores: el dígito de las unidades del minuendo es menor que aquel correspondiente al sustraendo. En este caso, el procedimiento anterior no sirve, debe modificarse. El punto clave de la modificación se

Reflexiones adicionales

Un aspecto importante de estas lecciones es el relativo al segundo renglón de la tabla de bloques de la página 48.

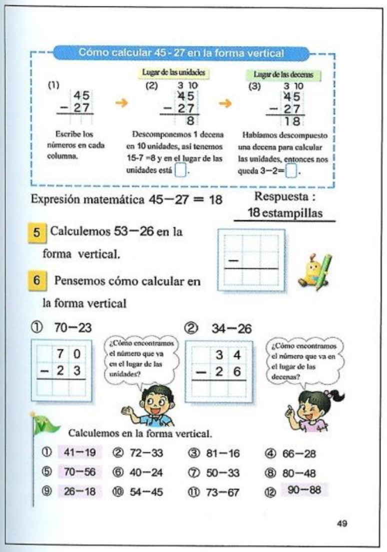


Es el punto en el que, no siendo posible la resta 5 – 7, se hace necesario convertir una decena en 10 unidades para tener 15 – 7. **Tal transformación es un paso esencial que los alumnos deben conocer y tener plena conciencia de él (aspecto que el maestro no debe subestimar)**. Sobre esta clase de transformaciones se sustenta la generalización de la manera de realizar el cálculo de la resta así como su algoritmo.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Revisa cuidadosamente las lecciones que se han abordado al inicio del libro hasta la página 46. ¿Qué antecedente en esas lecciones resulta fundamental para poder abordar el algoritmo de la resta con los alumnos en las páginas 47, 48 y 49? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
2. En el desarrollo de la lección en las páginas 47 a 49 se habla de "convertir una decena en unidades". ¿Qué diferencia haya entre usar esa expresión y "pedir prestada una decena" en términos de aprendizaje matemático? Discute tu respuesta ampliamente con tus compañeros y tu profesor.

(*continúa*)



Cómo calcular 45 - 27 en la forma vertical

(1)
$$\begin{array}{r} 45 \\ -\ 27 \\ \hline \end{array}$$
Escribe los números en cada columna.

Lugar de las unidades
(2)
$$\begin{array}{r} \scriptstyle 3\ 10 \\ \cancel{4}5 \\ -\ 27 \\ \hline 8 \end{array}$$
Descomponemos 1 decena en 10 unidades, así tenemos 15-7 =8 y en el lugar de las unidades está ☐.

Lugar de las decenas
(3)
$$\begin{array}{r} \scriptstyle 3\ 10 \\ \cancel{4}5 \\ -\ 27 \\ \hline 18 \end{array}$$
Habíamos descompuesto una decena para calcular las unidades, entonces nos queda 3−2=☐.

Expresión matemática 45−27 = 18

Respuesta : 18 estampillas

5 Calculemos 53−26 en la forma vertical.

6 Pensemos cómo calcular en la forma vertical

① 70−23

$$\begin{array}{r} 7\ 0 \\ -\ 2\ 3 \\ \hline \end{array}$$

② 34−26

$$\begin{array}{r} 3\ 4 \\ -\ 2\ 6 \\ \hline \end{array}$$

Calculemos en la forma vertical.

① 41−19 ② 72−33 ③ 81−16 ④ 66−28
⑤ 70−56 ⑥ 40−24 ⑦ 50−33 ⑧ 80−48
⑨ 26−18 ⑩ 54−45 ⑪ 73−67 ⑫ 90−88

49

Fig. 3

puede apreciar en el segundo renglón de la ilustración con los bloques: se convierte una decena del minuendo en 10 unidades, con lo cual la deficiencia anterior se resuelve (en lugar de 7>5, ahora se tienen 15>7), como lo indican las operaciones del tercer renglón de la ilustración con los bloques.

Ahora las condiciones son las necesarias para aplicar el procedimiento anterior, el cual funciona perfectamente.

En el algoritmo se introduce un paso más: **la conversión de una decena en unidades**, que permite superar el problema. En la página 49 (*Fig. 3*), el cuadro "Cómo calcular 45 - 27..." indica cómo manejar la conversión que se realiza y la forma de hacer el cálculo.

Debe notarse que las últimas dos operaciones representan un reto para los niños al momento de aplicar el algoritmo anterior.

Reflexiones adicionales

Recordemos que se entiende por algoritmo: *a la correcta ejecución de un sistema de operaciones en un orden preciso para la realización de una tarea de cierto tipo o a la resolución de problemas también de cierto tipo*. Por ejemplo: para la realización de sumas o restas se utilizan los algoritmos correspondientes a cada una.

En estas páginas se avanza en la construcción de los algoritmos para las operaciones aritméticas básicas en el sistema de numeración decimal. También, se establecen, prácticamente, los aspectos esenciales del algoritmo para la resta de números naturales, aunque limitado a la resta con números de dos dígitos. En lecciones posteriores, se profundiza en la aplicación del algoritmo a números con más de dos dígitos.

3. En este ejercicio hay que remplazar las letras *A* y *B*, cada una por un dígito diferente, de tal forma que la resta sea correcta. El símbolo 0 es cero.

$$\begin{array}{rccc} - & A & B & 0 \\ & & B & A \\ \hline & & B & B \end{array}$$

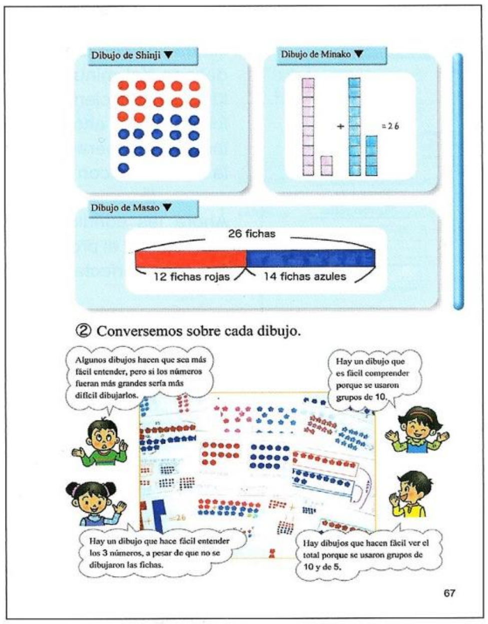
4. Para los siguientes ejercicios se usará el sistema numérico de valor posicional de base siete. Calcula las siguientes restas, con la consideración de que ahora no se trata de decenas sino de agrupamientos de siete y los dígitos a considerar son 0, 1, 2, 3, 4, 5 y 6.

$$\begin{array}{r} 35 \\ -\ 21 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 42 \\ -\ 25 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 60 \\ -\ 23 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 34 \\ -\ 25 \\ \hline \end{array}$$

Relación entre la suma y la resta

Reflexiones adicionales

La representación de situaciones discretas (grupos de entidades u objetos separados entre sí temporal o espacialmente) por medio de un modelo continuo (en este caso una cinta), puede no parecer natural, pero no es el caso.


Dibujo de Shinji ▼

Dibujo de Minako ▼

Dibujo de Masao ▼

② Conversemos sobre cada dibujo.

67

Fig. 1

En las páginas 54, 66 y 67 de Tomo II, Vol. 1, se aborda la relación que existe entre la suma y la resta.

En las páginas 66 y 67 (*Fig. 1*) se muestran distintas representaciones de los datos para la siguiente situación: "tenemos 12 marcadores rojos y 14 marcadores azules. Son 26 en total".

Esas representaciones tienen distintas características para presentar los datos y las relaciones que hay entre ellos. La mayoría son del tipo "discreto" y una es del tipo "continuo".

En el caso de las discretas, la cantidad de marcas coloreadas representa fielmente a los datos; sin embargo, con el tipo de representación continua no sucede: Masao recurre a una imprecisa proporcionalidad en la longitud de las cintas para sugerir la mayor o menor cantidad que se representa.

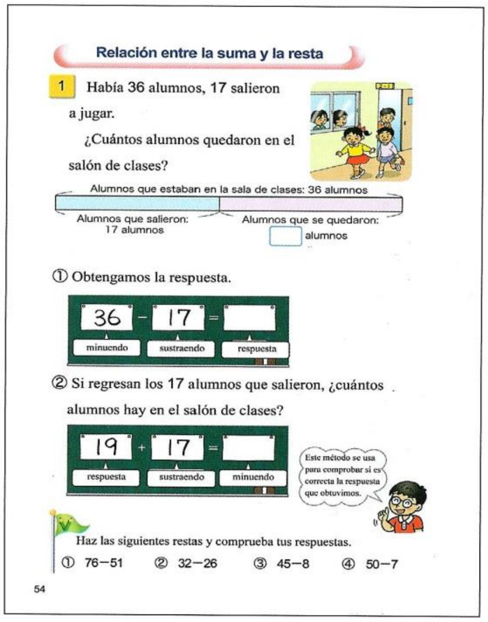
La utilización de un modelo *continuo* para la representación de los números naturales no es nueva, se usa en la recta numérica, y en ésta, la representación es totalmente precisa.

Tanto el modelo de Masao, como el que se muestra en la imagen de la página 54 (*Fig. 2*), sirven para expresar la situación problemática a resolver. Ambos tienen la cualidad de expresar los datos y la relación entre ellos: las tres cantidades están dispuestas de tal forma, que dos de ellas determinan a la tercera.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Indaga en las fuentes bibliográficas que consideres pertinentes cuál es la diferencia entre "representaciones discretas" y "representaciones continuas". Después, discute lo que encontraste con tus compañeros y tu profesor.
2. Identifica tres situaciones en las que se use una representación discreta y compara tu respuesta con la de tus compañeros.
3. Identifica tres situaciones en las que se use una representación continua.

(*continúa*)



Relación entre la suma y la resta

1 Había 36 alumnos, 17 salieron a jugar.

¿Cuántos alumnos quedaron en el salón de clases?

① Obtengamos la respuesta.

② Si regresan los 17 alumnos que salieron, ¿cuántos alumnos hay en el salón de clases?

Haz las siguientes restas y comprueba tus respuestas.

① 76−51 ② 32−26 ③ 45−8 ④ 50−7

54

Fig. 2

En el caso de Masao la cinta se forma al unir por uno de sus extremos las dos partes (la suma de las dos partes da el total). En el problema de los niños que se quedan en clase, a la cinta completa se le quita la parte correspondiente a los que salen a jugar y queda la que se debe calcular (al total se le quita la parte conocida y se obtiene el valor buscado).

Este modelo continuo tiene cualidades que lo hacen interesante:

- Con un trozo de cinta se puede representar la numerosidad de grupos discretos, aunque se pierde la precisión que poseen las representaciones discretas.
- Para diferenciar cantidades, es necesario distinguir a las cintas por sus longitudes, las cuales deberán ser aceptablemente proporcionales a la cantidad que representan.
- Esta forma de representación significa un paso hacia la abstracción, un modelo que elimina lo específico de la naturaleza discreta de los datos para resaltar solamente la extensión del conjunto de datos.
- Éste es un modelo de representación más potente que el discreto, en el sentido de sus cualidades para representar adecuadamente cantidades correspondientes a colecciones con un número discreto de elementos.

Reflexiones adicionales

En el mundo real hay muchas situaciones de carácter continuo que se cuantifican de manera discreta para efectos prácticos, por mencionar algunos: la longitud expresada en metros, kilómetros, centímetros, micras, etc. Otro ejemplo más es el tiempo expresado en segundos, horas, microsegundos, años, etcétera.

4. Discute con tus compañeros y tu profesor la pertinencia del uso didáctico de cada una de esas formas de representación en distintas situaciones.
5. Discute con tus compañeros y tu profesor cuáles serían las implicaciones de utilizar una representación discreta para abordar la relación entre la suma y la resta.
6. Discute con tus compañeros y tu profesor cuáles serían las implicaciones de utilizar una representación continua para abordar la relación entre la suma y la resta.

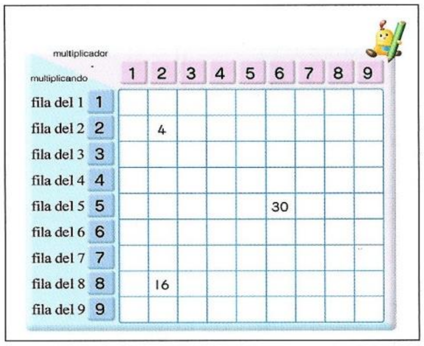
Multiplicación

Reflexiones adicionales

La lectura de la tabla de multiplicar se realiza mediante renglones, columnas y sus intersecciones. Los renglones representan al multiplicando y a cada una de las tablas de multiplicar (la del 1, la del 2, etc.), las columnas son el multiplicador. Por consiguiente, el renglón del 6 combinado con las columnas da lugar a la tabla del 6: 6 × 1, 6 × 2, 6 × 3, etcétera. Entonces, la intersección de un renglón y una columna es el producto: 6 × 1 = 6, 6 × 2 = 12, 6 × 3 = 18, etcétera.

El multiplicando es la cantidad que debe sumarse tantas veces como lo indica el multiplicador para obtener el producto de la multiplicación.

Un número natural *a* es múltiplo de otro número natural *b*, cuando existe otro número natural que multiplicado por *b* nos da como resultado *a*.



multiplicador multiplicando	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fila del 1 1									
fila del 2 2		4							
fila del 3 3									
fila del 4 4									
fila del 5 5						30			
fila del 6 6									
fila del 7 7									
fila del 8 8		16							
fila del 9 9									

Fig. 1

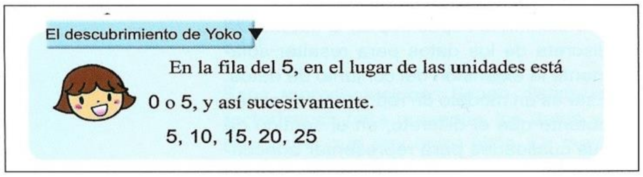
En las páginas 39 y 40 del Tomo II, Vol. 2, se trata lo referente a las tablas de multiplicar. La actividad central en esta lección consiste en "buscar los secretos en la tabla de multiplicar" a través del llenado de la tabla ubicada en la página 39 (*Fig.1*).

La búsqueda es apoyada con preguntas como las siguientes: "¿cómo se incrementan las respuestas?", "¿dónde están las mismas respuestas?", "¿cómo están alineados los números?", los posibles hallazgos se muestran en la página 40 (*Figs. 2, 3* y *4*).

En la primera imagen, se hace énfasis en los números que terminan en dígitos que son múltiplos de 5. Posteriormente, se hace notar la simetría que tienen los resultados respecto a la diagonal de la tabla (*Fig. 3*); por ejemplo: el 27 aparece en los renglones del 3 y del 9. Este hallazgo se relaciona con la posibilidad de intercambiar al multiplicando y al multiplicador sin alterar el producto: 3 × 9 = 9 × 3. También se puede hallar que un resultado se repite 2, 3 o hasta 4 veces. La tabla llena permite visualizar éstos y otros "secretos".

En el caso de los múltiplos conviene observar qué columnas y renglones contienen sólo números pares y lo que esto implica, por ejemplo, que todos los múltiplos de 8 son múltiplos de 2 y de 4.

También pueden buscarse cuáles renglones tienen múltiplos en común, por ejemplo: en los renglones del 3 y del 4 están el 12 y el 24, y en el del 3 aparecerá un múltiplo en común cada cuatro espacios mientras que en el del 4 cada 3. En cambio, en los renglones del 2 y del 6 los múltiplos aparecen cada 3 y un espacio respectivamente. Otra observación es que en el primer reglón y en la primera columna, el multiplicador o el multiplicando, según sea el caso, se repiten justo cuando su valor es 1 (el neutro multiplicativo). Con respecto a la noción de crecimiento que se obtiene al multiplicar los números naturales cuyo valor aumenta en una unidad, puede verse en la última imagen de la página 40 (*Fig. 5*).

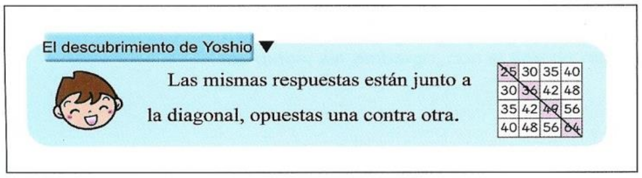


El descubrimiento de Yoko

En la fila del 5, en el lugar de las unidades está 0 o 5, y así sucesivamente.

5, 10, 15, 20, 25

Fig. 2

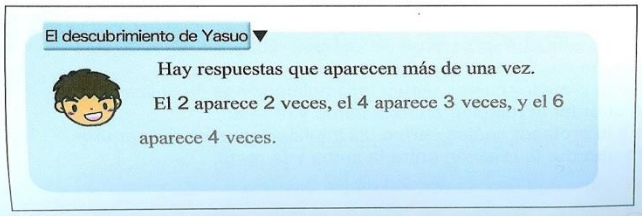


El descubrimiento de Yoshio

Las mismas respuestas están junto a la diagonal, opuestas una contra otra.

25	30	35	40
30	36	42	48
35	42	49	56
40	48	56	64

Fig. 3



El descubrimiento de Yasuo

Hay respuestas que aparecen más de una vez.

El 2 aparece 2 veces, el 4 aparece 3 veces, y el 6 aparece 4 veces.

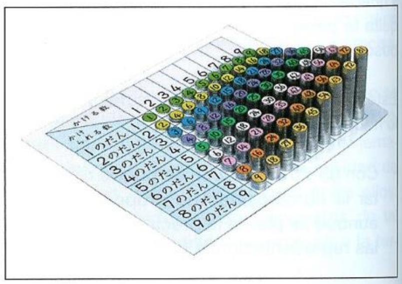


Fig. 5

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué ventajas ofrece presentar en una sola tabla las tablas de multiplicar del 1 al 9? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Por qué en las tablas de multiplicar hay resultados que sólo se repiten 2 veces, 3 veces y 4 veces? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
3. ¿Por qué no hay resultados que se repitan 5 veces o más? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
4. ¿Por qué entre los renglones del 3 y del 4 aparece alternadamente un múltiplo en común cada cuatro y tres espacios? ¿Por qué entre las filas del 2 y del 6 aparece un múltiplo común alternado cada tres y un espacios? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
5. ¿De qué tipo son los números que aparecen en la diagonal de la tabla?
6. En el renglón del 7, ¿cuánto es 7 × 2? ¿Cuánto es 7 × 3? ¿Cuánto es 7 × 2 + 7 × 3? ¿Cuánto es 7 × 5? ¿Qué relación encuentras? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
7. En la página 39 se sugiere realizar la siguiente actividad de la página 92. Complétala e identifica otras relaciones en la tabla de multiplicar coloreando las casillas como se indica. Compara tu respuesta con la de tus compañeros.

Reflexiones adicionales

Por ejemplo: 30 es múltiplo de 6 porque existe 5, tal que 5 × 6 = 30.

Obtenemos los múltiplos de un número al multiplicarlo por la secuencia de los números naturales. Los múltiplos del número 6 son: 6, 12, 18, 24, 30… Esto muestra que hay tantos múltiplos de un número como números naturales, por lo que el conjunto de los múltiplos de un número dado es infinito.

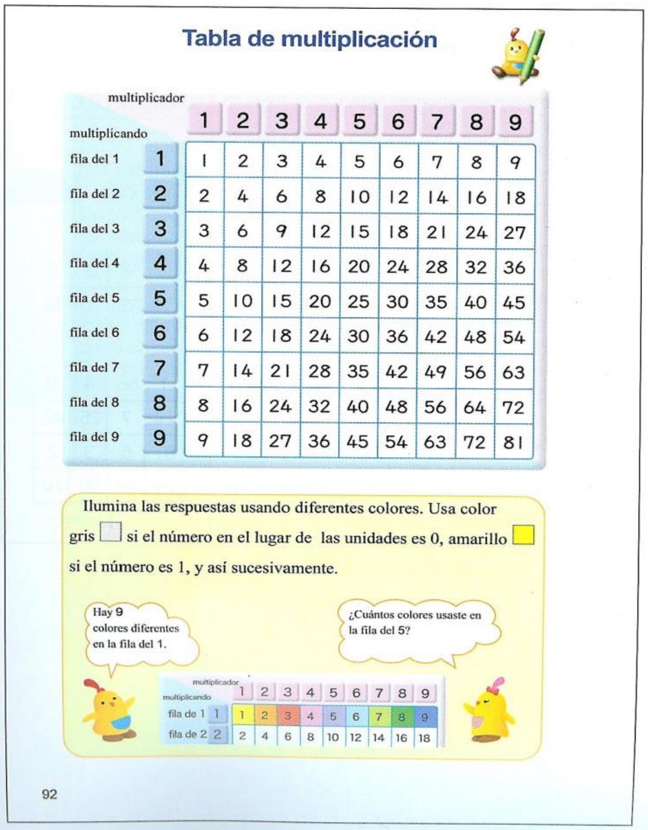


Tabla de multiplicación

multiplicando \ multiplicador		1	2	3	4	5	6	7	8	9
fila del 1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fila del 2	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
fila del 3	3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
fila del 4	4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
fila del 5	5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
fila del 6	6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
fila del 7	7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
fila del 8	8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
fila del 9	9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Ilumina las respuestas usando diferentes colores. Usa color gris ☐ si el número en el lugar de las unidades es 0, amarillo ☐ si el número es 1, y así sucesivamente.

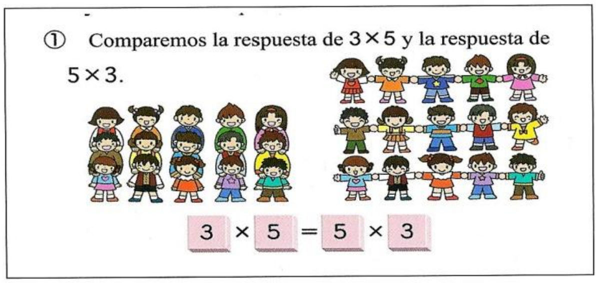
multiplicando \ multiplicador		1	2	3	4	5	6	7	8	9
fila de 1	1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
fila de 2	2	2	4	6	8	10	12	14	16	18

92

Multiplicación (4) Tablas de multiplicar

En las páginas 41 a 45 del Tomo II, Vol. 2, se parte de hechos que se observaron en la tabla de multiplicar y se avanza a partir de éstos. Uno de ellos es, que la intersección de un renglón con una columna muestra dos multiplicaciones con el mismo producto, con lo cual se induce la *propiedad conmutativa de la multiplicación* que se enuncia en el texto como sigue: “en la multiplicación la respuesta es la misma si intercambiamos el multiplicando y el multiplicador”.

En la ilustración de la página 41 (*Fig. 1*) se hace evidente que 3 × 5 es “5 veces 3” y muestra que hay 5 columnas de 3 niños. Para el caso de “5 × 3 es 3 veces 5”, aparecen tres filas de cinco niños.



① Comparemos la respuesta de 3 × 5 y la respuesta de 5 × 3.

3 × 5 = 5 × 3

Fig. 1

Debemos notar que 3 × 5 = 5 × 3 es la *formalización matemática* de lo que muestran las imágenes de los niños (*Fig. 1*).

Es muy importante detenernos en la lectura de 3 × 5 = 5 × 3: en esta expresión el signo de igualdad se utiliza para introducir el concepto de *equivalencia aritmética* y no como un signo que indica que hay que obtener el resultado de la operación.

En las otras páginas hay juegos, como construir tableros de 4 × 4 con los resultados de la tabla de multiplicar usando tarjetas con todas las multiplicaciones posibles. La relevancia de este juego radica en la elección de los resultados que deben colocarse en los tableros, ya que hay que considerar cuántas veces aparece cada resultado. Por ejemplo: el 20 aparece en la tabla dos veces, en los renglones del 4 y del 5.

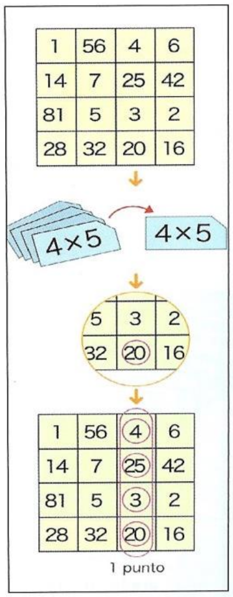


Fig. 2

Reflexiones adicionales

La *equivalencia aritmética* es un conocimiento muy relevante en el aprendizaje de la aritmética. Esta equivalencia es la formalización matemática de una serie de acciones intuitivas que los alumnos realizan desde la primera lección del Tomo I, gracias a este libro los alumnos empezaron a “descomponer” el 3 en 2 y 1 o en 1 y 1 y 1.

En esta lección se prepara a los alumnos para que entiendan y usen expresiones como:

3 = 2 + 1 = 1 + 1 + 1

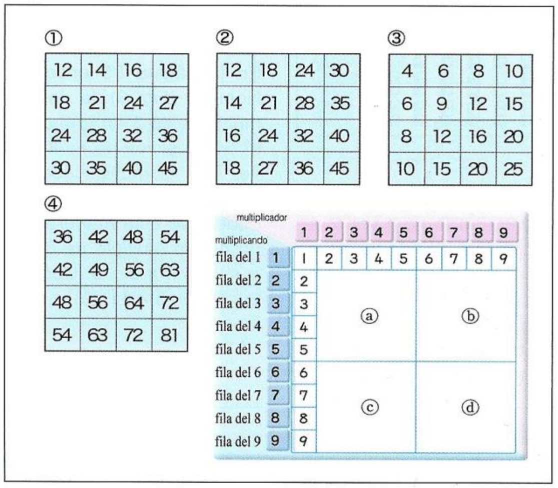
En resumen, el signo de igualdad se introduce como lo que formalmente es: un signo de equivalencia que indica que la expresión ubicada a la izquierda de este signo es equivalente a la que está a su derecha.

Debe notarse que en las secciones de ejercicios en estos libros nunca se usa el signo de igualdad como “un signo que indica hacer una operación”; por ejemplo, nunca se usan expresiones como 5 × 3 =. Para referirse a esta operación simplemente se escribe 5 × 3.

El signo de igualdad se debe utilizar para expresar equivalencia, por ejemplo, 3 × 2 + 1 = 4 × 2 − 1.

Este conocimiento será de mucha utilidad cuando los alumnos se introduzcan al estudio del álgebra.

Otro reto consiste en ubicar en la página 44, cuatro cuadrados de dimensiones iguales en la tabla de multiplicar de tal manera que la reconstruyan correctamente (*Fig. 3*). Esto implica, entre otras cosas, que los alumnos tengan una idea de cómo aumentan los resultados en la tabla.



①

12	14	16	18
18	21	24	27
24	28	32	36
30	35	40	45

②

12	18	24	30
14	21	28	35
16	24	32	40
18	27	36	45

③

4	6	8	10
6	9	12	15
8	12	16	20
10	15	20	25

④

36	42	48	54
42	49	56	63
48	56	64	72
54	63	72	81

Fig. 3

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuál es la relevancia de acompañar la igualdad 3×5=5×3 con la imagen de los niños en columnas y renglones?

2. De acuerdo con el juego de tableros de 4×4, ¿cuál es la importancia de familiarizarse con el número de veces que aparecen los resultados en la tabla de multiplicar?

3. ¿Cómo es el incremento de los resultados de la tabla de multiplicar en los renglones, en las columnas y en las diagonales? ¿Qué importancia tiene observar estas características de la tabla de multiplicar en términos del cálculo de la multiplicación y del concepto de multiplicar?

Reflexiones adicionales

Esta lección permite ver cómo se entrelazan los principios que orientan el tratamiento didáctico de las matemáticas que se presentan en los libros. De esos principios, se destacan los siguientes:

1. Construir un nuevo conocimiento con base en el que se adquirió previamente.
2. Los cimientos del conocimiento aritmético son la composición y descomposición de los números: $3 = 1 + 1 + 1 = 2 + 1$.
3. Apoyar el desarrollo de la habilidad para componer y descomponer números con el uso del sistema de bloques.

Con base en esos principios los alumnos van *construyendo* las tablas de multiplicar y no las aprenden de memoria. Se propicia que se memoricen las tablas con la realización de muchos ejercicios.

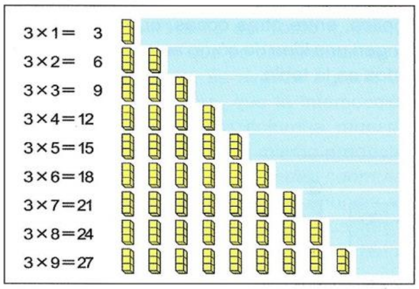


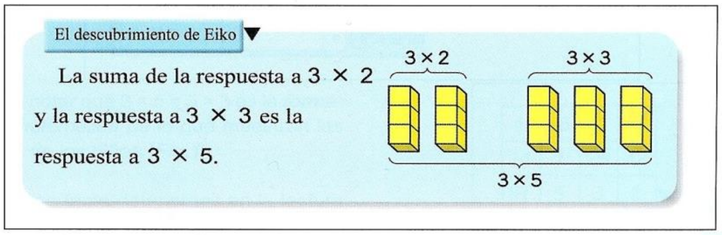
Fig. 1

En las páginas 84 y 85 del Tomo II, Vol. 2, se desarrolla el conocimiento de las tablas de multiplicar.

En la página 84 (*Fig. 1*) vemos esta actividad en que se utiliza la tabla del 3 (representada simbólica e icónicamente mediante bloques) para plantear el reto de multiplicar 3×12.

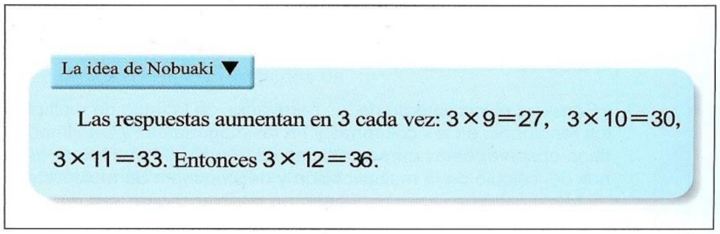
En la siguiente imagen de la página 84 se presenta la idea de Eiko (*Fig. 2*), que consiste en descomponer al factor mayor para facilitar el cálculo, por ejemplo: $3 \times 2 + 3 \times 3 = 3 \times 5$.

En la página 85 encontramos la idea de Nobuaki (*Fig. 3*): la descomposición de los múltiplos de 3 en grupos de 3 hace posible la composición de múltiplos mayores. Cada vez que el multiplicador se incrementa en una unidad, el producto aumenta en tres unidades, de esta manera es posible construir un nuevo múltiplo de 3, así el siguiente de $n \times 3$ es $n \times 3 + 3$. Con esta idea, $3 \times 10 = 3 \times 9 + 3$, $3 \times 11 = 3 \times 10 + 3$ y $3 \times 12 = 3 \times 11 + 3$.


El descubrimiento de Eiko ▼

La suma de la respuesta a 3×2 y la respuesta a 3×3 es la respuesta a 3×5.

Fig. 2


La idea de Nobuaki ▼

Las respuestas aumentan en 3 cada vez: $3 \times 9 = 27$, $3 \times 10 = 30$, $3 \times 11 = 33$. Entonces $3 \times 12 = 36$.

Fig. 3

En el siguiente cuadro vemos que la idea de Chizuco (*Fig. 4*), la descomposición de 3 × 12 en 9 grupos de 3 y 3 grupos de 3, le permite expresar 3 × 12 = 3 × 9 + 3 × 3.

La última imagen nos muestra la estrategia de Masakuni (*Fig.5*), que consiste en descomponer el 12 como 12 = 6 + 6, entonces 3 × 6 + 3 × 6 = 3 × 12.

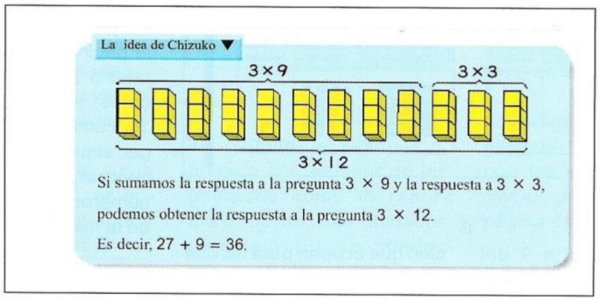
Cada una de estas soluciones muestra una profunda familiarización y conciencia de la construcción de los números y que se aplica en la generación de las tablas de multiplicar.

Reflexiones adicionales

Por ejemplo, en esta lección se extiende la tabla del 3 y se pide a los niños que encuentren cuánto es 3 ×12. Descomponen el 12 de distintas maneras y reducen este problema a otro que ya han resuelto, por ejemplo: 3 × 12 = 3 × 6 + 3 × 6, porque 12 = 6 + 6.

La expresión 3 × 12 = 3 × 6 + 3 × 6 es un ejemplo de la aplicación de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma. Dicha propiedad se enuncia como sigue:

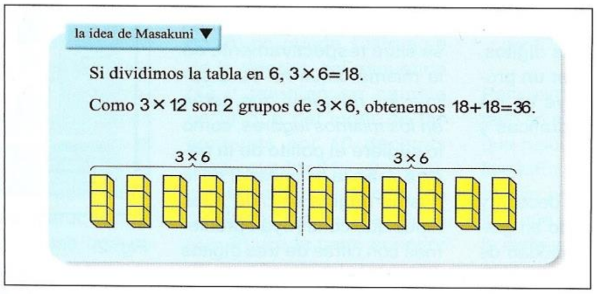
Si a, b y c son números reales, $a\,(b + c) = ab + ac$.



Si sumamos la respuesta a la pregunta 3 × 9 y la respuesta a 3 × 3, podemos obtener la respuesta a la pregunta 3 × 12.

Es decir, 27 + 9 = 36.

Fig. 4



Si dividimos la tabla en 6, 3×6=18.

Como 3×12 son 2 grupos de 3×6, obtenemos 18+18=36.

Fig. 5

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Identifica en las páginas 1 a 83 del Tomo II Vol. 2, los conocimientos y habilidades que se abordan y que sirven como antecedente para estudiar la multiplicación y las tablas de multiplicar. Compara tu respuesta con la de tus compañeros y argumenta por qué consideraste los antecedentes que encontraste.
2. ¿Qué propiedades de la multiplicación surgen a partir del trabajo con la tabla del 3 para resolver 3 × 12? Detalla tanto como puedas tu respuesta.
3. ¿Cómo contribuye la habilidad de componer y descomponer los números en la construcción del algoritmo convencional para la multiplicación de números naturales? Detalla tu respuesta tanto como puedas.

Reflexiones adicionales

El **sistema de numeración decimal** es un sistema de valor posicional, razón por la cual el valor de cada dígito depende de su posición dentro del número.

Así:

$$215 = 2 \times 100 + 1 \times 10 + 5 \times 1$$

$$215 = 2 \times 10^2 + 1 \times 10^1 + 5 \times 10^0$$

La **suma** o **adición** es la operación básica que consiste en combinar o añadir dos o más números para obtener una cantidad final o total.

También ilustra el proceso de juntar dos colecciones de objetos con el fin de obtener una sola colección.

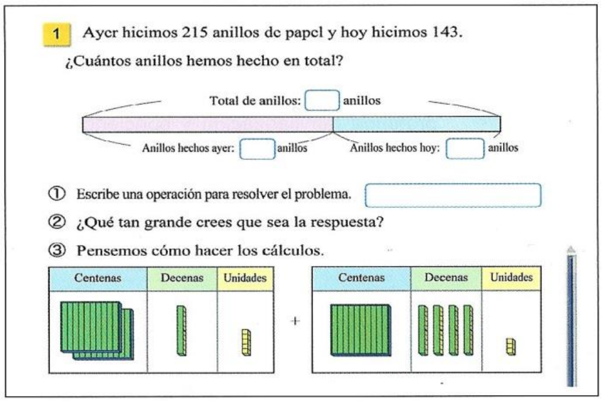
Aquellos números que componen una suma se les denomina **sumandos**.

Para sumar en la forma vertical dos números, los sumandos se colocan en filas sucesivas ordenando los números en columnas de derecha a izquierda, empezando con los números de las unidades (**U**), las decenas (**D**), las centenas (**C**), los millares (M), etcétera.

Ejemplo:

M	**C**	**D**	**U** ←	
	7	5	0 ←	1er *sumando*
1	5	8	3 ←	2^{o} *sumando*
		6	9	3er *sumando*

Suma con números de tres dígitos



1 Ayer hicimos 215 anillos de papel y hoy hicimos 143.

¿Cuántos anillos hemos hecho en total?

Total de anillos: ☐ anillos

Anillos hechos ayer: ☐ anillos Anillos hechos hoy: ☐ anillos

① Escribe una operación para resolver el problema. ☐

② ¿Qué tan grande crees que sea la respuesta?

③ Pensemos cómo hacer los cálculos.

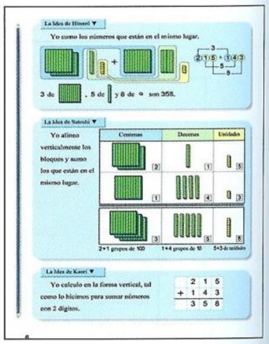
Fig. 1

En las páginas 5 a 9 del Tomo III, Vol. 1, se parte de lo que los alumnos aprendieron en segundo grado respecto a la suma en la forma vertical con números de dos dígitos, para abordar la adición de los números de tres dígitos. Se propone resolver un problema que se apoye en las representaciones gráficas y simbólicas.

El significado de la decena y la centena, estudiado en grados previos, y la habilidad de los niños para componer y descomponer estas unidades, son fundamentos para introducir la suma con tres dígitos como lo muestran las ideas presentadas en la imagen de la página 5 (*Fig.1*).

Es relevante que los niños reconozcan el orden de los números y el valor que tienen de acuerdo con la posición que ocupan para facilitar el paso para sumar números con tres dígitos usando la forma vertical. Con base en ello, se pide alinear los números de modo que cada lugar (unidades, decenas y centenas) se sitúe respectivamente en la misma columna para *sumar los números que están en los mismos lugares*, como lo sugiere el pollito de la página 7. En la actividad 2 de la misma página se pide a los niños que construyan problemas con cifras de tres dígitos dando lugar a problemas en los que haya necesidad de hacer cambios: el lugar de las unidades al de las decenas o el de las decenas por el lugar de las centenas. Con base en estas construcciones previas, en la siguiente página, se promueve que los alumnos reflexionen la forma en que se puede sumar 238 + 546, así como se hizo 215 + 143, hasta ese momento se explica cómo realizar una suma de dos números con tres dígitos en la forma vertical.

Las recomendaciones para efectuar la suma en su forma vertical giran en torno a lo que sugiere el pollito en la página 9: "calcular la respuesta para los mismos lugares, y cuando se obtiene 10, cambiarlo al siguiente lugar superior". Finalmente se generaliza la idea de que "los números grandes se suman de la misma manera".



La Idea de Hiromi ▼

Yo sumo los números que están en el mismo lugar.

3 de ▨, 5 de ▯ y 8 de ▫ son 358.

La Idea de Satoshi ▼

Yo alineo verticalmente los bloques y sumo los que están en el mismo lugar.

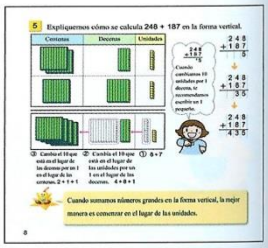
Centenas	Decenas	Unidades
2	1	5
1	4	3
3	5	8
2+1 grupos de 100	1+4 grupos de 10	5+3 de unidades

La Idea de Kaori ▼

Yo calculo en la forma vertical, tal como lo hicimos para sumar números con 2 dígitos.

$$\begin{array}{r} 215 \\ +\,143 \\ \hline 358 \end{array}$$

Fig. 2



5 Expliquemos cómo se calcula 248 + 187 en la forma vertical.

Cuando cambiamos 10 unidades por 1 decena, te recomendamos escribir un 1 pequeño.

③ Cambia el 10 que está en el lugar de las decenas por un 1 en el lugar de las centenas. 2 + 1 + 1

② Cambia el 10 que está en el lugar de las unidades por un 1 en el lugar de las decenas. 4 + 8 + 1

① 8 + 7

$$\begin{array}{r} 248 \\ +\,187 \\ \hline 5 \end{array} \quad \begin{array}{r} 248 \\ +\,187 \\ \hline 35 \end{array} \quad \begin{array}{r} 248 \\ +\,187 \\ \hline 435 \end{array}$$

Cuando sumamos números grandes en la forma vertical, la mejor manera es comenzar en el lugar de las unidades.

Fig. 3

Enlace: Para ampliar la información relacionada con el valor posicional del sistema de numeración decimal consultar la página: *http://es.wikipedia.org/wiki/Sistema_decimal* Para conocer más acerca de la suma consultar la página: *http://es.wikipedia.org/wiki/Suma*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

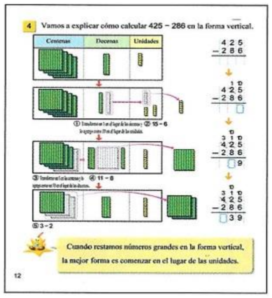
1. ¿Qué ventajas didácticas ofrece el hecho de introducir a los niños desde el primer grado al proceso de componer y descomponer un número para expresarlo en términos de otros mediante sumas o restas?
2. ¿Qué ventajas didácticas tiene que los niños aprendan a ver un número a través de la composición y descomposición de éste?
3. ¿Qué beneficios didácticos se obtienen cuando los alumnos adquieren de manera clara el significado de las operaciones y su algoritmo?

Resta con números de tres dígitos

En las páginas 10 a 15 del Tomo III, Vol. 1, se trata lo referente a la resta con números de tres dígitos en la forma vertical.

Se parte de un problema contextualizado que se apoya en representaciones gráficas, expresiones simbólicas y en las posibles ideas de los niños basadas en lo que han aprendido en el segundo grado sobre la resta en la forma vertical con números de dos dígitos.

Como sucede con la suma en la forma vertical, es importante que los alumnos reconozcan el orden de los números y el significado que tienen de acuerdo con la posición que ocupan en el sistema de numeración decimal, para alinearlos de modo que cada lugar (unidades, decenas y centenas) esté respectivamente en la misma columna y "restar los números que están en los mismos lugares", como lo sugiere el pollito en la página 11. En la misma página, la actividad 2 da lugar a la construcción de operaciones en las que se deben hacer transformaciones del lugar de las decenas a las unidades o de las centenas al lugar de las decenas y/o unidades. Con ejemplos de este tipo se explica cómo calcular la resta de números con tres dígitos en la forma vertical.



4 Vamos a explicar cómo calcular 425 − 286 en la forma vertical.

Cuando restamos números grandes en la forma vertical, la mejor forma es comenzar en el lugar de las unidades.

Fig. 1

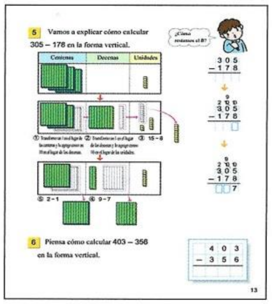
En el ejemplo 4 de la página 12 (*Fig. 1*) los dígitos se agrupan por lugar, después se calcula la respuesta, primero con el lugar de las unidades como lo reafirma el pollito. Las unidades de abajo (6) no pueden ser sustraídas de las de arriba (5) y se cambia una barra del lugar de las decenas por 10 unidades para calcular 15 − 6. De forma similar, la decena del sustraendo (8) no puede sustraerse de la decena del minuendo (1) y también se cambia un bloque del lugar de las centenas por 10 decenas para calcular 11 − 8. Finalmente se hacen los cálculos del lugar de las centenas (3 − 2). En la parte superior de cada lugar de la representación simbólica, se coloca la cantidad de unidades que quedaron después de hacer los cambios y se cancela el dígito modificado.

En el ejemplo 5 de la página 13 (*Fig. 2*) no es posible sustraer 8 de 5 y tampoco se pueden cambiar barras del lugar de las decenas a las unidades, por lo tanto, es necesario hacer dos modificaciones: cambiar un bloque del sitio de las centenas por 10 decenas, y de esos 10 se cambia uno al lugar de las unidades. Posteriormente, ya se calcula 15 − 8 en el lugar de las unidades, 9 − 7 en las decenas y 2 − 1 en las centenas. Con los mismos procesos se explica el ejemplo 6 de la misma página.

Los ejemplos 4, 5 y 6 de las páginas 12 y 13 cumplen con las condiciones enunciadas por el pollito en la página 14:

1. *Haz la resta con los números que están en las mismas posiciones.*
2. *Cuando no puedes restar en una posición, cambias un bloque desde el siguiente lugar por 10 de la siguiente posición.*

Para retroalimentar cada apartado se sugiere a los alumnos que resuelvan ejercicios similares. En la página 15 se presentan problemas en los que hay que vincular la suma con la resta y apoyarse en diagramas para resolverlos.



5 Vamos a explicar cómo calcular 305 − 178 en la forma vertical.

6 Piensa cómo calcular 403 − 356 en la forma vertical.

Fig. 2

Reflexiones adicionales

La **resta** o **sustracción** es una de las cuatro operaciones básicas de la aritmética. Se trata de una operación de descomposición, la cual consiste en sustraer una parte de cierta cantidad, cuyo resultado se conoce como diferencia. También se considera como la operación inversa a la suma.

Por ejemplo: si $a + b = c$, entonces $c - b = a$ o $c - a = b$.

En la resta, al primer número se le denomina **minuendo**, y al segundo, se le conoce como **sustraendo**. El resultado de la resta se le llama **diferencia**.

Para restar el número 751 de 1419 en la forma vertical se ordenan los números de la siguiente forma:

M	C	D	U	
1	4	1	9	← *Minuendo*
	7	5	1	← *Sustraendo*
0	6	6	8	← *Resto o diferencia*

Enlace: Para ampliar la información relacionada con la resta consultar la página: *http://es.wikipedia.org/wiki/Resta*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Por qué es didácticamente importante que los alumnos realicen de forma gráfica, o mediante materiales manipulables, las composiciones y descomposiciones necesarias al hacer operaciones como 305 − 178?
2. ¿Qué ventajas didácticas tiene fomentar en los niños la resolución de problemas con el apoyo de diagramas o materiales manipulables?
3. ¿Qué ventajas puede ofrecer la experiencia que tienen los alumnos en componer y descomponer números para abordar el algoritmo de la resta? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
4. ¿Qué limitaciones podrían presentar los alumnos si no han tenido la experiencia de componer y descomponer números al abordar el algoritmo de la resta? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

La multiplicación

Reflexiones adicionales

En esta lección se aborda el estudio de la multiplicación con números de dos dígitos y se explota el significado de esta operación como: "tomar un número de veces una cantidad" que se desarrolló con números pequeños. A partir de esto los alumnos construyen *procedimientos no convencionales* para multiplicar con números más grandes.

Se aprovechan las habilidades que han desarrollado los alumnos para "descomponer y componer" números. Por ejemplo, para multiplicar por 7, lo descomponen en 4 y 3, se desagrega de esa manera el 7 para aprovechar que los alumnos ya saben cómo multiplicar por 4 y por 3. Esto significa "reducir un problema nuevo a un problema que antes ya se ha resuelto". Además, con ello se induce el conocimiento de la propiedad distributiva del producto respecto a la suma.

De esta manera se propicia que los alumnos construyan las tablas de multiplicar, es decir, no se presentan como "reglas ciegas". Las tablas de multiplicar no se presentan como "recetas que deben aprenderse de memoria", más bien son el resultado de lo que van construyendo los alumnos a partir de sus habilidades para componer y descomponer números que previamente han desarrollado.

Debe notarse que la multiplicación por 10 se aborda a partir de agrupar y contar, que son acciones intuitivas que los alumnos han realizado usando materiales manipulables, después se concluye que al multiplicar por 10 se aumenta un cero al otro multiplicando.

En resumen, se le va dando sentido y significado a la multiplicación a partir de lo que previamente saben los alumnos.

Cabe aclarar que a los estudiantes no se les dan los nombres de las propiedades, más bien se pide que las entiendan y que las apliquen; sin embargo, para nosotros es importante recordar estas propiedades.

Piensa en ello utilizando las propiedades de la multiplicación.

2 Vamos a encontrar varias propiedades para la expresión que tiene la misma respuesta que 7X6.

① ¿Qué números van en los ▢ de abajo?

7x6=▢

6x▢=▢

Observa la tabla de multiplicar.

7x6=6x ▢

En la multiplicación, las respuestas son las mismas si el multiplicando y el multiplicador intercambian sus lugares.

El símbolo = se lee **"igual"**. Esto significa que la expresión que está a la izquierda de este símbolo es equivalente a la que está a la derecha.

Fig. 1

¿Cuántos lápices se necesitan para 4 alumnos?

Fig. 2

En las páginas 22 a 37 del Tomo III, Vol. 1, se abunda en el conocimiento y dominio de la multiplicación.

Esta lección consta de cuatro partes:

En la primera parte se abordan las propiedades de la multiplicación con números de un dígito, aspecto que los alumnos han estudiado en los grados anteriores por medio de la construcción de la tabla de multiplicar.

Para completar esta tabla (*Fig.1*) inicialmente se les hacen algunas preguntas a los alumnos y después se les da un ejemplo gráfico, el cual sugiere que, en la multiplicación, el resultado es el mismo si el multiplicando y el multiplicador intercambian su posición (*propiedad conmutativa*).

Enseguida se retoma el con-

el manejo de una secuencia numérica, que induce la idea de que si aumentamos o disminuimos en 1 el número de veces que tomamos un número, el producto se incrementa o disminuye tantas veces como el número que se eligió; por ejemplo: que noten que la tabla del 3 va de 3 en 3, la del 4 va de 4 en 4, etc. Por consiguiente, para resolver 4 × 5 basta con saber cuánto es 4 × 4, es decir, el conocimiento que se aborda en esta lección proporciona a los alumnos una herramienta que les permite *traducir un problema nuevo a un problema ya conocido.*

Para continuar con las propiedades de la multiplicación, se descompone uno de los factores en sumandos, y se aplica de forma implícita la *propiedad distributiva*, sin formalizarla todavía.

Esta parte concluye cuando se llega a la *propiedad asociativa* a partir de un problema. *De nueva cuenta se acude a la estrategia de traducir un problema nuevo a un problema conocido* (*Fig. 2*).

En la segunda parte, páginas. 27 a 29, gracias a un juego de tarjetas en la página 26 (*Fig. 3*) se induce el concepto de la **multiplicación por cero**, el cual se ejercita a partir de los valores de las tarjetas y el número de éstas en cada zona del tablero de "tiro al blanco"con determinado puntaje:

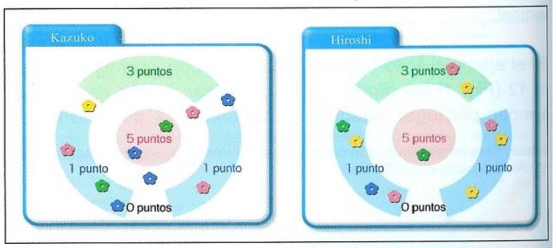


Fig. 3

El recuadro del pollito sugiere la conclusión a la que deben llegar:

Cualquier número multiplicado por 0 es igual a 0.
0 multiplicado por cualquier número es igual a 0.

Fig. 4

En la tercera parte, desde la página 29 se pretende llegar a la regla para **multiplicar por 10**. Para lograrlo, se inicia con un problema donde es necesario saber el número total de calcomanías que hay en una planilla (*Fig. 5*). Se debe notar que aun cuando el alumno ya trabajó antes la multiplicación por cero y por otros dígitos, no se da una regla de inmediato, sino que se les vuelven a presentar ejemplos gráficos que les permiten deducir de forma gradual las reglas.

3 Multiplicación con 10

1 ¿Cuántas calcomanías hay en total?

① Escribe dos multiplicaciones para calcular el número total de calcomanías.

☐ × ☐ ☐ × ☐

Fig. 5

1 Hay 3 lápices que cuestan 40 yenes cada uno. ¿Cuánto debe pagarse por los 3?

Fig. 6

En lo que respecta a la cuarta parte, en la página 30 (*Fig. 6*), se utiliza la **multiplicación con 10 y con 100**, por ello se plantean problemas donde se emplean este tipo de multiplicaciones.

Para finalizar, hay una serie de ejercicios, son variados y se practica lo visto en los apartados anteriores. También se proponen problemas que involucran las nociones sobre multiplicación y se presenta un reto donde se debe localizar el valor del multiplicador y el multiplicando a partir de los productos. Se debe notar que en este caso se induce el concepto de la división como la operación inversa de la multiplicación. Es decir, como la operación que da a conocer el producto y uno de los factores, nos permite encontrar el otro factor. Dicho de otra manera, al conocer el divisor y el dividendo, se obtiene el cociente.

Reflexiones adicionales

Las propiedades de la multiplicación con números enteros son las siguientes:

Propiedad de cerradura:

Dados a y $b \in Z$ existe c tal que $ab = c$, donde c también es un número entero.

Propiedad conmutativa:

$a \bullet b = b \bullet a$

Cuando dos números se multiplican, el producto es el mismo sin importar el orden de los multiplicandos.

Propiedad asociativa:

$a \bullet (b \bullet c) = (a \bullet b) \bullet c$

Cuando se multiplican tres o más números, el producto es el mismo sin importar como se agrupan los factores.

Propiedad distributiva:

$a \bullet (b + c) = a \bullet b + a \bullet c$

La suma de dos números por un tercero es igual a la suma de cada sumando por el tercer número.

Elemento neutro:

$a \bullet 1 = 1 \bullet a = a$

Cuando se multiplica cualquier número por uno, el producto es el mismo número.

Todo número multiplicado por 0 da por resultado 0. La multiplicación por 0 se aborda después de deducir las propiedades de la tabla de multiplicar.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. En esta lección se introducen las propiedades conmutativa y distributiva de la multiplicación con números naturales. ¿En qué momentos de la lección y con qué propósitos didácticos se usan esas propiedades? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
2. Escribe cinco ejemplos en los que la propiedad distributiva del producto respecto a la suma permite agilizar los cálculos.
3. ¿Qué significado tiene la expresión "aprender las tablas de multiplicación como reglas ciegas"? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
4. ¿Qué ventajas didácticas ofrece el hecho de propiciar que no se aprendan las tablas de multiplicar como "reglas ciegas"? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
5. ¿Pueden aprovechar los alumnos su conocimiento de las propiedades de la multiplicación para agilizar sus procedimientos para calcular? Justifica tu respuesta presentando varios ejemplos y discute su pertinencia con tus compañeros y tu profesor.
6. Seguramente hay otras maneras de propiciar que los alumnos no aprendan las tablas de multiplicar como "reglas ciegas". Encuentra una de esas maneras y compárala en términos de sus ventajas didácticas con las que se presentan en este texto. Discute tu propuesta con tus compañeros y tu profesor.
7. Investiga si la propiedad del inverso multiplicativo se cumple para los números enteros y cuáles de las propiedades antes señaladas no se cumplen para los números naturales. En cada caso proporciona un ejemplo que te permita justificar tu respuesta.

La división en situaciones de reparto equitativo

Fig. 1

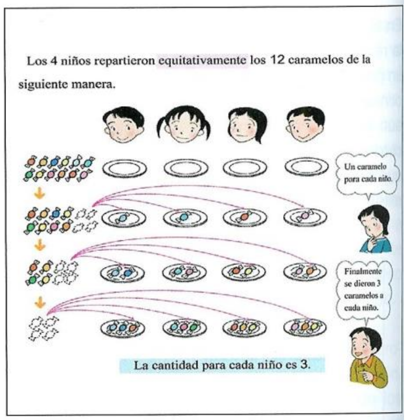


Fig. 2

En las páginas 3 y 4 del Tomo III, Vol. 2, la lección se inicia confrontando a los alumnos con situaciones que involucran el reparto equitativo de un número de dos dígitos entre un número de un dígito.

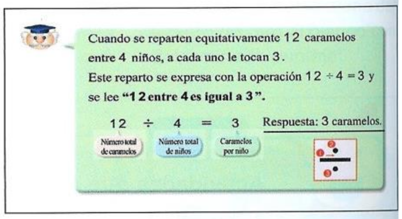
Las ilustraciones en la página 3 (*Fig. 1*) sugieren hallar la cantidad que recibe cada niño de manera que el reparto del total de caramelos sea equitativo.

La pregunta "¿cuántos para cada uno?", que muestra el pollito, refuerza lo que los niños tienen que lograr.

La imagen de la siguiente página (*Fig. 2*) muestra una forma no convencional que pueden usar los niños para dar respuesta a la pregunta. De arriba hacia abajo, en la primera fila se representa a los cuatro niños y en la segunda, los 12 caramelos y un plato vacío para cada niño.

El total de caramelos se reparte uno por uno a cada niño y se coloca en cada plato como lo ilustran las flechas amarillas y las líneas color púrpura de la fila tres. Al completar una vuelta en el reparto se toma otro caramelo para cada niño y así se continúa hasta agotar los caramelos. La última fila muestra en cada plato 3 caramelos que corresponden a la cantidad que recibe cada niño y reafirma la respuesta a la pregunta.

En la imagen final de la página 4 (*Fig. 3*) se pasa de la forma icónica a la forma simbólica para formalizar matemáticamente esta situación introduciendo la notación convencional de la división. A cada elemento de la operación se le asocia el significado que adquiere en el contexto de esta situación.



Cuando se reparten equitativamente 12 caramelos entre 4 niños, a cada uno le tocan 3.

Este reparto se expresa con la operación 12 ÷ 4 = 3 y se lee **"12 entre 4 es igual a 3".**

12 ÷ 4 = 3 Respuesta: 3 caramelos.

Fig. 3

Reflexiones adicionales

En esta lección se destaca el acercamiento intuitivo que se emplea para inducir la noción de la división en el contexto de situaciones de reparto equitativo.

Debe notarse que el problema que se plantea queda resuelto mediante el reparto de los caramelos, uno a uno, situación de la que se obtiene que a cada niño le corresponden 3 caramelos.

Una vez que los niños saben cómo solucionar el problema y una forma de resolverlo, se introduce la noción de la división como operación aritmética y su notación convencional, la cual se muestra en el recuadro del profesor: 12 ÷ 4 = 3.

Asimismo, se induce la relación que hay entre la división y la multiplicación: 3 × 4 = 12, lo cual se refuerza mediante las ilustraciones.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Con qué propósito se introduce la noción de la división y su notación convencional si el problema ya estaba resuelto? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Qué papel desempeña en el aprendizaje del concepto de división el acercamiento intuitivo a la solución del problema de los caramelos? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
3. ¿Cuál es el propósito de introducir en la misma lección un acercamiento intuitivo a la solución del problema y la representación formal por medio de la división? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
4. ¿Qué ventajas o desventajas didácticas tendría el hecho de postergar la introducción de la notación formal de la división? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

La división como operación aritmética

En las páginas 5, 6 y 7 del Tomo III, Vol. 2, se aborda la división como una operación aritmética.

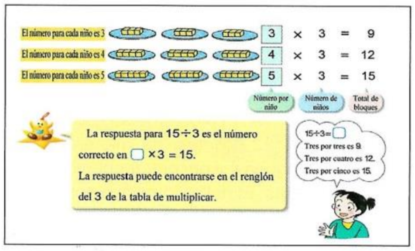
La conjunción de las representaciones icónica y simbólica (matemática) que se presentaron en las páginas previas para la solución del problema de reparto, son el antecedente para propiciar que los niños asignen un sentido y significado a la división. De estos procesos se toman las expresiones 12 ÷ 4 = 3 y 6 ÷ 3 = 2 para introducir la noción de la división como operación aritmética y reafirmar que "la división se usa para repartir cosas entre niños de modo que cada uno reciba la misma cantidad".

Debemos hacer énfasis en que, en cada actividad, los aprendizajes adquiridos previamente se van entrelazando de forma deliberada para "armar" el andamiaje sobre el que los niños construyen conocimientos nuevos a partir de los ya aprendidos. Para dar continuidad al desarrollo del nuevo conocimiento, en el ejercicio 3 de la página 5 se pide a los niños que obtengan la respuesta al problema de "repartir equitativamente 15 bloques entre 3 niños" **sin utilizar** los bloques.

Para llevarlo a cabo, en la página 6 se les sugiere a los niños que hagan estimaciones con el apoyo de la tabla de multiplicar; por ejemplo, "si la cantidad para cada uno es dos, obtenemos 2 × 3..." (*Fig.1*)

Esta actividad conduce a que los alumnos usen el renglón del 3 en la tabla de multiplicar y con ello determinar la cantidad de bloques para cada niño y hallar el producto más cercano a 15.

En cada intento se induce a vincular la expresión matemática con la división para obtener el cociente mediante un proceso que consiste en encontrar un número que multiplicado por el divisor sea igual o, si es menor, se aproxime al dividendo tanto como sea posible (*Fig. 2*).



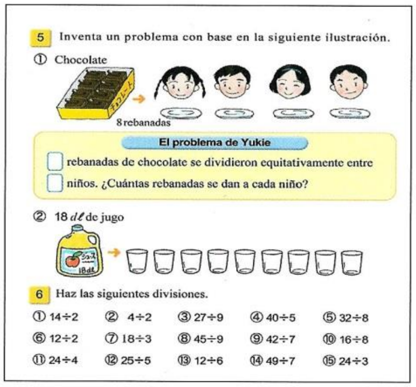
La respuesta para 15÷3 es el número correcto en ☐ ×3 = 15.

La respuesta puede encontrarse en el renglón del 3 de la tabla de multiplicar.

Fig. 1

En esta lección se extiende la noción de la división al caso de magnitudes continuas empleando una unidad arbitraria (el problema del jugo).

Finalmente se pide a los niños que inventen problemas de reparto equitativo en situaciones donde se sugiere la cantidad total y un número determinado de casos para hallar la cantidad correspondiente (cociente).



5 Inventa un problema con base en la siguiente ilustración.

① Chocolate

El problema de Yukie

☐ rebanadas de chocolate se dividieron equitativamente entre ☐ niños. ¿Cuántas rebanadas se dan a cada niño?

② 18 $d\ell$ de jugo

6 Haz las siguientes divisiones.

① 14÷2 ② 4÷2 ③ 27÷9 ④ 40÷5 ⑤ 32÷8
⑥ 12÷2 ⑦ 18÷3 ⑧ 45÷9 ⑨ 42÷7 ⑩ 16÷8
⑪ 24÷4 ⑫ 25÷5 ⑬ 12÷6 ⑭ 49÷7 ⑮ 24÷3

Fig. 2

Reflexiones adicionales

Si a y b son números naturales, decimos que b es divisor de a, si existe un número natural q, tal que $a = bq$. Esto también se expresa como b divide a a, que a es divisible por b o que a es múltiplo de b.

$$\begin{array}{ccccc} a & \div & b & = & q \\ \uparrow & & \uparrow & & \uparrow \\ \textbf{Dividendo} & & \textbf{Cociente} & & \textbf{Divisor} \end{array}$$

Con las expresiones:

15 ÷ 3 = __× 3 = 15 se busca el valor del cociente y se propicia que los niños perciban la estrecha *relación entre la multiplicación y la división.*

La teoría constructivista propone que cuando un alumno enfrenta un nuevo contenido de aprendizaje lo hace reorganizando una serie de conocimientos que ha adquirido en el transcurso de experiencias previas.

Una **magnitud es continua** cuando sus partes no pueden separarse, por ejemplo: el agua contenida en un vaso. La **magnitud discreta** es aquella que posee un número de partes que podemos contar, como el conjunto de los números naturales.

Enlace: Para conocer más respecto al proceso de dividir consulta la página: *http://es.wikipedia.org/wiki/División*
Para conocer respecto a cantidades discretas y continuas consulta la página: *http://es.wikipedia.org/wiki/Discreto*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué retos representa para el profesor lograr que los alumnos aprendan conocimientos nuevos sobre la base de los ya aprendidos? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Cuál es el propósito didáctico que subyace en pedir a los alumnos que hagan estimaciones para encontrar un número que multiplicado por el divisor sea igual o, si es menor, se aproxime al dividendo tanto como sea posible?
3. ¿Cuáles son las ventajas didácticas de extender el significado de la división involucrando magnitudes como longitud o densidad?
4. ¿Cuál es el propósito didáctico que subyace en pedir a los alumnos que inventen problemas? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

La división como sustracción iterada

Reflexiones adicionales

La operación 12 ÷ 4 puede realizarse al sustraer de manera iterada 4 unidades de 12, el número de veces que la sustracción lo permita.

$$12 - 4 = 8$$

$$8 - 4 = 4$$

$$4 - 4 = 0$$

El 4 puede restarse de 12 tres veces, esto significa que 4 está contenido 3 veces en 12.

$$12 \div 3 = [\ ] \text{ o } [\ ] \times 3 = 12$$

La **división** es una operación aritmética que permite encontrar cuántas veces un número está contenido en otro. Esta operación puede abordarse como inversa de la multiplicación y también como una resta iterada.

En las páginas 8 a 10 del Tomo III, Vol. 2, se estudia la división como sustracción iterada.

El ejercicio 7 de la página 8 (*Fig. 1*) plantea una situación a resolver. El problema en esta lección solicita repartir 12 galletas, de manera que a cada niño le toquen 4 y encontrar cuántos niños recibirán galletas. El pollito lo ratifica con la pregunta: "¿cuántos niños pueden recibir algo?".

El esquema que se usa en la lección es fundamental porque induce el significado de la división como sustracción iterada. Los significados que tiene la división como cociente de dos números y como sustracción iterada son procesos distintos que se representan con la misma expresión matemática. Esto puede apreciarse claramente en la relación de la división con la multiplicación como se muestra en en el recuadro del profesor y en el ejemplo de la siguiente página (*Figs.1* y *2*). Ahora se trata de *encontrar cuántos niños pueden recibir la misma cantidad.*

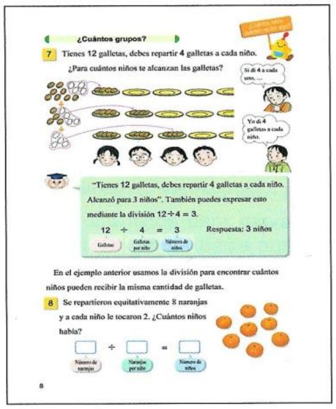
En la página 9 se muestra cómo se vincula la división con la multiplicación (*Fig. 2*). Se trata de obtener un número (cociente) que multiplicado por el divisor (3) sea igual o, si es menor, se aproxime tanto como sea posible al dividendo (15). Con este propósito se conduce a los alumnos a que usen el renglón del 3 en la tabla de multiplicar. La idea es que encuentren cuántos niños pueden recibir tres cosas en la medida que se halla el producto más cercano a 15.

Estos ejemplos involucran otro tipo de magnitudes en función de una unidad arbitraria, como la que se muestra en la imagen.

Finalmente se pide a los niños que resuelvan situaciones donde la división se utiliza dando mayor énfasis a su relación con la multiplicación. Hasta este momento es que se institucionaliza la división:

$$\underset{\textbf{Dividendo}}{\overset{\uparrow}{a}} \div \underset{\textbf{Respuesta}}{\overset{\uparrow}{b}} = \underset{\textbf{Divisor}}{\overset{\uparrow}{q}}$$

El tema se cierra pidiendo a los niños que inventen problemas a partir de situaciones que se sugieren mediante ilustraciones y que realicen una serie de ejercicios.



¿Cuántos grupos?

7 Tienes 12 galletas, debes repartir 4 galletas a cada niño. ¿Para cuántos niños te alcanzan las galletas?

"Tienes 12 galletas, debes repartir 4 galletas a cada niño. Alcanzó para 3 niños". También puedes expresar esto mediante la división 12 ÷ 4 = 3.

12 ÷ 4 = 3 Respuesta: 3 niños

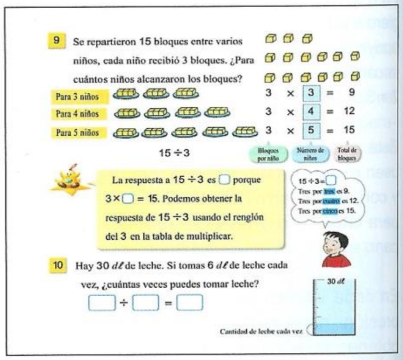
En el ejemplo anterior usamos la división para encontrar cuántos niños pueden recibir la misma cantidad de galletas.

8 Se repartieron equitativamente 8 naranjas y a cada niño le tocaron 2. ¿Cuántos niños había?

☐ ÷ ☐ = ☐

8

Fig. 1



9 Se repartieron 15 bloques entre varios niños, cada niño recibió 3 bloques. ¿Para cuántos niños alcanzaron los bloques?

3 × 3 = 9
3 × 4 = 12
3 × 5 = 15

15 ÷ 3

La respuesta a 15 ÷ 3 es ☐ porque 3 × ☐ = 15. Podemos obtener la respuesta de 15 ÷ 3 usando el renglón del 3 en la tabla de multiplicar.

10 Hay 30 $d\ell$ de leche. Si tomas 6 $d\ell$ de leche cada vez, ¿cuántas veces puedes tomar leche?

☐ ÷ ☐ = ☐

Fig. 2

Enlace: Para conocer respecto al proceso de dividir consultar la página: *http://es.wikipedia.org/wiki/División*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuál es el propósito didáctico que subyace en mostrar dos formas distintas para hacer una división? Discute y argumenta tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Qué ventajas didácticas brinda el hacer evidente la relación de la multiplicación con la división respecto al aprendizaje del algoritmo convencional de la división? Argumenta tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
3. ¿Qué limitaciones o ventajas habría si se iniciara el aprendizaje de la división abordando el algoritmo convencional? Discute y argumenta tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

División con uno y con cero

En las páginas 11 y 12 del Tomo III, Vol. 2, se amplía el estudio de la división.

Se abordan los casos de la división con el mismo dividendo y divisor, y con cero como dividendo, en el transcurso de una situación similar de reparto equitativo, en la que varía el dividendo para hallar el valor del cociente.

En el ejercicio que se plantea en la página 11 (*Fig. 1*), en el primer ejemplo, el dividendo (12) es un **múltiplo** del divisor (4) y el valor del cociente es mayor que 1.

$$12 \div 4 = 3$$

En el segundo caso el dividendo (4) y el divisor (4) son iguales y el valor del cociente es 1.

$$4 \div 4 = 1$$

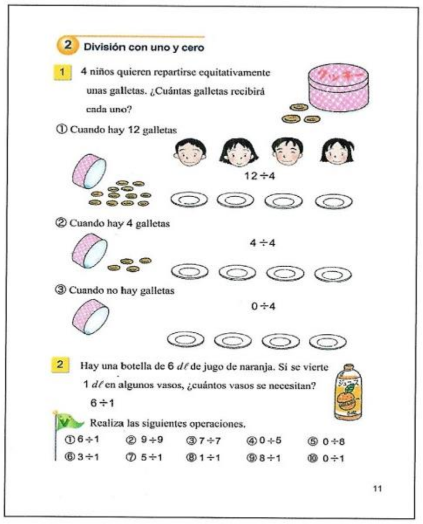
Este ejemplo sugiere a los estudiantes que cualquier número dividido entre sí mismo es 1.

En el tercer caso el dividendo es cero, el divisor cuatro, y el valor del cociente es cero. Esto resulta tras observar que no hay galletas que repartir, razón por la cual los niños no reciben ninguna galleta.

$$0 \div 4 = 0$$

Cero dividido entre un número diferente de cero es cero.

Esta actividad permite a los alumnos familiarizarse con casos particulares de la división que es importante considerar y se continúa aplicando esta operación en situaciones que involucran magnitudes continuas, como el caso particular de dividir entre 1 en el ejemplo de la sección 2.



2 División con uno y cero

1 4 niños quieren repartirse equitativamente unas galletas. ¿Cuántas galletas recibirá cada uno?

① Cuando hay 12 galletas

$12 \div 4$

② Cuando hay 4 galletas

$4 \div 4$

③ Cuando no hay galletas

$0 \div 4$

2 Hay una botella de 6 $d\ell$ de jugo de naranja. Si se vierte 1 $d\ell$ en algunos vasos, ¿cuántos vasos se necesitan?

$6 \div 1$

Realiza las siguientes operaciones.

① $6 \div 1$ ② $9 \div 9$ ③ $7 \div 7$ ④ $0 \div 5$ ⑤ $0 \div 8$
⑥ $3 \div 1$ ⑦ $5 \div 1$ ⑧ $1 \div 1$ ⑨ $8 \div 1$ ⑩ $0 \div 1$

11

Fig. 1

Se debe notar que es hasta esta lección que se confronta a los alumnos con ejercicios de división *sin resto* con cero dividendo, 1 como divisor y donde el dividendo es igual al divisor.

En la página siguiente los alumnos tienen la oportunidad de retroalimentar lo aprendido en este tema resolviendo problemas contextualizados en distintas situaciones.

Reflexiones adicionales

Si a y b son números naturales, se dice que a es **múltiplo** de b si existe un número natural c tal que $a = bc$.

Por ejemplo, 12 es múltiplo de 3 porque $12 = 3 \times 4$.

Se recomienda analizar de forma didáctica la situación que se emplea para mostrar que no se puede dividir entre cero porque es imposible hacer cero grupos de una cantidad.

Si se divide entre 1 se tiene un grupo y por lo tanto, el total está en ese grupo.

Enlace: Para ampliar el significado de múltiplo consulta: *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Multiplos_divisores/multiplo.htm*
Para conocer respecto a la división entre cero: *http://es.wikipedia.org/wiki/División_por_cero*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué propósito didáctico subyace en propiciar que los alumnos conozcan de manera especial la división con cero como dividendo, con uno como divisor y con el dividendo igual al divisor?
2. ¿Qué propósito didáctico subyace en propiciar que los alumnos aprendan la división con cero, con uno y con el mismo dividendo y divisor, después de haber institucionalizado la operación?
3. ¿Por qué no podemos dividir cero entre cero? Intenta explicar esto acudiendo a argumentos intuitivos y después a la relación que hay entre la multiplicación y la división. Discute cuál tipo de argumentación resulta más clara en el contexto de la enseñanza.
4. ¿Por qué no podemos dividir ningún número entre cero? Intenta explicar esto acudiendo a argumentos intuitivos y después a la relación que hay entre la multiplicación y la división. Discute cuál tipo de argumentación resulta más clara en el contexto de la enseñanza.

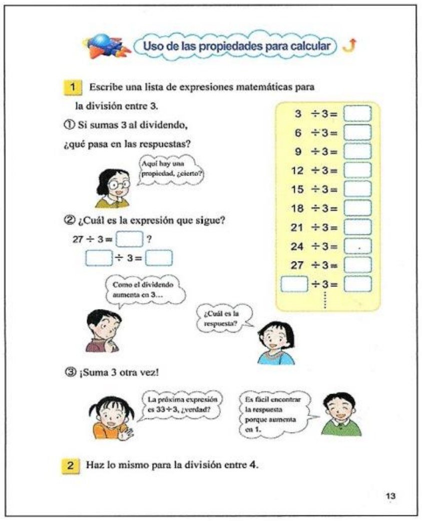
Uso de las propiedades para calcular

Reflexiones adicionales

Un **patrón** es un tipo de objetos recurrentes o sucesos que se repiten de manera predecible.

Al aplicar a un conjunto una regla que se ha observado en un número limitado de casos se dice que se está poniendo a prueba una conjetura, que en caso de ser demostrada rigurosamente se reconoce como una generalización.

En las páginas 13 a 16 del Tomo III, Vol. 2, se estudia la aplicación de las propiedades para calcular.



Uso de las propiedades para calcular

1 Escribe una lista de expresiones matemáticas para la división entre 3.

① Si sumas 3 al dividendo, ¿qué pasa en las respuestas?

Aquí hay una propiedad, ¿cierto?

3 ÷ 3 = ☐
6 ÷ 3 = ☐
9 ÷ 3 = ☐
12 ÷ 3 = ☐
15 ÷ 3 = ☐
18 ÷ 3 = ☐
21 ÷ 3 = ☐
24 ÷ 3 = ☐
27 ÷ 3 = ☐
☐ ÷ 3 = ☐
⋮

② ¿Cuál es la expresión que sigue?

27 ÷ 3 = ☐ ?
☐ ÷ 3 = ☐

Como el dividendo aumenta en 3…

¿Cuál es la respuesta?

③ ¡Suma 3 otra vez!

La próxima expresión es 33 ÷ 3, ¿verdad?

Es fácil encontrar la respuesta porque aumenta en 1.

2 Haz lo mismo para la división entre 4.

13

Fig. 1

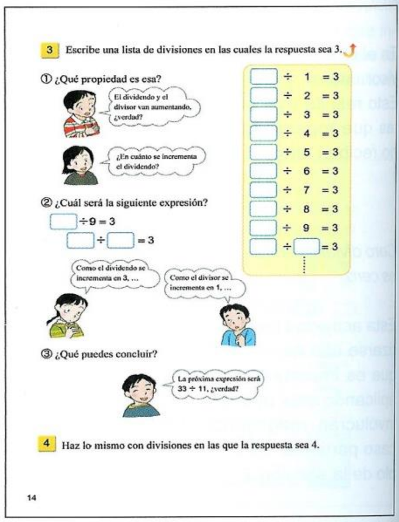
En las secciones 1 y 2 de la página 13 (*Fig.1*) se fortalece la idea de obtener el cociente al encontrar un número que multiplicado por el divisor sea igual al dividendo. Este proceso sugiere a los alumnos que hagan estimaciones antes de realizar los cálculos y les ofrece una oportunidad para que formulen de manera general qué sucede cuando el dividendo aumenta de 3 en 3 (sección 1) o de 4 en 4 (sección 2).

En las secciones 3 y 4 que se encuentran en la página 14 (*Fig. 2*) se pide a los alumnos hallar divisiones con el mismo cociente haciendo variar el dividendo y divisor. La pregunta: "¿en cuánto se incrementa el dividendo?", induce a los alumnos a la reflexión. Para hallar las respuestas, los niños tienen que tomar en cuenta que el divisor aumenta en 1 y que los cocientes sean los mismos.

Al generalizar, los alumnos descubren por qué las reglas funcionan en situaciones determinadas. El caso de 33 ÷ 11 es el antecedente para dividir un número de dos dígitos entre un número de dos dígitos. Esta experiencia propicia que los alumnos formulen los argumentos para justificar cuándo son válidas estas reglas y cómo aplicarlas después.

En el ejercicio de la página 16: "¿qué número va en el recuadro?", se presenta una lista de problemas donde los alumnos tienen la oportunidad de retroalimentar lo aprendido del tema.

Enlace: En *http://es.wikipedia.org/wiki/Patr%C3%B3n_(estructura)* podrás ampliar el conocimiento de lo que es un patrón.



3 Escribe una lista de divisiones en las cuales la respuesta sea 3.

① ¿Qué propiedad es esa?

El dividendo y el divisor van aumentando, ¿verdad?

¿En cuánto se incrementa el dividendo?

☐ ÷ 1 = 3
☐ ÷ 2 = 3
☐ ÷ 3 = 3
☐ ÷ 4 = 3
☐ ÷ 5 = 3
☐ ÷ 6 = 3
☐ ÷ 7 = 3
☐ ÷ 8 = 3
☐ ÷ 9 = 3
☐ ÷ ☐ = 3
⋮

② ¿Cuál será la siguiente expresión?

☐ ÷ 9 = 3
☐ ÷ ☐ = 3

Como el dividendo se incrementa en 3, …

Como el divisor se incrementa en 1, …

③ ¿Qué puedes concluir?

La próxima expresión será 33 ÷ 11, ¿verdad?

4 Haz lo mismo con divisiones en las que la respuesta sea 4.

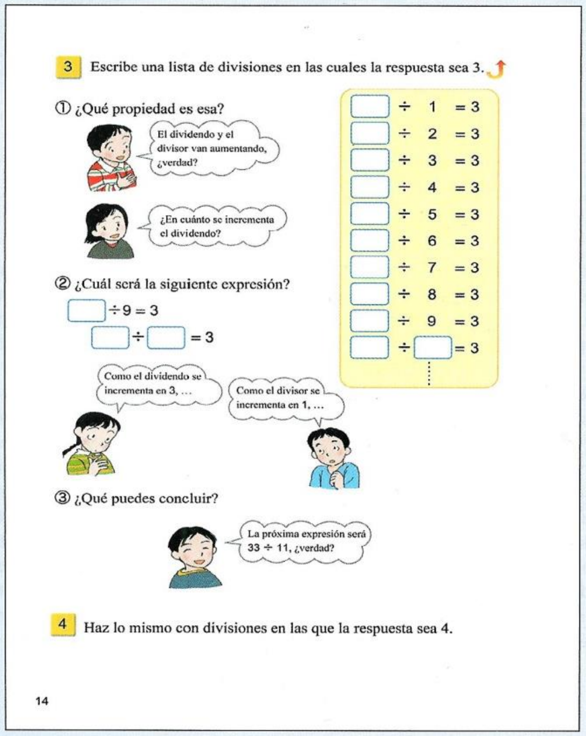
14

Fig. 2

Enlace: En *http://es.wikipedia.org/wiki/Patr%C3%B3n_(estructura)* podrás ampliar el conocimiento de lo que es un patrón.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué relación hay entre la actividad propuesta en la sección 3 y la equivalencia de fracciones comunes? Justifica tu respuesta tan claramente como te sea posible y discútela con tus compañeros y tu profesor.



3 Escribe una lista de divisiones en las cuales la respuesta sea 3.

① ¿Qué propiedad es esa?

El dividendo y el divisor van aumentando, ¿verdad?

¿En cuánto se incrementa el dividendo?

② ¿Cuál será la siguiente expresión?

$\square \div 9 = 3$

$\square \div \square = 3$

Como el dividendo se incrementa en 3, …

Como el divisor se incrementa en 1, …

③ ¿Qué puedes concluir?

La próxima expresión será 33 ÷ 11, ¿verdad?

$\square \div 1 = 3$
$\square \div 2 = 3$
$\square \div 3 = 3$
$\square \div 4 = 3$
$\square \div 5 = 3$
$\square \div 6 = 3$
$\square \div 7 = 3$
$\square \div 8 = 3$
$\square \div 9 = 3$
$\square \div \square = 3$
⋮

4 Haz lo mismo con divisiones en las que la respuesta sea 4.

14

2. ¿Qué ventajas tiene que los alumnos comprendan y apliquen la regla que se presenta en la sección 3?
3. ¿Qué relación hay entre la actividad propuesta en la sección 3 y la división con números decimales? Te sugerimos que hagas la operación 37.26 ÷ 7.2 y analices los pasos que sigues para resolverla. Después formula y justifica tu respuesta tan claramente como te sea posible.

División con resto

11 **División con resto**

Hay 20 manzanas y 23 naranjas. Ponemos 4 de cada una en algunas bolsas.

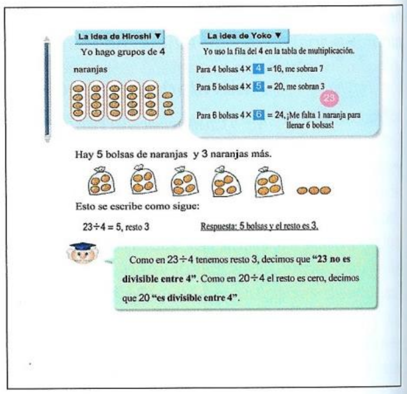
¿Cuántas bolsas con manzanas puedes armar?

Caben 4 manzanas en cada bolsa

¿Cuántas bolsas con naranjas puedes armar?

Me sobran algunas naranjas

Fig. 1



La idea de Hiroshi ▼

Yo hago grupos de 4 naranjas

La idea de Yoko ▼

Yo uso la fila del 4 en la tabla de multiplicación.

Para 4 bolsas 4 × 4 = 16, me sobran 7

Para 5 bolsas 4 × 5 = 20, me sobran 3

Para 6 bolsas 4 × 6 = 24, ¡Me falta 1 naranja para llenar 6 bolsas!

Hay 5 bolsas de naranjas y 3 naranjas más.

Esto se escribe como sigue:

$23 \div 4 = 5$, resto 3 Respuesta: 5 bolsas y el resto es 3.

Como en $23 \div 4$ tenemos resto 3, decimos que **"23 no es divisible entre 4"**. Como en $20 \div 4$ el resto es cero, decimos que 20 **"es divisible entre 4"**.

Fig. 1

En las páginas 45-49 del Tomo III, Vol. 2, se trata el tema de la división con resto.

En la página 45 (*Fig. 1*) se introduce la división con resto (residuo) planteando un problema que implica reparto; se inicia al pedir a los alumnos que lo resuelvan sin hacer los cálculos. En la misma página se presenta otro problema prescindiendo de la representación icónica. Se pide a los alumnos que construyan la expresión matemática que plantea el problema y la forma en que ésta podría resolverse haciendo uso de la tabla de multiplicar. Para aclarar la situación problemática, en la página siguiente (*Fig.2*) se presentan dos soluciones y diferentes formas de representación simbólica. En estos procesos se promueve que los alumnos apliquen lo que han aprendido y comparen diferentes ideas para solucionar el problema.

La primera solución acude a la estrategia de formar grupos con la misma cantidad de elementos y en la segunda se recurre a la tabla de multiplicar para hacer estimaciones y encontrar el producto de dos números que sea menor y el más cercano a 23. De esta forma se obtiene que 5 × 4 es el producto que cumple la condición de ser menor y el más cercano a 23 (que deja un resto más pequeño que el divisor). Finalmente la solución se expresa como **$23 \div 4 = 5$ con resto** 3 y

Reflexiones adicionales

El uso de múltiples soluciones para un problema propicia que se compartan ideas matemáticas y que se trabaje con varias formas de representación. Esta circunstancia permite que los alumnos fortalezcan sus conocimientos y afinen sus argumentos en la toma de decisiones.

La división con resto se conoce formalmente como *división euclidiana* y se enuncia de la siguiente forma: Si a y b son números naturales y b *es diferente de cero*, se tiene que:

$a = bq + r$, con $0 \leq r < b$

En donde a es el **dividendo**, b el divisor, q el cociente y r el residuo (resto).

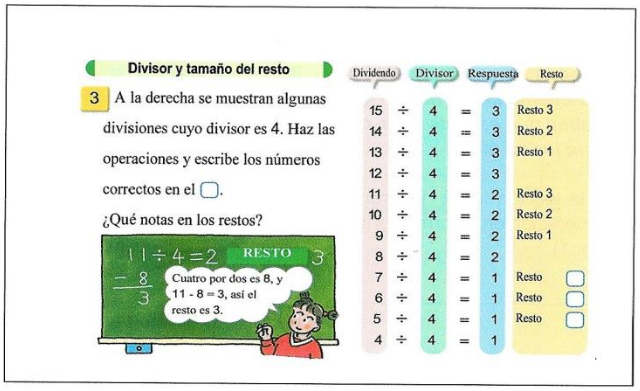
Si el residuo es diferente de cero a *no es divisible entre* b.

a es divisible entre b si $a = bq$. También se dice que b es divisor de a o que a es múltiplo de b. En este caso tenemos una **división exacta**.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Por qué se acude a usar problemas de reparto para introducir el estudio de la división? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Qué otro tipo de problemas podrían emplearse para este propósito? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
3. ¿Qué ventajas y desventajas presenta el uso didáctico de los problemas de reparto con relación a otro tipo de problemas? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
4. ¿Por qué es didácticamente útil que los niños comprendan la relación de la división con la resta? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
5. ¿Por qué es didácticamente útil que los niños comprendan la relación de la división con la multiplicación? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
6. ¿Qué ventajas didácticas ofrece iniciar el tratamiento de la división con el caso de la división con residuo cero antes del caso de la división con residuo distinto de cero? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

(Continua)



Divisor y tamaño del resto

3 A la derecha se muestran algunas divisiones cuyo divisor es 4. Haz las operaciones y escribe los números correctos en el ☐.

¿Qué notas en los restos?

11 ÷ 4 = 2 RESTO 3
− 8
3

Cuatro por dos es 8, y 11 - 8 = 3, así el resto es 3.

Dividendo		Divisor		Respuesta	Resto
15	÷	4	=	3	Resto 3
14	÷	4	=	3	Resto 2
13	÷	4	=	3	Resto 1
12	÷	4	=	3	
11	÷	4	=	2	Resto 3
10	÷	4	=	2	Resto 2
9	÷	4	=	2	Resto 1
8	÷	4	=	2	
7	÷	4	=	1	Resto ☐
6	÷	4	=	1	Resto ☐
5	÷	4	=	1	Resto ☐
4	÷	4	=	1	

Fig. 3

se indica que como solución al problema se lee “veintitrés naranjas entre cuatro nos da cinco naranjas y queda un resto de tres naranjas”. Se especifica además, cuándo se dice que el dividendo es divisible entre el divisor y se presentan dos ejemplos más donde la división con resto puede ser usada.

Para reforzar que *el resto debe ser siempre menor que el divisor* se muestra en la página 47 (*Fig. 3*) un grupo de divisiones entre 4, con dividendos entre 4 y 15. Adviértase cómo en la imagen se hace énfasis en la vinculación de la división con la multiplicación y la resta.

Se cierra el tema con el planteamiento de un problema en el que los niños tienen que encontrar y corregir errores y otros problemas que requieren realizar una división con resto, esto se refuerza mediante problemas variados que se proponen en las páginas 48 y 49.

Enlace: Para ampliar la información relacionada con la construcción social del conocimiento matemático consultar la página:

http://es.wikipedia.org/wiki/Sociología_del_conocimiento

Para conocer acerca de la división euclidiana o euclídea consultar la página:

http://es.wikipedia.org/wiki/Divisi%C3%B3neucl%C3%ADdea

7. ¿Qué ventajas ofrece el principio didáctico de que los estudiantes aborden un nuevo conocimiento aplicando lo que previamente han aprendido? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

8. ¿Qué exigencias plantea ese principio al profesor? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

9. ¿Qué ventajas ofrece la estrategia didáctica de propiciar que los alumnos comparen distintas ideas y procedimientos para solucionar un problema?

10. El algoritmo euclidiano se expresa como $a = bq + r$, con $0 \leq l < b$. ¿Hay alguna relación entre este algoritmo y el procedimiento que se emplea para comprobar si una división fue realizada correctamente? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

11. Supongamos que un alumno que cursa el tercer grado de la escuela primaria pregunta por qué el residuo debe ser menor que el divisor. ¿Cómo le responderías de manera que él y cualquiera de sus compañeros entienda tu explicación? Justifica ampliamente tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

Cálculo de la división en la forma vertical

Reflexiones adicionales

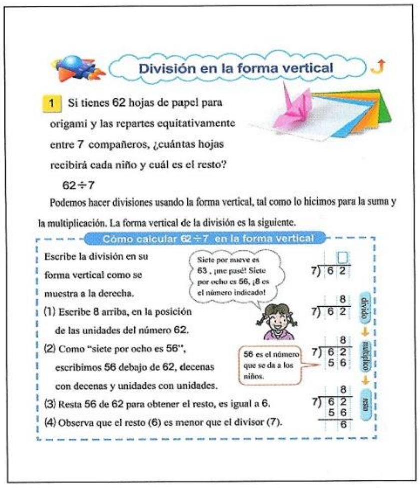
A la forma vertical de la división se le conoce como *algoritmo convencional de la división*. A la ejecución de este algoritmo se le conoce como división *euclidiana*.

Por ejemplo, la operación $62 \div 7$ puede expresarse en términos del algoritmo euclidiano como sigue:

$62 = 7 \times 8 + 6$, donde $0 \leq 6 \leq 8$

En las páginas 50 a 52 del Tomo III, Vol. 2, se aborda el uso del cálculo de la división en la forma vertical a partir del planteamiento de un problema. *Implícitamente se asume que los alumnos ya saben qué es la división, qué significa y para qué les es útil*.

En la página 50 la lección inicia mostrando cómo realizar la operación en la forma vertical en tres pasos (*Fig. 1*).



División en la forma vertical

1 Si tienes 62 hojas de papel para origami y las repartes equitativamente entre 7 compañeros, ¿cuántas hojas recibirá cada niño y cuál es el resto?

$62 \div 7$

Podemos hacer divisiones usando la forma vertical, tal como lo hicimos para la suma y la multiplicación. La forma vertical de la división es la siguiente.

Cómo calcular $62 \div 7$ en la forma vertical

Escribe la división en su forma vertical como se muestra a la derecha.

(1) Escribe 8 arriba, en la posición de las unidades del número 62.

(2) Como "siete por ocho es 56", escribimos 56 debajo de 62, decenas con decenas y unidades con unidades.

(3) Resta 56 de 62 para obtener el resto, es igual a 6.

(4) Observa que el resto (6) es menor que el divisor (7).

Siete por nueve es 63, ¡me pasé! Siete por ocho es 56, ¡8 es el número indicado!

56 es el número que se da a los niños.

Fig. 1

En el primer paso ("divido"), se retoma la idea de usar la tabla de multiplicar para hallar el número que multiplicado por 7 arroje un producto que sea menor o igual a 62. El "globito" de la niña sugiere que 8 es el número buscado (cociente) y en el inciso 1 se indica cómo se debe colocar este número.

En el segundo paso ("multiplico"), se obtiene el producto del cociente (8) por el divisor (7) y se define su posición. En el "globito" de la niña se aclara que 56 es el número total de hojas de papel origami que se da a los niños.

En el tercer paso ("resto"), se resta de la cantidad total de hojas para origami (62) el número total que se da a los niños (56), con lo que se obtiene el resto (6). En el inciso 4 se solicita verificar que el resto (residuo) sea menor que el divisor.

Al final de la lección, en la página 51, se plantean problemas que involucran divisiones con resto usando la forma vertical en la solución de problemas. En la siguiente página se presenta una actividad denominada "El juego de la división" (*Fig. 2*).

En esta actividad se pide a los niños que construyan divisiones, señalando que usen como divisor el número mayor de los tres que hayan elegido y que escojan entre los otros dos el dividendo, de manera que obtengan el

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué ventajas presenta iniciar el tratamiento didáctico de la división mediante procedimientos no convencionales antes de abordar el algoritmo convencional de la división? Justifica tu respuesta ampliamente y discútela con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Se presentarían desventajas didácticas si se iniciara el estudio de la división a partir de enseñar el algoritmo convencional? ¿Cuáles serían esas desventajas? ¿Encuentras algunas ventajas? Justifica tu respuesta ampliamente y discútela con tus compañeros y tu profesor. *(Continua)*

Fracciones

Reflexiones adicionales

La **fracción** se introduce por el número que representa la parte adicional al metro.

Subdivisión de la unidad de longitud (m) para medir. La unidad se divide en "n" partes iguales.

Fracciones como partición y fracciones dimensionadas.

$\frac{1}{3}$ del metro > parte adicional al metro.

$\frac{1}{4}$ del metro = parte adicional al metro

$\frac{1}{5}$ del metro < parte adicional al metro.

En las páginas 65 a 75 del Tomo IV del Vol. 2, se presenta un tratamiento didáctico para construir las nociones de fracción propia, impropia y mixta En la página 65, el problema inicial consiste en medir el ancho del pizarrón con una cinta (*Fig. 1*).

Fig. 1

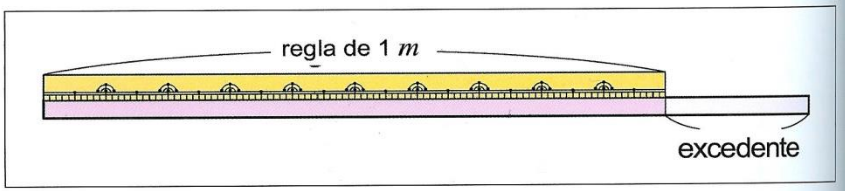


Fig. 2

Hay dos condiciones (*Fig. 2*):

- El ancho del pizarrón (la cinta) es mayor que 1 metro y menor que 2 metros.
- Expresar la medida de la parte adicional al metro sin usar decimales.

Para encontrar la medida de la parte adicional se sugiere a los alumnos dividir la cinta de 1 m en 3, 4 y 5 segmentos iguales. Después, se pide comparar visualmente la parte adicional con los segmentos del metro. (*Fig. 3*)

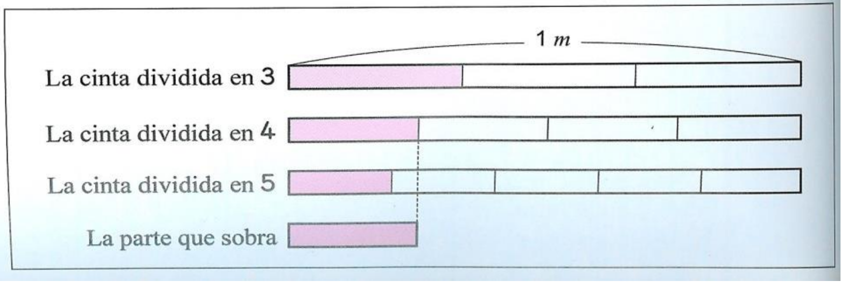
La longitud de una parte que se forma al dividir 1 metro en tres partes iguales se llama "un tercio de metro" y se escribe $\frac{1}{3}$ m

La longitud de una parte que se forma al dividir 1 metro en cuatro partes iguales se llama "un cuarto de metro" y se escribe $\frac{1}{4}$ m

La longitud de una parte que se forma al dividir 1 metro en cuatro partes iguales se llama "un quinto de metro" y se escribe $\frac{1}{5}$ m

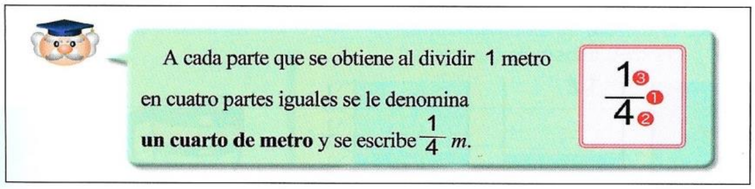
La noción de fracción se aborda a partir de lo que los alumnos han visto previamente sobre medidas de longitud, incorporando una nueva forma de expresar longitudes más cortas que un metro.

Para conocer más sobre el tema, consultar: *http://recursostic.educacion.es/descartes/web/materiales_didacticos/Fracciones_y_porcentajes/porcentajes1.htm*
http://www.ceibal.edu.uy/contenidos/areas_conocimiento/mat/fraccionesequivalentes/otros.html



La longitud de la parte restante

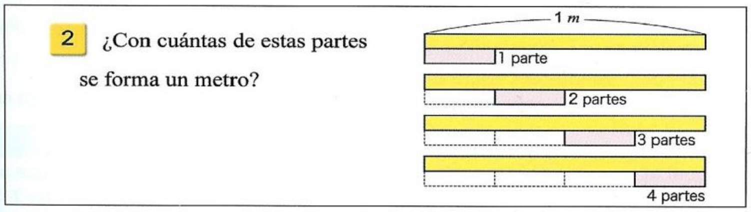
En la página 66 del Tomo IV, Vol. 2, se estudia la longitud de la parte restante, con lo que se concluye el problema inicial. (*Fig. 1*)



A cada parte que se obtiene al dividir 1 metro en cuatro partes iguales se le denomina **un cuarto de metro** y se escribe $\frac{1}{4}$ *m*.

Fig. 1

¿Cuántos trozos se necesitan para completar un metro? (Fig. 2)



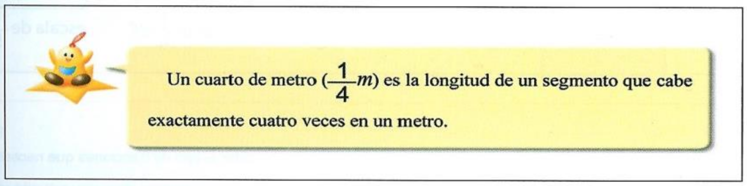
2 ¿Con cuántas de estas partes se forma un metro?

Fig. 2

En la página anterior, una unidad se divide en "*n*" partes iguales. Ahora se aborda la consideración inversa: encontrar el número de partes iguales que forman una unidad. (*Fig. 3*)

Esta dualidad es la base para la construcción de la noción de fracción. Todo se plantea en términos de la noción de fracción dimensionada.

Finalmente, se proponen algunos ejercicios para escribir la longitud de una de las partes para las cuales tres partes iguales completan 1 m, cinco partes iguales completan 1 m y dos partes iguales,1 m.



Un cuarto de metro ($\frac{1}{4}$*m*) es la longitud de un segmento que cabe exactamente cuatro veces en un metro.

Fig. 3

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué ventajas y desventajas encuentras al comparar este acercamiento didáctico en que se acude a objetos de los que se conoce su medida y otro en el que se usen objetos sin que se haga mención a su medida? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
2. ¿Qué ventajas y desventajas tendrá el inicio del estudio de las fracciones a partir de imágenes y no de mediciones reales? Argumenta tu respuesta tan ampliamente como te sea posible.
3. ¿Cómo dividir la cinta de 1 metro (sin usar una regla graduada) en 2, 4, 6 y 8 segmentos iguales?, ¿qué nombre reciben cada uno de esos segmentos en que se ha dividido la cinta?

Reflexiones adicionales

Si la unidad se divide en "*n*" partes iguales, entonces una de esas partes es $\frac{1}{n}$ de 1 metro.

Fracción unitaria es un número racional cuyo numerador es 1 y el denominador es un número entero positivo. Ejemplos:

$$\frac{1}{1},\ \frac{1}{2},\ \frac{1}{3},\ \frac{1}{5}$$

¿Cuántas partes $\frac{1}{n}$ son igual a la unidad?

La suma de todas las partes iguales en que se ha dividido a la unidad es igual a la unidad.

$$\underset{\overset{\longleftrightarrow}{n \text{ veces}}}{\frac{1}{n}+\cdots+\frac{1}{n}}=1$$

Longitud de una parte para la cual "*n*" partes iguales son iguales a 1 *m*.

Volumen de la parte restante

En la página 67 del Tomo IV, Vol. 2, el problema consiste en hallar el volumen de una cefetera eléctrica si en el momento de vaciar su contenido se llenó el recipiente de 1 litro y otra parte adicional. (*Fig. 1*)

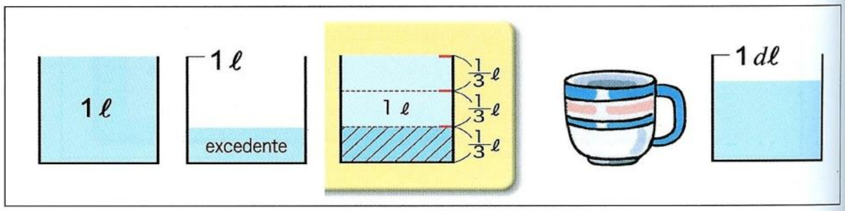


Fig. 1

Para encontrar el volumen de la parte adicional se sugiere dividir 1 litro en 3 partes iguales. Posteriormente se pide comparar la parte adicional con una de las 3 partes del litro.

El volumen para el cual 3 partes son igual a 1 litro, es igual al volumen de una parte que se forma al dividir 1 litro en 3 partes iguales.

El volumen que cumple esas condiciones es $\frac{1}{3}$ ℓ

¿Cuántos dℓ es el volumen del agua contenido en la taza?

La imagen sugiere que el contenido de la taza se vació en un recipiente de 1 decilitro, pero no se llenó (*Fig. 2*).

¿Cuál medida deberíamos usar para encontrar el volumen?

Para encontrar el volumen del agua se sugiere dividir el recipiente de 1 dℓ en 2, 3, 4 y 5 partes iguales. Después, comparar visualmente el nivel del agua con las fracciones de decilitro en cada recipiente.

El volumen de 3 partes de $\frac{1}{4}$ dℓ se lee "tres cuartos de decilitro" y se escribe "$\frac{3}{4}$ dℓ".

¿Cuál de las siguientes escalas usarías para encontrar el volumen de la taza?

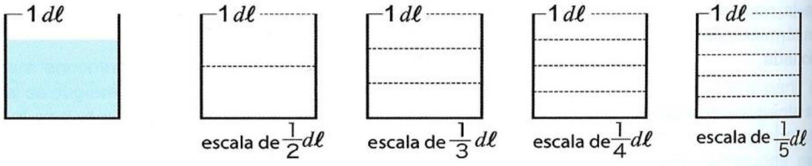


Fig. 2

Enlace: Imágenes sobre fracciones: después de *http://images.google.com* escribir el tipo de fracciones que necesites, por ejemplo "fracciones propias"

Reflexiones adicionales

Se debe notar que la parte fraccionaria no se introduce aislada de la unidad. Por ejemplo, si la parte adicional es $\frac{1}{3}$ ℓ entonces:

$$\frac{1}{3}\ell + \frac{1}{3}\ell + \frac{1}{3}\ell = 1 \text{ litro}$$

Es decir, se introduce $\frac{1}{3}$ como un número que indica cantidad y tamaño. Se induce la idea de tamaño al enfatizar que con tres tercios se completa una unidad; la idea de cantidad se induce al hacer notar que $\frac{1}{3}$ es una de tres partes iguales que al juntarse forman una unidad.

Observar dos casos:

n veces $\frac{1}{n}$ es 1.

En símbolos: ($\frac{1}{n} \times n = 1$)

Uno dividido en n partes iguales es 1

En símbolos: ($1 \div n = \frac{1}{n}$)

3 veces $\frac{1}{4}$ dℓ $= \frac{3}{4}$ dℓ

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué ventajas didácticas ofrece iniciar el estudio de las fracciones mediante un proceso de partición y con fracciones dimensionadas? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
2. ¿Cómo puede expresarse matemáticamente la siguiente afirmación: "Si un entero se divide en n partes iguales, al sumar todas las partes se obtiene el entero inicial."?
3. ¿Qué significados pueden asociarse a las expresiones: $\frac{1}{n} \times n = 1$ y $1 \div n = \frac{1}{n}$?

Fracciones propias

En la página 68, del Tomo IV, Vol. 2 se abordan ejercicios con fracciones propias.

Las fracciones no unitarias se introducen mediante el siguiente problema:

Si dividimos 1 metro de cinta en 5 partes iguales, ¿cuántos metros mide el largo de 2 de esas partes? (*Fig. 1*)

Inmediatamente se cambia el contexto para fraccionar volúmenes (*Fig. 2*):

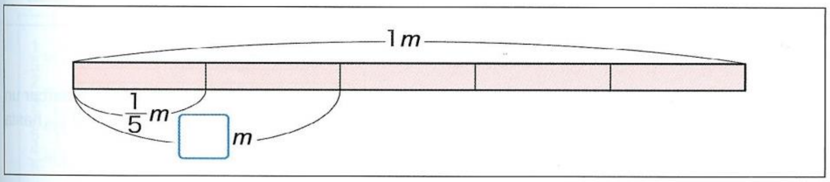


Fig. 1

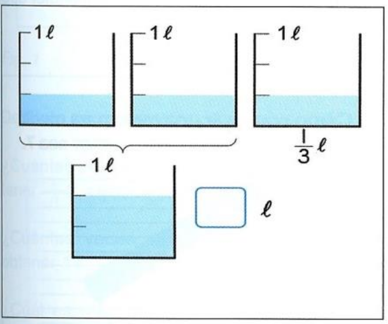


Fig. 2

Si repartimos 1 litro de leche de forma equitativa entre 3 personas, ¿cuántos litros son para 2 personas?

Los problemas que se plantearon dan lugar a las fracciones $\frac{2}{5}$ y $\frac{2}{3}$, en las que el numerador no es uno (fracciones no unitarias) y además es menor que el denominador (fracciones propias).

Al final de la página aparecen dos ejercicios (*Fig. 3*) en los cuales los alumnos deberán escribir la fracción representada en las imágenes: ($\frac{2}{7}$ y $\frac{4}{5}$)

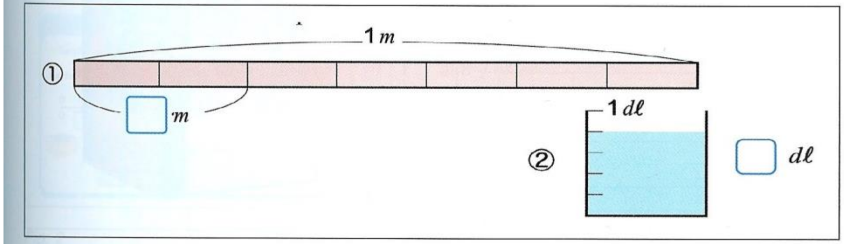


Fig. 3

Enlace: *http://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n_propia*
http://www.i-matematicas.com/recursos0809/1ciclo/fraccionpostiva/interactivo/Representacion.htm
http://www.slideshare.net/hbaezandino/fraccin-propia-nmero-mixto-y-fraccin-impropia?src=related_normal&rel=1057809

Reflexiones adicionales

Introducción de **fracciones no unitarias**:

$$\frac{n}{m} \text{ con } n \neq 1,\ m > n$$

Fracción como partición

Dividir una unidad en n partes iguales y considerar

x ($x < n$) de estas partes.

Los números de la forma $\frac{x}{n}$ se llaman **fracciones** si x y n son números enteros ($n \neq 0$). El número sobre la barra se llama **numerador** y al número debajo de la barra, se le conoce como **denominador**.

El denominador indica en cuántas partes se ha dividido la medida original y el numerador expresa el número de esas partes.

Una **fracción propia** es un número racional distinto de cero, en la cual el numerador es menor que el denominador. En consecuencia, una fracción propia tiene un valor menor que la unidad.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué propiedades de las fracciones cumplen las fracciones no unitarias?
2. ¿Hay algún número entero "prohibido" para el denominador de estas fracciones? ¿Cuál es? ¿Por qué? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
3. ¿Cómo podemos expresar mediante el lenguaje algebraico las propiedades de fracciones no unitarias?
4. Describe el proceso didáctico que se ha utilizado para introducir las fracciones no unitarias. ¿Qué ventajas tiene el proceso didáctico utilizado para introducir las fracciones no unitarias? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.

Un instrumento para medir usando fracciones comunes

En la página 69 del Tomo IV, Vol. 2, se aborda el problema de construir un instrumento para medir usando fracciones comunes. La imagen (*Fig. 1*) muestra la división de una cinta de 1 metro en cuatro secciones iguales.

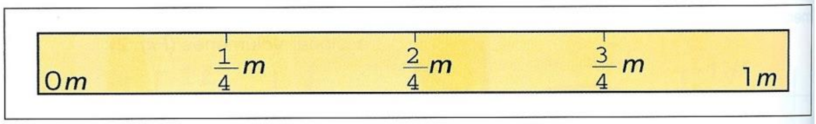


Fig. 1

Se observa que es fácil construir una regla para medir fracciones con denominadores 2, 4 y 8: primero divide el metro a la mitad, después cada una de las mitades se subdivide otra vez a la mitad, de manera que se obtienen cuartos, y así sucesivamente.

¿Cómo podemos construir una regla para medir fracciones usando otros denominadores? En esta lección se usa un método geométrico en el que se acude a las propiedades de las rectas paralelas (como sugerencia implícita para dar respuesta a la pregunta).

En parejas, pueden utilizar un pliego de papel cuadriculado, trazar varias paralelas separadas por la misma distancia y dividir cintas de 1 metro en fracciones con denominadores 3, 5, 7, 9 y 10 (*Fig. 2*).

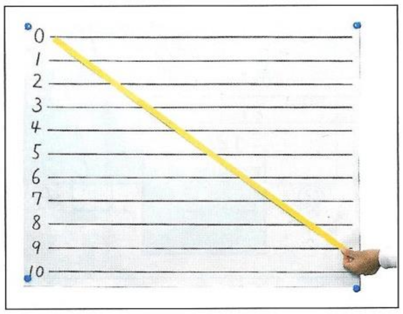


Fig. 2

El siguiente problema consiste en marcar un recipiente con fracciones desde el $\frac{1}{7}$ hasta $\frac{7}{7}$.

Un problema adicional: con fracciones cuyo denominador es 10, construir una escala graduada en un tambo, un tinaco o cualquier otro recipiente.

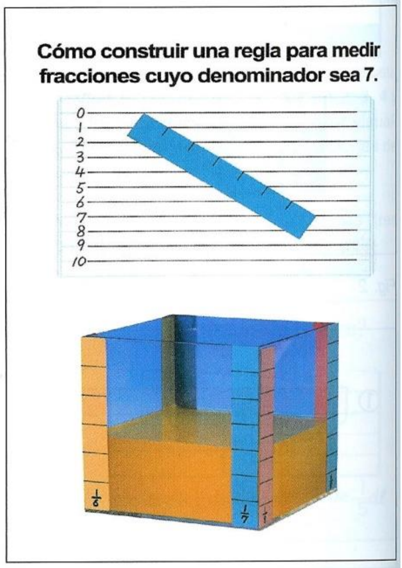

Cómo construir una regla para medir fracciones cuyo denominador sea 7.

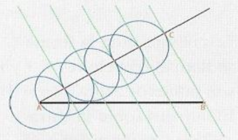
Fig. 3

Enlace: *http://www.oma.org.ar/omanet/educabri/clase19.ht*

Reflexiones adicionales

Dividir una unidad en partes iguales:

El *Teorema de Thales* se puede aplicar para dividir un segmento en cualquier número de partes iguales. Por ejemplo: para dividir el segmento *AB* en 5 secciones iguales se procede como sigue:



1. Trazar el segmento *AB*.
2. Trazar una semirrecta con origen en *A*.
3. Determinar de forma arbitraria una unidad "U"
4. Abrir el compás con la medida de "U".
5. Con centro en *A*, trazar una circunferencia y marcar el punto de intersección con la semirrecta.
6. Con centro en la intersección anterior trazar la segunda circunferencia y marcar la segunda intersección.
7. Repetir el procedimiento hasta obtener 5 circunferencias e igual número de intersecciones en la semirrecta.
8. Trazar una recta por *B* y la última intersección de la semirrecta (punto *C*)
9. Traza rectas paralelas a la anterior que pasen por las intersecciones de la semirrecta. El segmento *AB* quedó dividido en 5 secciones iguales.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Por qué es importante en esta lección abordar el problema de "construir una regla que nos permita medir fracciones"? Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
2. Indaga en las fuentes que creas conveniente cómo dividir un segmento en partes iguales sin usar una regla graduada.
3. ¿Cómo hacer la escala para medir el volumen de un recipiente en siete partes iguales sin usar una regla graduada?
4. El *Teorema de Thales* es un resultado que se aplica para dividir un segmento en cualquier número de partes iguales. Indaga qué es lo plantea ese teorema y cómo se demuestra su validez. Explica la demostración del *Teorema de Thales* empleando tus propias palabras.
5. ¿Qué recursos interactivos e informáticos conoces para dividir un segmento en cualquier número de partes iguales? Discute tu respuesta con tus compañeros.

El sistema de las fracciones comunes

En la página 70 del Tomo IV, Vol. 2, se trata el tema del sistema numérico de las fracciones comunes.

Esta actividad consiste en representar mediante un gráfico lineal la longitud que indica la fracción de la izquierda (*Fig. 1*).

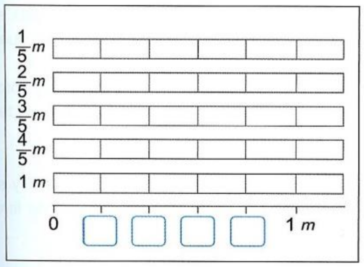


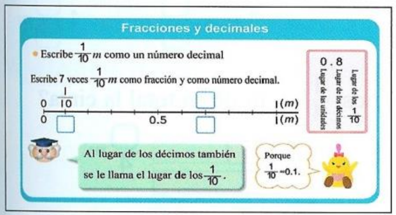
Fig. 1

Después se proponen preguntas como:

¿Cuántas veces se debe tomar $\frac{1}{n}$ para obtener $\frac{x}{n}$?, considera que $x < n$.

¿Cuántas veces debemos tomar $\frac{1}{n}$ para obtener 1?

¿Cuál es más largo $\frac{x}{n}$ o $\frac{y}{n}$?, considera que $x < n$ y que $y < n$.



Fracciones y decimales

- Escribe $\frac{1}{10}m$ como un número decimal

Escribe 7 veces $\frac{1}{10}m$ como fracción y como número decimal.

Al lugar de los décimos también se le llama el lugar de los $\frac{1}{10}$.

Porque $\frac{1}{10}$ =0.1.

Fig. 2

Las preguntas anteriores nos llevan a concluir, entre otras propiedades, que si la unidad se dividió en n partes iguales, entonces:

a) Las fracciones $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \ldots, \frac{n-1}{n}$ son menores que la unidad (fracciones propias).

b) Debe tomarse n veces $\frac{1}{n}$ para obtener la unidad ($\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n} \cdots \frac{n}{n} = 1$).

c) De varias fracciones que tienen el mismo denominador, es mayor la que tiene el mayor numerador $\frac{x}{n} > \frac{y}{n}$ si $x > y$.

Analiza con atención las actividades previas. ¿Qué proceso didáctico se siguió para establecer que las fracciones con el mismo numerador y el mismo denominador son iguales a 1?

Fracciones decimales

Los números decimales inician con énfasis en la conversión de una fracción a números decimales (*Fig. 2*), para esto se sugiere realizar mediciones y repartos de 1 metro, 1 litro o 1 kilogramo. Después, realizar las actividades del libro: escribir $\frac{1}{10}$ como 0.1

¿Por qué $\frac{1}{10} = 0.1$?

¿Por qué 7 veces $\frac{1}{10}$ es $\frac{7}{10} = 0.7$?

En el número 0.8, ¿qué valores representan el **8** y el **0**?

Enlace:http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_decimal

Reflexiones adicionales

Identificar el modelo:

$$\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n}, \ldots \frac{n}{n}$$

Fracción igual a la unidad (impropia)

Fracciones propias con diferentes denominadores

$$\frac{1}{n} + \cdots + \frac{1}{n} = 1$$

$$\xleftrightarrow[n \text{ veces}]{}$$

$$\frac{x}{n} \text{ es } x \text{ veces } \frac{1}{n};\ n \neq 0$$

$$1 \text{ es } n \text{ veces } \frac{1}{n};\ n \neq 0$$

$$\frac{x}{n} < \frac{y}{n};\ \text{si } x < y;\ n \neq 0$$

Las fracciones con el mismo numerador y denominador son igual a 1.

$$\frac{n}{n} = 1;\ n \neq 0$$

- El lugar de los décimos también se llama el lugar de $\frac{1}{10}$.

Porque $\frac{1}{10} = 0.1$

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cómo se puede expresar matemáticamente que la suma de las partes iguales en que se ha dividido el segmento es igual a 1? ¿En qué consistió el proceso didáctico que se empleó para arribar a esta generalización?
2. ¿Por qué $\frac{x}{n} > \frac{y}{n}$ si x > y, con $n \neq 0$? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible.
3. ¿Cómo transformar fracciones con denominador 10 a números decimales?
4. ¿Qué justificaciones didácticas tendrá el hecho de estudiar primero fracciones propias como $\frac{1}{n}, \frac{2}{n}, \frac{3}{n} \cdots$ hasta llegar a la fracción impropia de la forma $\frac{n}{n}$ y después abordar las fracciones decimales?

Fracciones mayores que 1

Reflexiones adicionales

Las **fracciones propias** son menores que 1.

Las **fracciones impropias** son iguales o mayores que 1.

Las **fracciones mixtas** son mayores que uno.

$1+\frac{1}{n}$ se escribe: $1\frac{1}{n}$

$$1\frac{1}{n}=\frac{n}{n}+\frac{1}{n}=\frac{n+1}{n}$$

Como $n+1>n$,

entonces $\frac{n+1}{n}>1$

En la página 71 del Tomo IV, Vol. 2, se abordan problemas con las fracciones mayores que 1.

En el primer ejemplo de números mixtos (*Fig. 1*), puede apreciarse visualmente el volumen (imagen bidimensional): 1 litro y otra parte más.

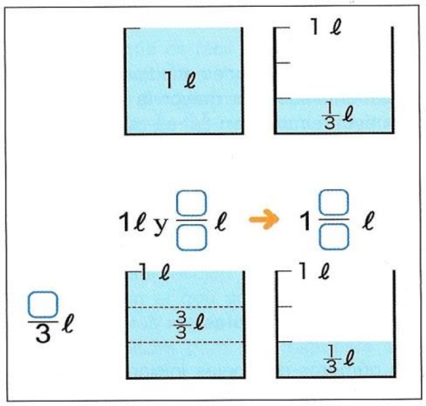


Fig. 1

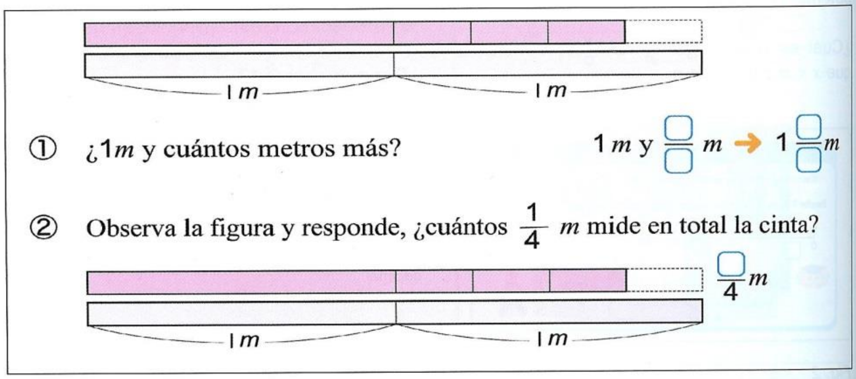
En la página 67 se estudió el volumen de una tetera eléctrica de 1 litro y $\frac{1}{4}$ de más y el agua de una taza de $\frac{3}{4}$ de litro (en ambos casos se preguntó por una fracción menor que la unidad). Ahora se trata de expresar el volumen, sin separar el número entero de la fracción, sino uniéndolos (número mixto).

Como conclusión de la primera actividad, se pretende que los alumnos comprendan que:

- La suma de 1 litro y $\frac{1}{3}$ se escribe como $1\frac{1}{3}$ litro y se lee como "un litro y un tercio de litro"
- También se escribe como "$\frac{4}{3}$ litro" y se indica que se lee "cuatro tercios de litro" porque $1\frac{1}{3}=\frac{3}{3}+\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

Sobre la longitud de la cinta (*Fig. 2*), se espera que respondan la pregunta:

"La cinta mide 1 metro y 'tantos' metros más" porque son 1*m* y $\frac{[\quad]}{[\quad]}m$



① ¿1*m* y cuántos metros más?

② Observa la figura y responde, ¿cuántos $\frac{1}{4}$ *m* mide en total la cinta?

Fig. 2

Enlace: *http://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n_impropia*
http://www.i-matematicas.com/recursos0809/1ciclo/fraccionpostiva/interactivo/Representacion.htm

Primeras nociones sobre la suma y la resta

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

Se recomienda enfáticamente no perder de vista el tratamiento y la secuencia didáctica que se emplea para introducir el estudio de las fracciones en la lección hasta llegar a las fracciones mixtas.

1. ¿Cómo construyen los alumnos el concepto de fracción unitaria? En otras palabras, ¿cómo se propicia que comprendan que la longitud de una de las partes que se forma al dividir la unidad en *n* partes iguales es igual a $\frac{1}{n}$? Justifica tu respuesta.
2. Después de la fracción unitaria se abordó el concepto de fracción propia (fracciones menores o iguales a 1) ¿Por qué crees que se procedió en ese orden? Justifica tu respuesta.
3. Analiza las actividades propuestas para convertir las fracciones de la forma $\frac{n}{10}$ al número decimal 0.n, haz una propuesta didáctica para mejorar el procedimiento de conversión de fracción común a número decimal (**no** como "regla ciega").
4. Elabora un ensayo breve donde argumentes tan sólidamente como te sea posible sobre el proceso didáctico empleado para expresar fracciones mixtas y la conversión de éstas en fracciones impropias mayores que 1.
5. ¿Qué propiedades de las fracciones cumplen las fracciones mixtas?
6. El volumen de la tetera eléctrica y la longitud de una cinta son dos situaciones que se utilizan en esta página para el estudio de las fracciones mixtas, ¿qué otros contextos pueden utilizarse? Haz una secuencia didáctica tan minuciosa como te sea posible.
7. ¿Cómo se induce en la lección que $1\frac{1}{3}$ significa $1+\frac{1}{3}$? ¿Cuál es la importancia que tiene para el aprendizaje que los niños comprendan ese significado para las fracciones mixtas? Muestra varios ejemplos en los que se muestre la relevancia didáctica de ese significado. Discute tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.
8. ¿Es matemáticamente correcto usar una imagen bidimensional para representar el volumen en el recipiente? Argumenta tu respuesta tan sólidamente como te sea posible y discútela con tus compañeros y tu profesor.

Fracciones mayores que 1

Reflexiones adicionales

Casos de fracciones mixtas:

- $1 + \frac{x}{n}$ se escribe: $1\frac{x}{n}$
- Si k es un número entero positivo,

$k + \frac{x}{n}$ se escribe: $k\frac{x}{n}$

Interpretación de:

$k\frac{x}{n} = \frac{nk+x}{n}$

k dígito diferente de cero.

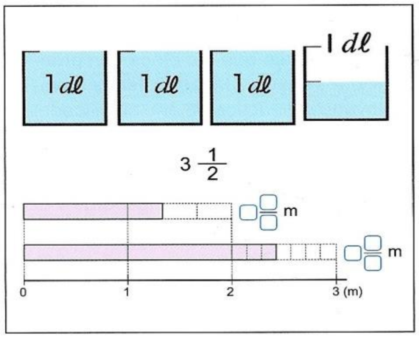
En las páginas 72 y 73 del Tomo IV, Vol. 2, se recrea lo que se aprendió con fracciones mayores que 1.

En estas páginas se presentan problemas para expresar longitudes y volúmenes mediante fracciones mixtas e impropias.

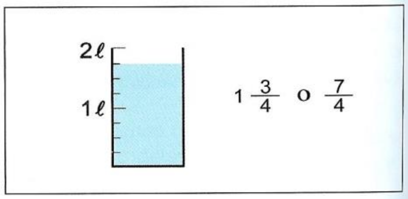
La parte entera consta de 1, 2 o 3 unidades; la parte fraccionaria es una fracción propia.

Como resultado de las actividades previas se espera que los alumnos sean capaces de resolver los problemas que se presentan más adelante. Se sugiere al docente estar atento mientras los alumnos resuelven los problemas individualmente, después organizar equipos para comparar y validar los resultados, al final es conveniente que realice una sesión plenaria para confrontar procedimientos y/o respuestas distintas empleando actividades como las siguientes:

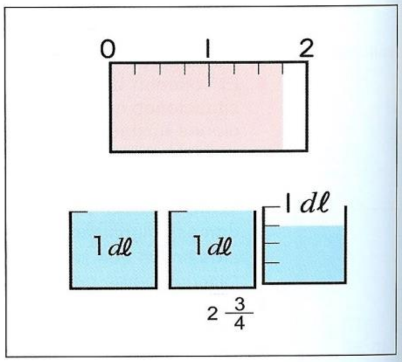
- Escribe las siguientes longitudes y volúmenes como fracciones mixtas.



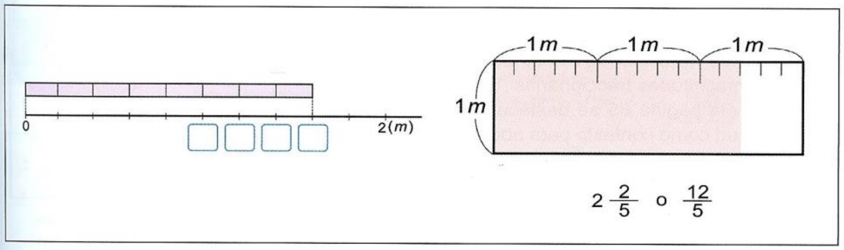
- Escribe estas fracciones como números mixtos y fracciones impropias.



- Cambia $\frac{7}{4}$ a un número mixto. $\frac{7}{4}$ se descompone en $\frac{4}{4}$ y $\frac{3}{4}$.
- Como $\frac{4}{4}$ es igual a 1, entonces $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.



- Expresa 5 veces $\frac{1}{5}$ *m*, 6 veces $\frac{1}{5}$ *m*, 7 veces $\frac{1}{5}$ *m* y 8 veces $\frac{1}{5}$ *m* como fracciones impropias.



Enlace: *http://es.wikipedia.org/wiki/N%C3%BAmero_racional#Fracciones_mixtas*
Videos de YouTube para transformar una fracción impropia a número *mixto: http://www.youtube.com/watch?v=st8ruj16Xhl*
http://www.disfrutalasmatematicas.com/numeros/fracciones-mixtas.html
http://www.winmates.net/index.php

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿En qué son diferentes las fracciones mixtas de las páginas 72 y 73, y las fracciones mixtas de las páginas anteriores?
2. Justifica, tan ampliamente como te sea posible por qué es importante que los niños comprendan que

$$1 + 1 + 1 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2}$$

3. ¿Cómo inducir a los alumnos de cuarto grado de primaria para que justifiquen que $3\frac{1}{2} = 3 + \frac{1}{2}$

Las fracciones en un contexto de medición

Reflexiones adicionales

Entre otras cosas, el trabajo con magnitudes requiere de una relación de equivalencia (¿qué condiciones debe satisfacer un objeto para poder ser sustituido por otro?), y una unión de objetos, que llevará a la suma.

Kieren (1983) identifica dos tipos de herramientas o mecanismos mentales que ayudan a construir el concepto de número racional: los mecanismos constructivos y los mecanismos de desarrollo. Relaciona los mecanismos constructivos con aquellos que pueden construirse a través de experiencias escolares y extraescolares y que además, son objeto de enseñanza en la escuela. En tanto, los mecanismos de desarrollo son aspectos del proceso intelectual de los niños, entre los que identifican los mecanismos de conservación del número y de cantidades, los mecanismos de reversibilidad o de identidad, entre otros, señala a la partición y a la equivalencia como mecanismos constructivos del número racional que pueden ser enseñados y que deben ser considerados con más atención en el currículo de los números racionales (Dávila, 2002).

Una fracción es un número de la forma $\frac{a}{b}$, donde a y b son números enteros y b es distinto de cero. Todo número que se puede escribir en la forma $\frac{a}{b}$ se llama **número racional**.

El numerador es el número que está sobre la barra de fracción; en este caso, a. El denominador es el número que está debajo de la barra de fracción, en este caso, b. El denominador indica el número de partes en que está dividido el entero.

En las páginas 65 a 68 del Tomo IV, Vol. 2, se introduce el conocimiento de las fracciones en el contexto de la medición.

Freudenthal propone que las longitudes y las áreas son los modelos más naturales para visualizar magnitudes fraccionarias. En este sentido, en la página 65 se destaca el uso de la longitud como contexto para abordar el concepto de "fracción" como parte restante, la "parte que sobra" (*Fig. 1*) después de considerar la unidad.

Es conveniente resaltar que en la lección 10 "Decimales" se trabajó este mismo contexto (división de un metro en décimos), por lo que tiene sentido la restricción que propone el pollito (*Fig. 2*): "¿podemos expresarlo sin usar decimales?". Con ello se invita al alumno a pensar en otras formas de dividir el metro para luego usar esas divisiones y comparar la parte restante (*Fig. 3*), que es didácticamente relevante por dos motivos:

1. Porque extiende el concepto de división equitativa de la unidad (entero) trabajado en el tema sobre decimales a otro tipo de divisiones (3, 4 y 5 partes) y,
2. porque se recupera el concepto de equivalencia para determinar la longitud de la parte restante e institucionalizar su denominación (*Fig. 4*).

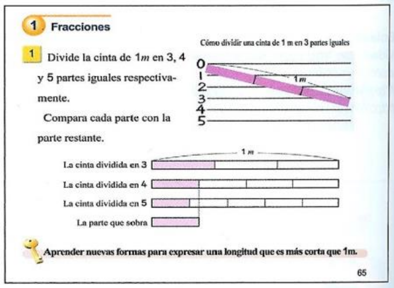
En esta lección se recupera el significado de fracción como "unidad para comparar", siendo la parte sobrante la unidad de medida para dividir y reintegrar el entero (*Fig. 5*).

Este cambio de contexto contribuye a ampliar las representaciones del concepto de fracción, de manera que al formalizarlo sea más significativo para los alumnos, esto tiene como antecedente las páginas 67 y 68, en las que se trabaja el mismo proceso: parte restante del entero, construcción de la medida de la parte restante, comparación con el entero para dividirlo, considerando las unidades de longitud y capacidad así como la construcción de escalas.

14 Fracciones comunes

Recortamos una cinta cuyo largo es igual a la altura del pizarrón y medimos su longitud con una regla de 1 *m*.
La longitud es de 1 *m* y una parte más pequeña.
¿Cuántos metros mide la parte que sobra?

Fig. 1



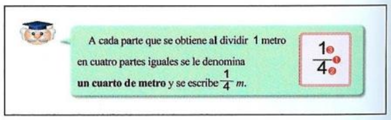
1 Fracciones

1 Divide la cinta de 1*m* en 3, 4 y 5 partes iguales respectivamente.
Compara cada parte con la parte restante.

Aprender nuevas formas para expresar una longitud que es más corta que 1m.

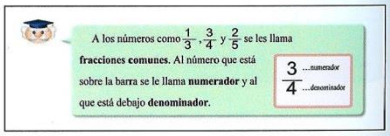
65

Fig. 2



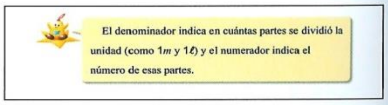
A cada parte que se obtiene al dividir 1 metro en cuatro partes iguales se le denomina **un cuarto de metro** y se escribe $\frac{1}{4}$ *m*.

Fig. 3



A los números como $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ se les llama **fracciones comunes**. Al número que está sobre la barra se le llama **numerador** y al que está debajo **denominador**.

Fig. 4



El denominador indica en cuántas partes se dividió la unidad (como 1*m* y 1ℓ) y el numerador indica el número de esas partes.

Fig. 5

Enlace: *http://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n; http://www.escolar.com/matem/08fracc.htm http://ponce.inter.edu/cremc/fracciones1.html.*
Dávila, M. (2002). *Las situaciones de reparto para la enseñanza de las fracciones. Aportes para la elaboración de un estado de conocimiento.* México: DIE-CINVESTAV.

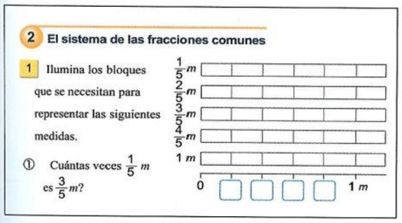
Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Qué características, en cuanto a desarrollo intelectual de los alumnos, deben estar presentes para que comprendan el concepto de fracción?
2. ¿Qué diferencias puede haber entre introducir el concepto de fracción en un contexto de medición y el clásico reparto de "pasteles"?

Las fracciones como objetos de estudio

En las páginas 70 a 74, Tomo IV, Vol. 2, se continúa el estudio de las fracciones.

En la página 70 se aprecia el propósito y la importancia de profundizar en el concepto de “fracción” al trabajarlas como objetos de estudio (*Fig. 1*).



2 El sistema de las fracciones comunes

1 Ilumina los bloques que se necesitan para representar las siguientes medidas.

$\frac{1}{5}m$

$\frac{2}{5}m$

$\frac{3}{5}m$

$\frac{4}{5}m$

$1\ m$

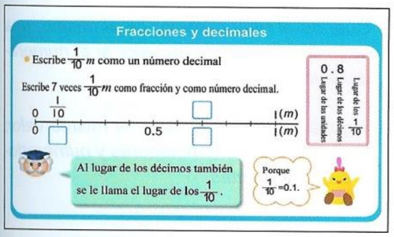
① Cuántas veces $\frac{1}{5}$ m es $\frac{3}{5}m$?

Fig. 1

En esta página y las siguientes vemos la forma en que se avanza del concepto de fracción como parte de un entero (metro como longitud de referencia) para transformarla en dos direcciones: como “conversión” y como “tratamiento” (*Fig. 2*).

En la página 71, se recupera un problema ya resuelto en la página 67 (*Fig. 3*), la finalidad de esto es introducir las fracciones mixtas e impropias y precisar la relación entre ellas, así como su notación convencional.

Esta “extensión” del concepto se institucionaliza, después de varios ejercicios en los que se realizan transformaciones entre diferentes registros de representación, para enunciarse en los siguientes términos (*Figs. 4* y *5*).



Fracciones y decimales

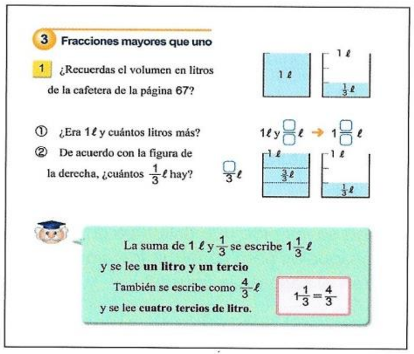
- Escribe $\frac{1}{10}$ *m* como un número decimal

Escribe 7 veces $\frac{1}{10}$ *m* como fracción y como número decimal.

Al lugar de los décimos también se le llama el lugar de los $\frac{1}{10}$.

Porque $\frac{1}{10}$ =0.1.

Fig. 2



3 Fracciones mayores que uno

1 ¿Recuerdas el volumen en litros de la cafetera de la página 67?

① ¿Era 1 ℓ y cuántos litros más?

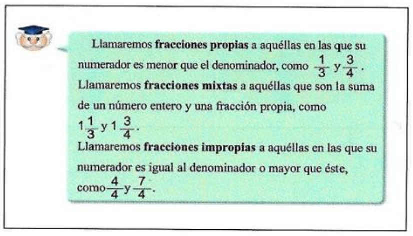
② De acuerdo con la figura de la derecha, ¿cuántos $\frac{1}{3}$ ℓ hay?

La suma de 1 ℓ y $\frac{1}{3}$ se escribe $1\frac{1}{3}$ ℓ y se lee **un litro y un tercio**

También se escribe como $\frac{4}{3}$ ℓ y se lee **cuatro tercios de litro.**

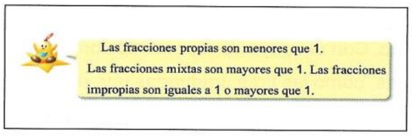
$1\frac{1}{3}=\frac{4}{3}$

Fig. 3



Llamaremos **fracciones propias** a aquéllas en las que su numerador es menor que el denominador, como $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{4}$.
Llamaremos **fracciones mixtas** a aquéllas que son la suma de un número entero y una fracción propia, como $1\frac{1}{3}$ y $1\frac{3}{4}$.
Llamaremos **fracciones impropias** a aquéllas en las que su numerador es igual al denominador o mayor que éste, como $\frac{4}{4}$ y $\frac{7}{4}$.

Fig. 4



Las fracciones propias son menores que 1. Las fracciones mixtas son mayores que 1. Las fracciones impropias son iguales a 1 o mayores que 1.

Fig. 5

Enlace:
http://es.wikipedia.org/wiki/Fracci%C3%B3n
http://www.escolar.com/matem/08fracc.htm
Fandiño, Martha. (2009) *Las fracciones. Aspectos conceptuales y didácticos*. Colombia: Magisterio. pp. 133-134.

Reflexiones adicionales

Bajo la perspectiva de la semiótica, lo que se aprende a manejar en matemáticas no son los objetos (los conceptos, en nuestro caso), sino sus representaciones semióticas. La semiótica en matemáticas y en didáctica de las matemáticas es de fundamental importancia.

Por lo general, para una representación semiótica existen varios registros posibles. Supongamos que queremos representar mediante distintos registros el concepto que en matemáticas formaliza la idea de dividir en mitades un entero:

Registro semiótico: *el lenguaje común.*

Representación semiótica: un medio, la mitad, etcétera.

Registro semiótico: *el lenguaje aritmético.*

Representación semiótica: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{6}$… (escritura fraccionaria); 0.5 (escritura decimal); 5*, 10^{-1} (escritura exponencial); 50% (escritura con porcentajes).

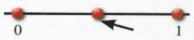
Registro semiótico: *el lenguaje algebraico.*

Representación semiótica:
$\{\frac{x \in Q^{+}}{2x-1} = 0\}$
(escritura de conjuntos);

f(x)= $\frac{x}{2}$ (escritura de las funciones)

Registro semiótico: el lenguaje figural.

Representación semiótica:



Registro semiótico: esquemas pictográficos.

Representación semiótica:

El paso de una representación semiótica a otra en el mismo registro semiótico se llama “transformación de tratamiento”, por ejemplo:

$\frac{1}{2} = 0.5\ ;\ 0.5 = 5 * 10^{-1}$

El pasaje de una representación semiótica a otra en otro registro semiótico se llama “transformación de conversión”.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Indaga en varios diccionarios el significado del término “semiótica”. Discute esos significados con tus compañeros y tu profesor.
2. ¿Cuál o cuáles tipos de representación serán más factibles para que los niños comprendan el concepto de fracción?
3. ¿Qué tipo de errores pueden cometer los niños al convertir fracciones usando diferentes registros de representación?
4. ¿Qué estrategias didácticas debe poner en juego el profesor para ayudarles a que comprendan los diferentes registros de representación?

Fracciones equivalentes

Reflexiones adicionales

Fracción unitaria. Es aquella fracción cuyo numerador es igual a 1.

Fracciones equivalentes. Son las que representan la misma cantidad, aun cuando el numerador y el denominador sean distintos, por ejemplo:

$$\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$$

A partir de multiplicar o dividir por un mismo número al numerador y denominador pueden generarse fracciones equivalentes, por ejemplo:

$$\frac{1}{5} = \frac{1 \times 2}{5 \times 2} = \frac{2}{10} \text{ y}$$

$$\frac{15}{20} = \frac{15 \div 2}{20 \div 5} = \frac{3}{4}$$

En las páginas 23 a 25 del Tomo V, Vol. 2, se aborda el tema que corresponde a las fracciones equivalentes.

Desde el primer grado se ha propiciado que los alumnos construyan y descompongan los números naturales a partir de la unidad (por ejemplo: 1 + 1 + 1 = 3, 1 + 1 + 3 = 5 y 7 = 1 + 1 + 5). Con base en esta experiencia, en la lección se les pide que dividan a la unidad en partes iguales para construir fracciones unitarias (en el caso de la figura 2).

$$\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}, \frac{1}{8} \text{ y } \frac{1}{9}$$

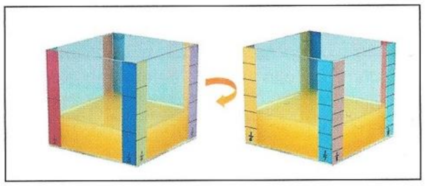


Fig. 1

A partir de fracciones unitarias pueden generar fracciones con el mismo denominador; por ejemplo, con $\frac{1}{4}$ generan $\frac{2}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{4}$ con $\frac{1}{9}$ las fracciones $\frac{2}{9}$, $\frac{3}{9}$, $\frac{4}{9}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{6}{9}$, etc. Con el apoyo de representaciones gráficas, como las tiras graduadas que aparecen en el cubo de la página 23, el alumno compara las fracciones que generó y puede determinar equivalencias entre ellas como $\frac{1}{4}$ y $\frac{1}{4}$ y forman $\frac{2}{4}$ y que ésta es equivalente a $\frac{1}{2}$.

Con rectas numéricas paralelas, como las de la figura, elabora listados ($\frac{5}{5}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{5}{7}$, $\frac{5}{8}$, $\frac{5}{9}$, $\frac{5}{10}$ y $\frac{1}{6}$, $\frac{2}{6}$, $\frac{3}{6}$, $\frac{4}{6}$, $\frac{5}{6}$, $\frac{6}{6}$) para establecer relaciones entre las fracciones.

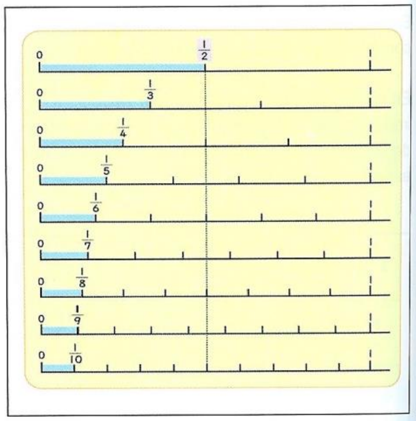


Fig. 2

El primer listado contiene fracciones construidas (*Fig. 2*) con la misma cantidad de fracciones unitarias (para compararlas en la figura pueden unir con una línea las marcas que corresponden a cada fracción). La segunda lista tiene fracciones construidas con una cantidad distinta de fracciones unitarias (para compararlas pueden hacer una lectura horizontal en la recta numérica correspondiente). Los alumnos también pueden observar que al trazar una línea vertical, las marcas en las rectas numéricas corresponden a fracciones equivalentes construidas con diferente cantidad y tipo de fracciones unitarias. Uno de los propósitos de esta actividad es que los alumnos noten que:

- *Cuando el numerador es el mismo, una fracción disminuye su valor si el denominador aumenta.*
- *Cuando el denominador es el mismo, una fracción incrementa su valor si el numerador aumenta.*
- *Algunas fracciones tienen el mismo valor, incluso si sus denominadores y numeradores son diferentes.*

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuál es la relevancia de la noción de fracción unitaria en esta lección? Explica con claridad tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.
2. Escribe 5 fracciones mayores que $\frac{7}{9}$ que tengan el mismo numerador.
3. Escribe 5 fracciones menores que $\frac{7}{9}$ que tengan el mismo numerador.
4. ¿Para qué valores de *a, b, c y d* se cumple que $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$? Considera que *b* y *d* deben ser diferentes de cero. Justifica tus respuestas.
5. ¿Para qué valores de *a*, $\frac{7}{a}$ es igual, mayor o menor que $\frac{a}{7}$? Considera que *a* debe ser diferente de cero. Justifica tus respuestas.
6. Analiza las fracciones $\frac{a}{b}$ y $\frac{b}{a}$ donde *a* y *b* son diferentes de cero.

   ¿Cuándo $\frac{a}{b} < \frac{c}{d}$? ¿Cuándo $\frac{a}{b} = \frac{b}{a}$? Justifica tus respuestas.
7. ¿Por qué al multiplicar el numerador y el denominador de una fracción por un número distinto de cero no se altera el valor de la fracción? Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

Suma y resta de fracciones

Reflexiones adicionales

La suma y resta de aquellas fracciones que tienen igual denominador se resuelven de la siguiente manera:

$$\frac{a}{b}+\frac{c}{b} = \frac{a+c}{b}$$

$$\frac{a}{b}-\frac{c}{b} = \frac{a-c}{b}$$

En todos los casos $b \neq 0$.

En las páginas 26 a 28 del Tomo V, Vol. 2, se estudian la suma y la resta de fracciones con igual denominador. Las situaciones que se presentan están acompañadas de imágenes con recipientes que tienen la misma graduación (*Fig. 1*), cada marca representa una fracción unitaria, a partir de ésta se determina la fracción que indica el nivel del líquido.

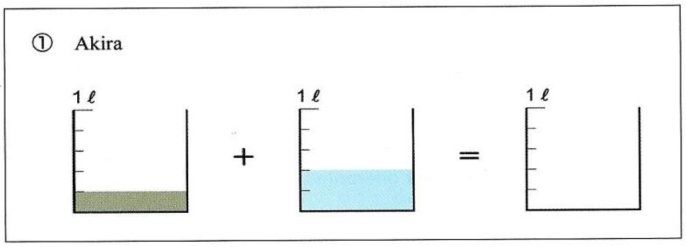


Fig. 1

La acción de poner el líquido de los dos recipientes en un tercer recipiente induce la idea de la suma de fracciones. $\frac{2}{5}=\frac{1}{5}+\frac{1}{5}$

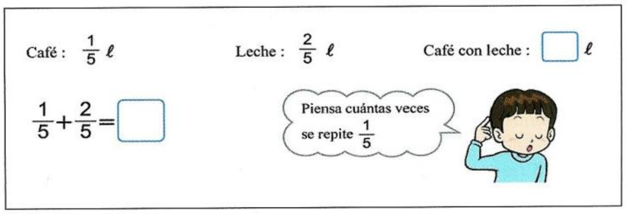


Fig. 2

Los alumnos observan que $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\frac{3}{5}$ porque se trata de fracciones generadas por la misma fracción unitaria (*Fig. 2*). Es decir, el caso de la suma de fracciones se reduce a un problema previamente resuelto: sumar números enteros. A partir de este tipo de situaciones los alumnos suman y restan fracciones con igual denominador y generan la regla: "Cuando hacemos una suma (resta) de fracciones con el mismo denominador, sumamos (restamos) los numeradores y dejamos los denominadores igual". En la página 28 se aborda también el proceso inverso al mostrar en primer término la operación con fracciones y enseguida las imágenes de los recipientes correspondientes (*Fig. 3*).

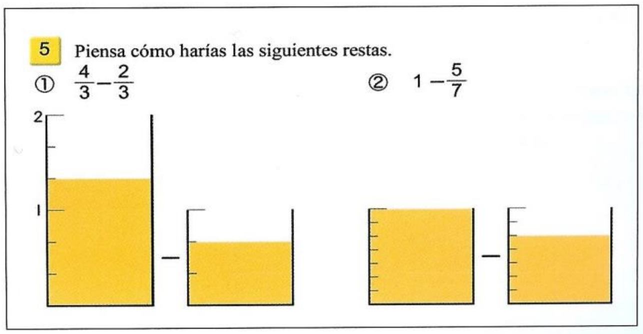


Fig. 3

En la lección se sugieren diversas estrategias de solución; para la primera resta, las fracciones pueden descomponerse en la fracción unitaria $\frac{1}{3}$ y restarlas una a una quedando $\frac{2}{3}$, también puede reescribirse $\frac{4}{3}$ como $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$ y al restarle $\frac{2}{3}$ obtener el resultado. Para la segunda resta, la unidad está formada por siete fracciones unitarias de $\frac{1}{7}$ que al restarle quedan $\frac{2}{7}$ o que a $\frac{5}{7}$ le faltan dos fracciones unitarias de $\frac{1}{7}$ para completar la unidad.

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿Cuál es la relevancia de acudir al concepto de fracción unitaria para abordar la suma de fracciones con igual denominador?
2. ¿Por qué al trabajar con fracciones representadas mediante expresiones como $\frac{a}{b}$ es necesario establecer que $b \neq 0$? Justifica tu respuesta.
3. ¿Qué procedimiento(s) puedes usar para realizar sumas como $a + \frac{b}{c}$?
4. Encuentra diversas formas de resolver las siguientes operaciones que creas que pueden proponer los alumnos de quinto grado. Justifica tu respuesta y discútela con tus compañeros y tu profesor.

   $\frac{11}{4} - \frac{3}{4} =$ $\qquad$ $\frac{8}{5} - 1 =$ $\qquad$ $\frac{7}{6} + \frac{9}{6} =$
5. ¿Qué limitaciones tendría el abordar el aprendizaje del algoritmo para la suma y la resta de fracciones si antes los alumnos no han dominado el concepto de fracciones equivalentes? Discute ampliamente tu respuesta con tus compañeros y tu profesor.

Fracciones como cocientes y como números decimales

En las páginas 29 a 33 del Tomo V, Vol. 2, se aborda el estudio del significado de la fracción como cociente de enteros a partir de dividir $2 \div n$ con $n = 1, 2, 3, 4, 5$.

La operación $2 \div 3 = 0.666 = 0.6$ permite introducir números cuyas cifras decimales son infinitas y periódicas y discutir las ventajas de expresarlos como fracción. Por ejemplo, resulta conveniente expresar $2 \div 3$ como $\frac{2}{3}$. Con esto se introduce la idea de que el cociente de dos números enteros puede escribirse como una fracción: $a \div b = \frac{a}{b}$, $b \neq 0$. Esta idea se refuerza mediante actividades como la propuesta en la página 30: si una cinta de 3 metros se divide en cuatro partes, ¿cuál es la medida de cada una? Puede calcularse el cociente de $3 \div 4$ o expresarse como: $\frac{3}{4}$, por lo que se concluye que cada parte mide $\frac{3}{4}$ de metro (*Fig. 1*).

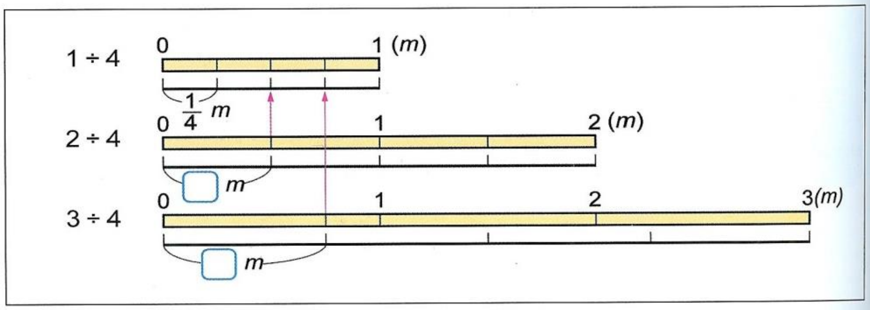


Fig. 1

Para escribir una fracción como número decimal debe dividirse el numerador entre el denominador ($\frac{3}{4} = 3 \div 4 = 0.75$). Para escribir un decimal como fracción se acude al concepto de fracción unitaria trabajado en lecciones anteriores. Por ejemplo: 0.4 está compuesto por cuatro unidades de un décimo y como $0.1 = \frac{1}{10}$ se muestra a los alumnos que: $0.4 = \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} + \frac{1}{10} = \frac{4}{10}$. De la misma manera 0.12 compuesto por doce unidades de $\frac{1}{100}$ y por esto se puede escribir como $\frac{12}{100}$.

En la lección se usa la recta numérica para comparar fracciones con números decimales. En la página 31 (*Fig. 2*), para comparar $\frac{3}{5}$ con 0.7 se acude a una representación gráfica que sugiere la escritura de $\frac{3}{5}$ en forma decimal.

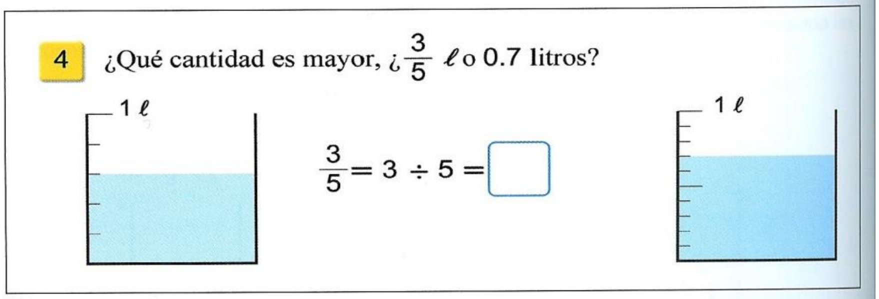

4 ¿Qué cantidad es mayor, ¿$\frac{3}{5}$ ℓ o 0.7 litros?

Fig. 2

Para escribir $\frac{3}{5}$ como decimal se acude a la operación $3 \div 5 = 0.6$ y se observa que 0.6 es menor que 0.7. La figura refuerza esta idea, en el recipiente se observa que $\frac{7}{10}$ es mayor que $\frac{3}{5}$.

Reflexiones adicionales

El cociente de dos números enteros a y b es la fracción $\frac{a}{b}$ con $b \neq 0$.

El cociente puede tener como resultado un número entero, un decimal finito o un decimal periódico.

Los números decimales periódicos tienen una cantidad infinita de cifras decimales con una parte periódica, por ejemplo:

$\frac{68}{165} = 0.412121212...$

El periodo es 12 y puede escribirse como $0.4\overline{12}$.

Los números que se pueden escribir como el cociente de dos números enteros con: $b \neq 0$ se llaman números racionales. Por ejemplo:

- $7 = \frac{21}{3} = \frac{14}{2}$
- $0.5 = \frac{3}{6} = \frac{5}{10}$
- $0.\overline{4} = \frac{4}{9} = \frac{12}{27}$

Razones y gráficas: concepto de razón

Reflexiones adicionales

La comparación aditiva, por ejemplo entre 12 y 3, determina que 12 es nueve unidades mayor que 3 (su diferencia) y en la comparación multiplicativa dice que 3 cabe 4 veces en 12 (su cociente).

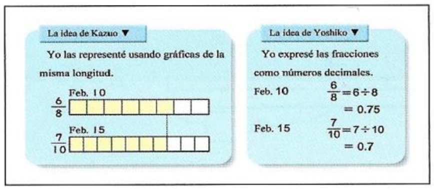
El concepto de razón puede definirse como la comparación multiplicativa entre dos cantidades o la comparación de dos cantidades mediante un cociente.

La razón expresa la relación entre los tamaños de dos cantidades aun cuando no informa acerca de las magnitudes originales de las cantidades. Por ejemplo, la razón entre 12 y 3 es $\frac{1}{4}$, este cociente nos indica que 3 es la cuarta parte de 12, pero en $\frac{1}{4}$ no se aprecia que las cantidades que lo originaron fueron 3 y 12, podrían haber sido 25 y 100.

La razón entre a y b puede expresarse en distintas formas, por ejemplo: $a : b$ o $\frac{a}{b}$, que se leen "a es a b" o "a entre b".

En las páginas 55 a 59 del Tomo V, Vol. 2, se aborda la noción de razón. En la actividad inicial se pide valorar el desempeño de una jugadora de basquetbol de acuerdo con los lanzamientos que encestó y el total de intentos que hizo. La comparación entre cantidades es central para el desarrollo del concepto de razón. Esta comparación puede ser aditiva (por medio de su diferencia) o multiplicativa (a través de su cociente), por medio de la segunda se determina la razón entre las cantidades.

Las razones se expresan como un cociente de números enteros, este cociente permite comparar una parte (lanzamientos encestados) con el todo (total de lanzamientos).



La idea de Kazuo ▼

Yo las representé usando gráficas de la misma longitud.

La idea de Yoshiko ▼

Yo expresé las fracciones como números decimales.

Feb. 10 $\frac{6}{8} = 6 \div 8 = 0.75$

Feb. 15 $\frac{7}{10} = 7 \div 10 = 0.7$

Fig. 1

La representación de fracciones mediante las figuras geométricas y números decimales permite determinar en cuál de los dos juegos la jugadora tuvo un mejor desempeño, es decir, en cuál fue más acertada, ¿cuando encestó 6 de 8 tiros o cuando logró 7 aciertos en 10 tiros? El siguiente esquema (*Fig. 2*) ilustra la comparación parte-todo. En una comparación del tipo parte-todo el valor de la razón está entre cero y 1 porque la parte es menor o igual que el todo. Por ejemplo, en la siguiente recta numérica (*Fig. 3*) se muestra que el grado de ocupación de un avión de 130 asientos, de los cuales 117 están ocupados, es de 0.9.

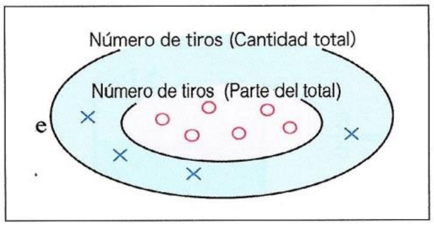


Fig. 2

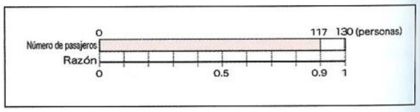


Fig. 3

En otra actividad de la lección el propósito es expresar la razón entre dos cantidades aun cuando una de ellas no sea una parte de la otra. Aunque la tarea puede resultar más compleja, el uso de gráficas como las siguientes (*Figs. 4* y *5*) apoyan la realización de esta tarea.

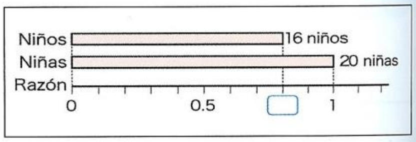


Fig. 4

Como se observa, la razón del número de niños respecto al de niñas es de $\frac{4}{5} = 0.8$, mientras que la razón del número de niñas y el de niños es $\frac{5}{4} = 1.25$, esto permite observar que el valor de una razón puede ser mayor que 1 y destaca la importancia de ser claros sobre qué cantidades intervienen en una comparación y en qué orden se están considerando.

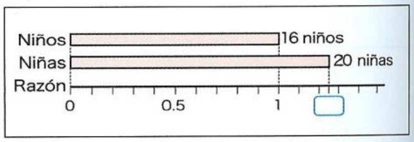


Fig. 5

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. El concepto de razón es muy relevante en matemáticas, ¿estás de acuerdo con la forma que se aborda su estudio inicial en esta lección? Justifica ampliamente tu respuesta.
2. Compara el esquema parte-todo con las rectas numéricas que aparecen en esta lección, ¿qué similitudes y diferencias encuentras entre ellos?, ¿qué propósitos didácticos y matemáticos cubren estas formas de representación?
3. Establece las similitudes y diferencias entre las razones parte-todo y parte-parte. Enuncia las posibles dificultades que podría enfrentar el alumno para la comprensión de cada una.

Razones y gráficas: porcentajes

En las páginas 60 a 62 del Tomo V, Vol. 2, se introduce el estudio de los porcentajes, los cuales son vistos como razones en la que se compara una de las cantidades respecto a 100. Por ejemplo, para determinar el grado de ocupación de un autobús que tiene 50 asientos y lleva 40 pasajeros, se necesita determinar la razón entre 40 y 50, para expresarlo en porcentajes estas cantidades se pueden duplicar y se obtiene su equivalente (80 a 100), en ambos casos la razón es 0.80 que es expresada como "ochenta por ciento (80%)", u ochenta de cada cien.

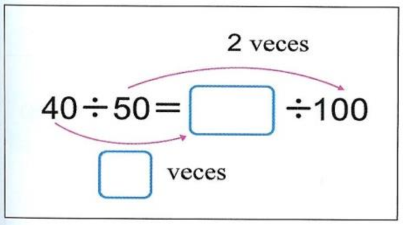


Fig. 1

La razón 1 a 100 se representa en forma decimal como 0.01 y su conversión a porcentaje es mediante una multiplicación por 100, 0.01 × 100=1%.

En las siguientes rectas (*Fig. 2*) se puede observar que la razón entre 40 y 50 es 0.8 y al multiplicar este último por 100 se obtiene su expresión en términos de porcentaje (80%).

En la lección se hace énfasis en que para determinar el porcentaje es necesario multiplicar por 100 a la razón, por ejemplo:

$$\frac{40}{50} \times 100 = 0.8 \times 100 = 80\%$$

Como se observa, existe una estrecha relación entre la razón, su expresión como fracción y su paso a porcentajes.

La comparación entre dos cantidades mediante porcentajes es de gran utilidad, es bastante ilustrativo decir que un autobús está ocupado al 80% de su capacidad, debe notarse la diferencia entre esta descripción y sólo mencionar que lleva 40 pasajeros o 10, que hay lugares disponibles, en las que no se hace ninguna referencia a otra cantidad.

En la lección se muestra que la razón entre dos números puede ser mayor que la unidad y por lo mismo los porcentajes pueden rebasar el 100%. Por ejemplo, cada vagón de la ilustración (*Fig.3*) tiene una capacidad de 120 pasajeros, así que el de enmedio tiene un grado de ocupación del 120%.

$$\frac{144}{120} \times 100 = 1.2 \times 100 = 120\%$$

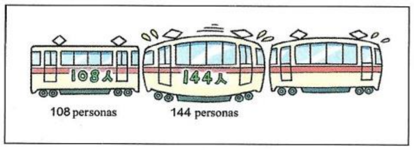


Fig. 3

Reflexiones adicionales

El porcentaje compara una cantidad respecto a 100, con ello se determina el tanto por ciento.

Al comparar una cantidad con otra, no necesariamente la segunda es 100.

Para determinar un porcentaje a partir de una razón, es necesario que la cantidad de referencia en la comparación sea 100, por ejemplo: la razón $\frac{3}{4}$ se puede transformar como sigue:

$$\frac{3 \times 25}{4 \times 25} = \frac{75}{100}$$

Lo anterior representa 75 de cada 100, que multiplicado por 100 es el 75%. Esto también puede hacerse al multiplicar por 100 a la expresión decimal de la razón, $\frac{3}{4} = 0.75$, de esto obtenemos que $0.75 \times 100 = 75\%$.

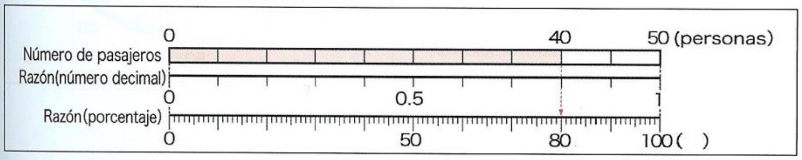


Fig. 2

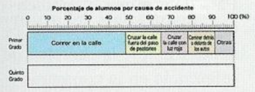
Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. ¿A qué crees que se deba la introducción del tema de porcentajes enseguida del de razón? Explica con claridad.
2. ¿Consideras conveniente la forma en que se introduce el estudio de los porcentajes? Justifica tu respuesta.
3. ¿Coincide la forma como tú calculas porcentajes con la forma como se muestra en la lección? ¿Qué diferencias y similitudes encuentras? ¿Cuáles son las bases matemáticas de tu estrategia para calcular porcentajes? ¿Cuáles son las que se aplican en el método que presenta la lección?
4. Resuelve los problemas que se proponen en las páginas 63 a 65 e identifica qué posibles dificultades pueden tener los alumnos con ellos.

Razones y gráficas: gráficas que expresan razones

Reflexiones adicionales

Las gráficas circulares y las de banda se usan para representar, en cada una de sus secciones, relaciones parte-todo a través de porcentajes, sin necesidad de mostrar los datos de originales.



En las páginas 66 a 69 del Tomo V, Vol. 2, se ilustra el uso de los porcentajes para la construcción de gráficas de banda y gráficas circulares. Este tipo de gráficas es útil cuando se desea resaltar las proporciones que guardan las partes respecto al total. Permiten mostrar mediante porcentajes la distribución de los datos en una determinada situación.

Las gráficas de banda se auxilian de una recta numérica graduada del cero al 100, en la que cada unidad representa el 1%.

La siguiente imagen (*Fig. 1*) muestra una gráfica de banda que representa diferentes tipos de vehículos que transitan por una calle.

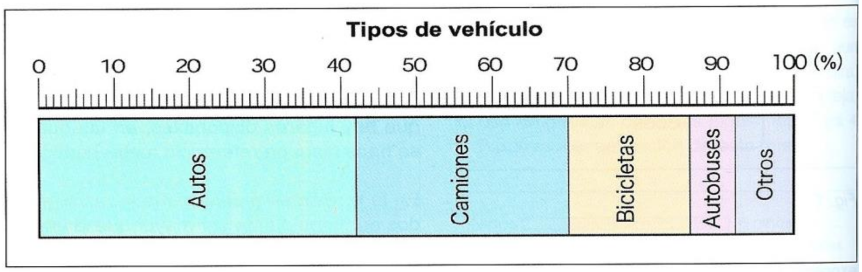


Fig. 1

Aun cuando no se conoce el total de vehículos, es posible observar su distribución con respecto al total (100%). El porcentaje permite abstraer la principal característica que se quiere observar. Por ejemplo, en el caso de los autos, podemos afirmar que 42 de cada 100 son de este tipo (o 21 de cada 50).

Si se conoce el total de vehículos es posible determinar el número que hay de cada tipo. La razón (expresada como porcentaje) permite una visión más amplia de la situación.

En el caso de las gráficas circulares,se dividen los 360° en 100 partes iguales, cada una representa el 1%. Su lectura e interpretación es similar al de una gráfica de banda.

En esta parte de la lección se incluyen algunas actividades que orientan la construcción de estas gráficas, aunque la parte medular es el uso de las razones en las que una parte es comparada respecto al total.

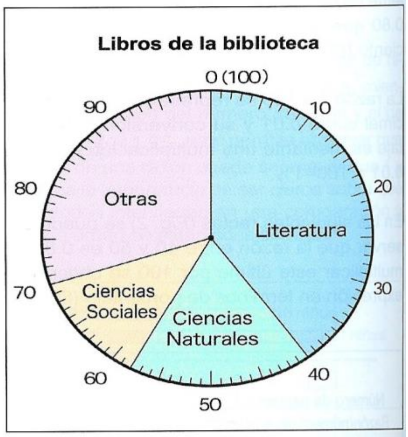


Fig. 2

Reflexiones adicionales

Las razones finalmente son números racionales, son fracciones. Por lo tanto tiene sus propiedades y están sujetas a sus principios.

Una cualidad fundamental de los números racionales es la de equivalencia.

Definición:

Dos números racionales $\frac{A}{B}$ y $\frac{P}{Q}$ son equivalentes si y solamente si $A \times Q = P \times B$

Los número racionales equivalentes se construyen así:

Dado el número racional $\frac{A}{B}$ y K cualquier número racional diferente de cero, entonces:

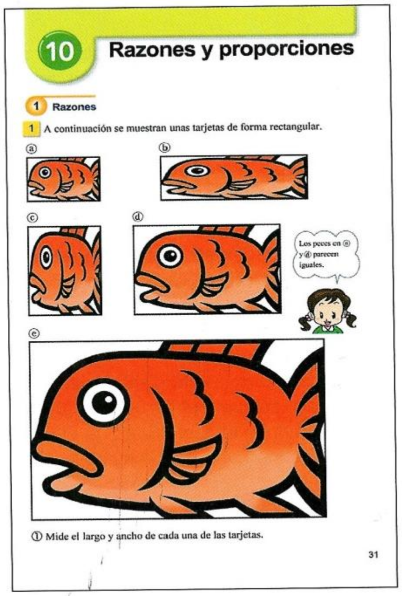
$\frac{(A \times K)}{(BK)}$ es otro número racional equivalente a $\frac{A}{B}$.

El anterior es el discurso estrictamente matemático y en el material analizado estamos ante una propuesta de enseñanza anclada en un contexto que pretende ser real y que debe ser significativo para el alumno. De este contexto real surgen las nociones de razón y proporción, conceptos que inmediatamente encuentran interpretación en la realidad, y constituyen una buena ruta para acceder al conocimiento matemático de este tipo de números y a su aplicación.

Concepto de proporción

En las páginas 31 a 36 del Tomo VI, Vol. 2, se aborda el concepto de proporción. El antecedente a esta lección es el concepto de razón (Tomo V, Vol. 2).

La página 31 (*Fig. 1*) muestra estas cinco imágenes sobre un mismo motivo; de éstas, tres se ven igual, salvo por el tamaño, son *a*, *d* y *e*. Las otras dos (*b* y *c*) se notan distorsionadas con respecto a las anteriores. Esto ocurre porque las dimensiones de las imágenes: largo y ancho que cambian de una a otra imagen no forman siempre razones equivalentes y entonces no siempre se forman proporciones de la manera en que se definen en el cuadro verde de la página 32 (*Fig.2*). En efecto, con los datos recabados en esta última página se pueden formar tres proporciones con las correspondientes razones de los casos *a*, *d* y *e*, mientras que al considerar las razones de los casos *b* y *c* no es posible formar proporciones.



10 Razones y proporciones

1 Razones

1 A continuación se muestran unas tarjetas de forma rectangular.

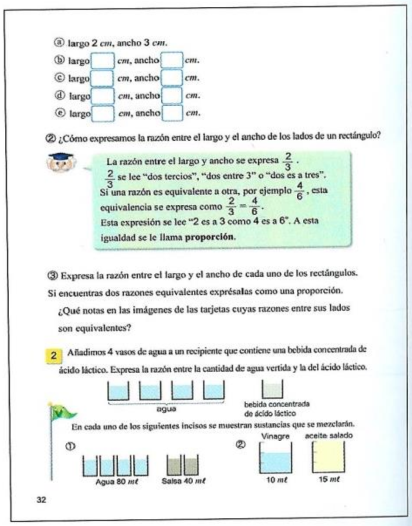
Los peces en ⓐ y ⓓ parecen iguales.

① Mide el largo y ancho de cada una de las tarjetas.

31

Fig. 1

La respuesta a la pregunta de la actividad 3: "¿qué se nota de las imágenes cuyas razones pueden formar proporciones?", fue dada al principio del párrafo: son iguales salvo por el tamaño, mientras que entre las que no se puede formar una proporción, las imágenes no son iguales, una aparece más ancha o larga que la otra.



ⓐ largo 2 *cm*, ancho 3 *cm*.
ⓑ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.
ⓒ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.
ⓓ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.
ⓔ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.

② ¿Cómo expresamos la razón entre el largo y el ancho de los lados de un rectángulo?

La razón entre el largo y ancho se expresa $\frac{2}{3}$.
$\frac{2}{3}$ se lee "dos tercios", "dos entre 3" o "dos es a tres".
Si una razón es equivalente a otra, por ejemplo $\frac{4}{6}$, esta equivalencia se expresa como $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.
Esta expresión se lee "2 es a 3 como 4 es a 6". A esta igualdad se le llama **proporción**.

③ Expresa la razón entre el largo y el ancho de cada uno de los rectángulos. Si encuentras dos razones equivalentes exprésalas como una proporción.
¿Qué notas en las imágenes de las tarjetas cuyas razones entre sus lados son equivalentes?

2 Añadimos 4 vasos de agua a un recipiente que contiene una bebida concentrada de ácido láctico. Expresa la razón entre la cantidad de agua vertida y la del ácido láctico.

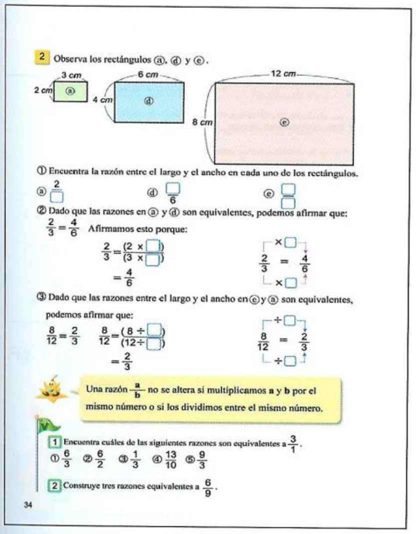
En cada uno de los siguientes incisos se muestran sustancias que se mezclarán.

32

Fig. 2

En el recuadro del profesor (*Fig.2*) se afirma: "si una razón es equivalente a otra, entonces esta equivalencia se expresa igualándolas $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$ " y en la página 34 (*Fig.3*) se procede a justificar tal afirmación, justificación que se sustenta en el principio de que: una razón $\frac{A}{B}$ no se altera si se multiplica o divide A y B por el mismo número diferente de cero.

La página 36, muestra una aplicación del tema. Para la actividad 1 las razones $\frac{DE}{EB}$ $\frac{AC}{CB}$, forman una proporción. Esto significa que los triángulos (encimados) *ABC* y *ADE* son similares. Este hecho hay que aplicarlo para resolver el problema de la actividad 2.



2 Observa los rectángulos ⓐ, ⓓ y ⓔ.

① Encuentra la razón entre el largo y el ancho en cada uno de los rectángulos.

ⓐ $\frac{2}{\square}$ ⓓ $\frac{\square}{6}$ ⓔ $\frac{\square}{\square}$

② Dado que las razones en ⓐ y ⓓ son equivalentes, podemos afirmar que:

$\frac{2}{3}=\frac{4}{6}$ Afirmamos esto porque:

$$\frac{2}{3}=\frac{(2\times\square)}{(3\times\square)}=\frac{4}{6}$$

$$\frac{2}{3}\ \overset{\times\square}{\underset{\times\square}{=}}\ \frac{4}{6}$$

③ Dado que las razones entre el largo y el ancho en ⓔ y ⓐ son equivalentes, podemos afirmar que:

$\frac{8}{12}=\frac{2}{3}$

$$\frac{8}{12}=\frac{(8\div\square)}{(12\div\square)}=\frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{12}\ \overset{\div\square}{\underset{\div\square}{=}}\ \frac{2}{3}$$

Una razón $\frac{\mathbf{a}}{\mathbf{b}}$ no se altera si multiplicamos **a** y **b** por el mismo número o si los dividimos entre el mismo número.

1 Encuentra cuáles de las siguientes razones son equivalentes a $\frac{3}{1}$.

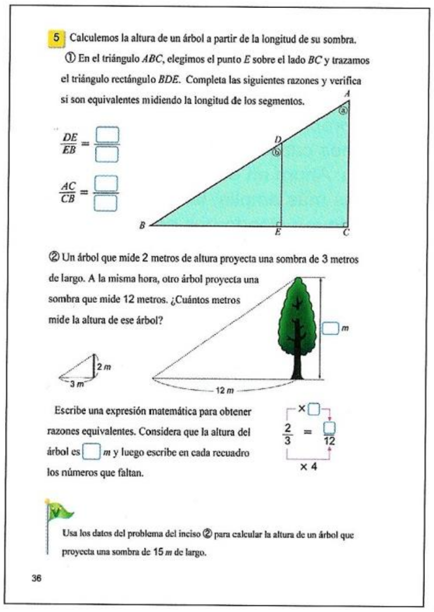
① $\frac{6}{3}$ ② $\frac{6}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{13}{10}$ ⑤ $\frac{9}{3}$

2 Construye tres razones equivalentes a $\frac{6}{9}$.

34

Fig. 3

Es irrelevante que ahora los triángulos no estén encimados. Además, hay que aplicar lo aprendido en la página 34.



5 Calculemos la altura de un árbol a partir de la longitud de su sombra.

① En el triángulo *ABC*, elegimos el punto *E* sobre el lado *BC* y trazamos el triángulo rectángulo *BDE*. Completa las siguientes razones y verifica si son equivalentes midiendo la longitud de los segmentos.

$\frac{DE}{EB}=\frac{\square}{\square}$

$\frac{AC}{CB}=\frac{\square}{\square}$

② Un árbol que mide 2 metros de altura proyecta una sombra de 3 metros de largo. A la misma hora, otro árbol proyecta una sombra que mide 12 metros. ¿Cuántos metros mide la altura de ese árbol?

Escribe una expresión matemática para obtener razones equivalentes. Considera que la altura del árbol es □ *m* y luego escribe en cada recuadro los números que faltan.

$$\frac{2}{3}\ \overset{\times\square}{\underset{\times 4}{=}}\ \frac{\square}{12}$$

Usa los datos del problema del inciso ② para calcular la altura de un árbol que proyecta una sombra de 15 *m* de largo.

36

Fig. 4

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. Encontrar el valor de *x*.

a) $\frac{3}{4}=\frac{24}{x}$

b) $\frac{5}{x}=\frac{35}{42}$

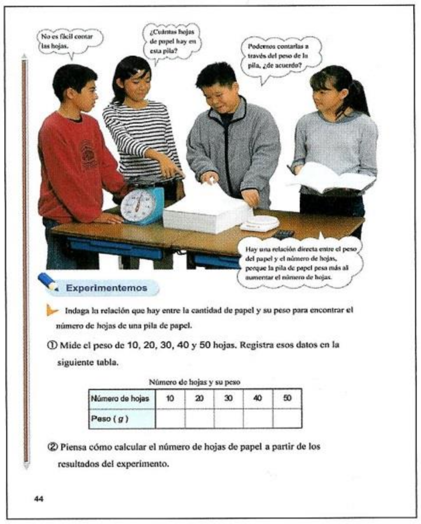
c) $\frac{12}{7}=\frac{x}{56}$

a) $\frac{x}{5}=\frac{36}{45}$

2. Un automóvil viaja 176 millas con 8 galones de gasolina. ¿Qué distancia viajará con el tanque lleno si éste se llena con 14 galones?

Proporción directa

En las páginas 44 a 51 del Tomo VI, Vol. 2, se aborda la proporción directa. Los contextos en los que se han planteado los problemas de proporciones en páginas anteriores siempre se expresa la proporción entre dos cualidades de los objetos en consideración: largo y ancho, cantidad de agua y jugo, aceite salado y vinagre, gramos de harina y gramos de leche, etc. Otra característica de los problemas de proporcionalidad es que se consideran algunos casos particulares de los objetos problema. Ahora en este nuevo tema la perspectiva es más amplia, las cualidades de los objetos siguen siendo dos pero se considera su comportamiento de forma más extensa como se observa en los experimentos como el mostrado en la imagen (*Fig.1*).



Experimentemos

Indaga la relación que hay entre la cantidad de papel y su peso para encontrar el número de hojas de una pila de papel.

① Mide el peso de 10, 20, 30, 40 y 50 hojas. Registra esos datos en la siguiente tabla.

Número de hojas y su peso

Número de hojas	10	20	30	40	50
Peso (g)					

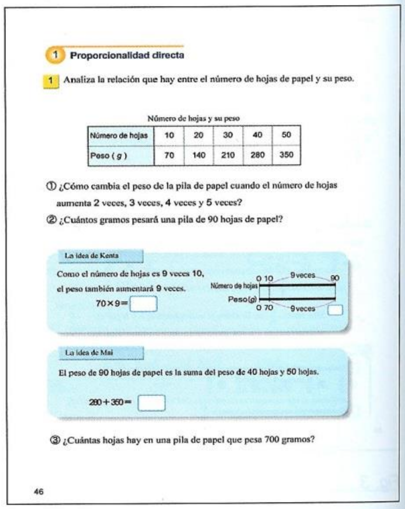
② Piensa cómo calcular el número de hojas de papel a partir de los resultados del experimento.

44

Fig. 1

Las cualidades de los objetos y las tablas con sus valores sugieren la idea de que se puede tomar en cuenta a más valores, pero sobre todo que de alguna forma estas cualidades están relacionadas: el peso depende del número de hojas, el grosor también depende de esto, lo cual es algo de sentido común, bajo el supuesto de que todas las hojas sean del mismo material y tengan las mismas dimensiones.

En la tabla de la página 46 (*Fig. 2*), se puede observar que con las columnas se forman razones equivalentes, es decir, con estas razones se pueden formar proporciones.



① **Proporcionalidad directa**

1 Analiza la relación que hay entre el número de hojas de papel y su peso.

Número de hojas y su peso

Número de hojas	10	20	30	40	50
Peso (g)	70	140	210	280	350

① ¿Cómo cambia el peso de la pila de papel cuando el número de hojas aumenta 2 veces, 3 veces, 4 veces y 5 veces?

② ¿Cuántos gramos pesará una pila de 90 hojas de papel?

La idea de Kenta

Como el número de hojas es 9 veces 10, el peso también aumentará 9 veces.

$70 \times 9 = \square$

La idea de Mai

El peso de 90 hojas de papel es la suma del peso de 40 hojas y 50 hojas.

$280 + 350 = \square$

③ ¿Cuántas hojas hay en una pila de papel que pesa 700 gramos?

46

Fig. 2

En la tabla de la página 48 (*Fig. 3*) se registra la variación del peso del alambre con relación a la variación de la longitud y como antes *los datos de las columnas forman razones equivalentes, las cuales dan lugar a proporciones,* esta es una cualidad conjunta de las cualidades de peso y longitud del cable y explica las transformaciones que indican las flechas curvas de color rojo que tienen estas tablas.

Si se calculan las razones **Peso ÷ Longitud** éstas tendrán el valor de 20 para los datos de cualquier columna. En general se puede escribir:

Reflexiones adicionales

Lo que en el análisis hemos llamado cualidad, en el discurso formal de la matemática se llama **variable**. Concepto que hace referencia a características reales o abstractas de objetos también reales o abstractos que cambian de valor.

En contraste con el concepto de variable se tiene el de **constante**, que es también una característica de los objetos reales o abstractos que se considera pero que no cambian de valor. Por ejemplo: en los experimentos del tema el peso de cada hoja se considera constante, no cambia; lo mismo se puede decir del diámetro del cable.

Sean A y B dos variables. Se dice que entre A y B hay una relación de proporcionalidad directa, o de forma más específica, que A es directamente proporcional a B, si existe una constante k tal que

$A = k \times B$.

A la constante k se le llama constante de proporcionalidad.

Sean $B1$, $B2$, $B3$, $B4$… Bn. valores diferentes de la variable B. Los correspondientes valores de la variable A serán:

$A1 = k \times B1$

$A2 = k \times B2$

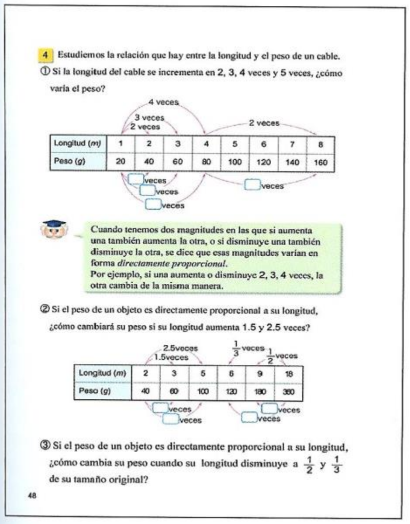
$A3 = k \times B3$

$A4 = k \times B4$

$\ldots$

$An = k \times Bn$

Es claro que la tabla formada con estos valores tiene propiedades similares a las de nuestras lecciones.



4 Estudiemos la relación que hay entre la longitud y el peso de un cable.

① Si la longitud del cable se incrementa en 2, 3, 4 veces y 5 veces, ¿cómo varía el peso?

Longitud (*m*)	1	2	3	4	5	6	7	8
Peso (*g*)	20	40	60	80	100	120	140	160

Cuando tenemos dos magnitudes en las que si aumenta una también aumenta la otra, o si disminuye una también disminuye la otra, se dice que esas magnitudes varían en forma *directamente proporcional*.
Por ejemplo, si una aumenta o disminuye 2, 3, 4 veces, la otra cambia de la misma manera.

② Si el peso de un objeto es directamente proporcional a su longitud, ¿cómo cambiará su peso si su longitud aumenta 1.5 y 2.5 veces?

Longitud (*m*)	2	3	5	6	9	18
Peso (*g*)	40	60	100	120	180	360

③ Si el peso de un objeto es directamente proporcional a su longitud, ¿cómo cambia su peso cuando su longitud disminuye a $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ de su tamaño original?

48

Fig. 3

Peso ÷ Longitud = 20.

Al valor 20 se le llama *Constante de proporcionalidad*.

En el experimento de las hojas, la constante de proporcionalidad es 7. En efecto: **Peso ÷ Número de hojas** siempre tiene el valor 7 y se puede escribir:

Peso ÷ Número de hojas = 7

Actividades que se sugieren para los futuros docentes

1. El perímetro del círculo se calcula mediante la fórmula: $P = 2\pi r$, donde P representa al perímetro, la letra π representa al número 3.14 y la letra r al radio del círculo.

   Da los valores al radio para llenar la tabla.

Perímetro							
Radio	0						

   - ¿El comportamiento del perímetro y el radio es directamente proporcional?
   - En caso de contestar afirmativamente la pregunta anterior, responde: ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?
   - Dibuja una gráfica cartesiana para los valores de la tabla.

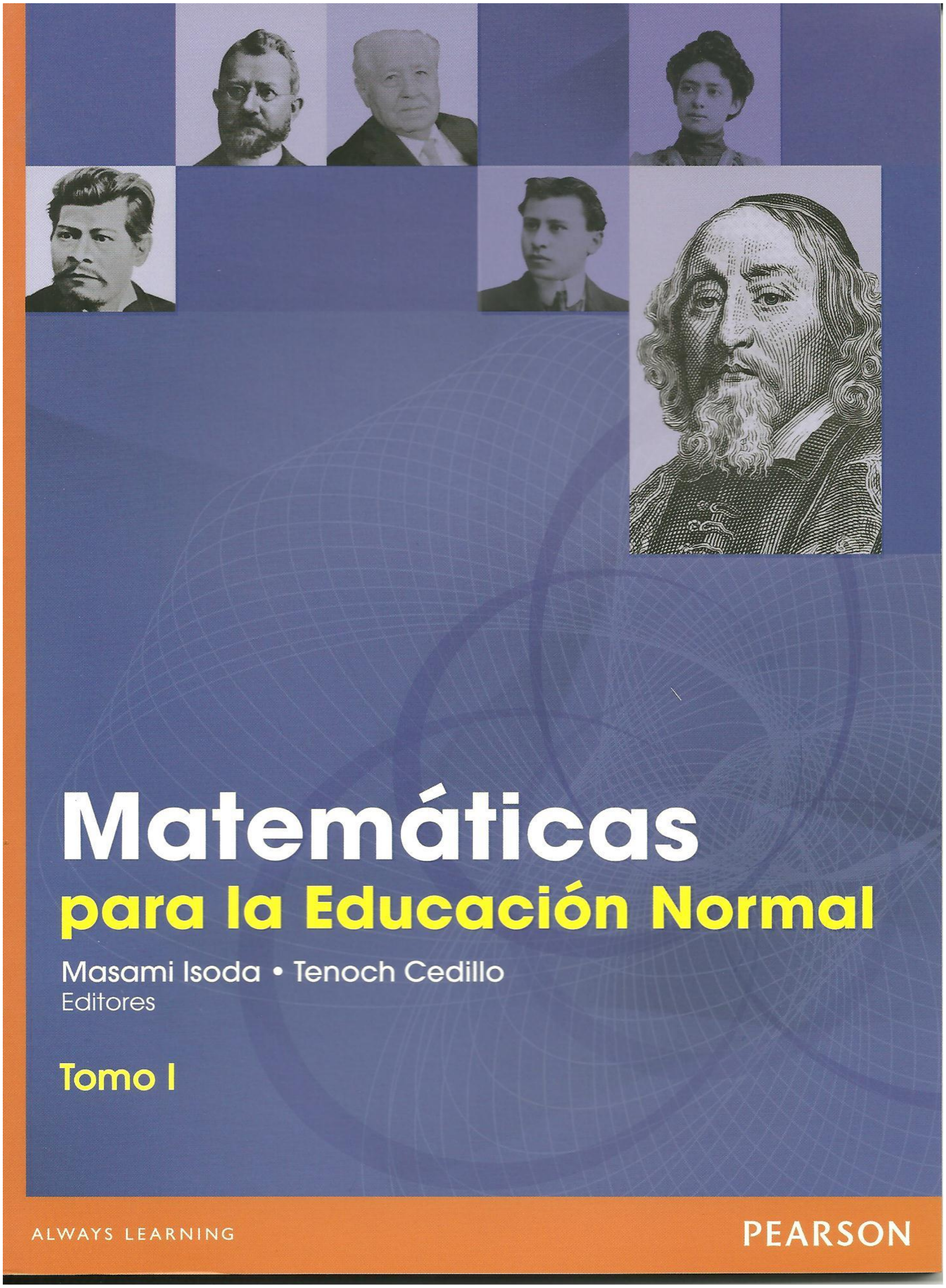
2. El área del círculo se calcula mediante la fórmula: $A = \pi r2$, donde A representa al área, la letra π representa al número 3.14 y la letra r al radio del círculo.

   Da los valores al radio para llenar la tabla.

Área							
Radio	0						

- ¿El comportamiento del área y el radio es directamente proporcional?
- En caso de contestar afirmativamente la pregunta anterior, responder: ¿cuál es el valor de la constante de proporcionalidad?
- Dibuja una gráfica cartesiana para los valores de la tabla.

TOMO 1



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

Tomo I

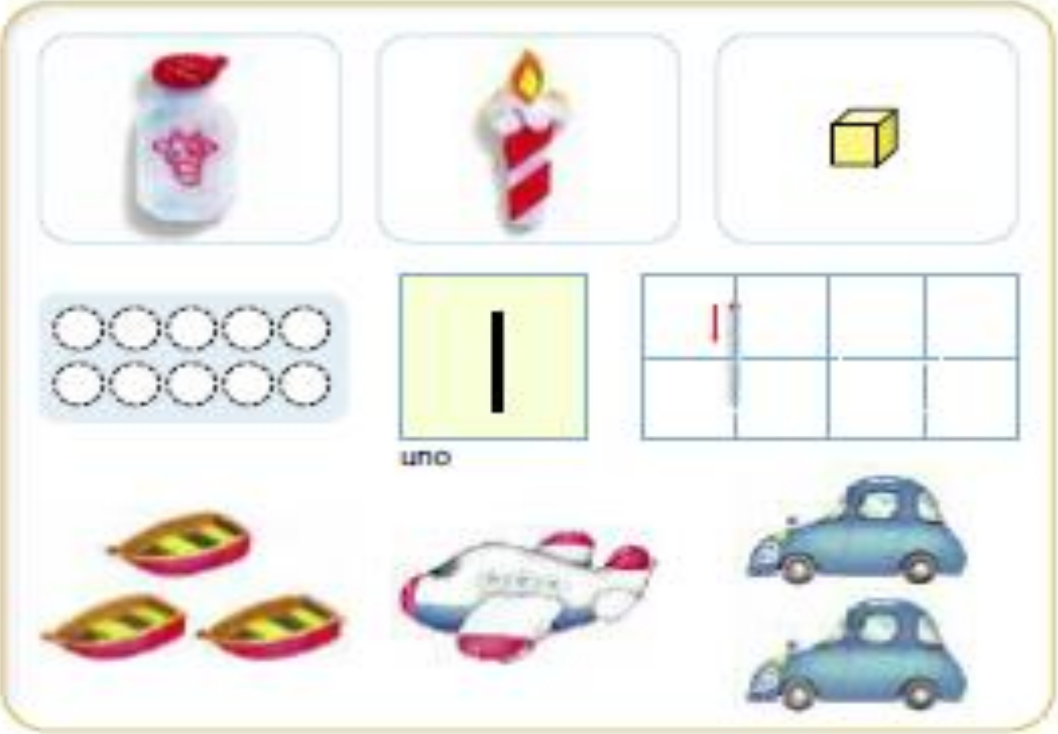
ALWAYS LEARNING
PEARSON

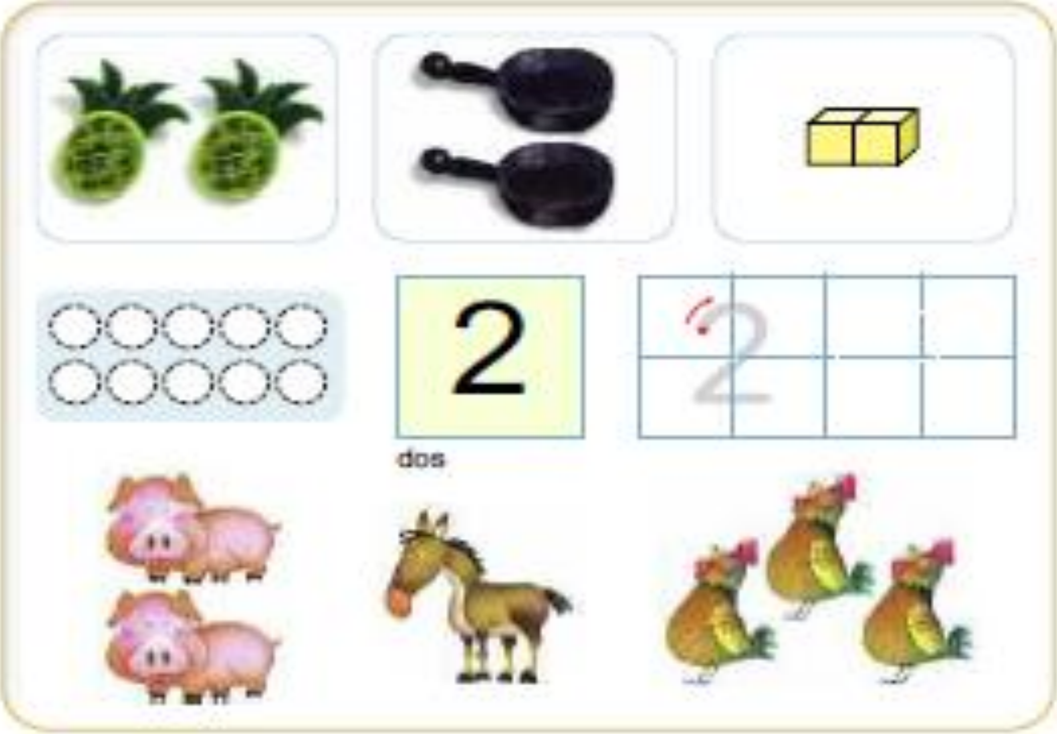
1 Números hasta 10

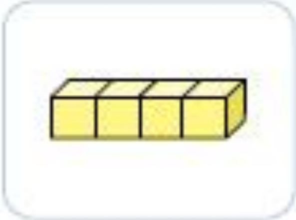
3

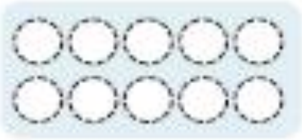
tres

10


1
uno

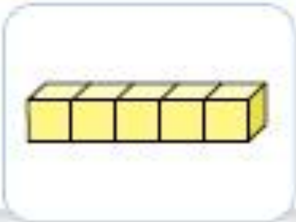

2
dos

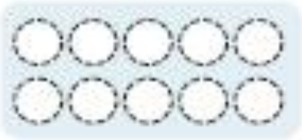




4

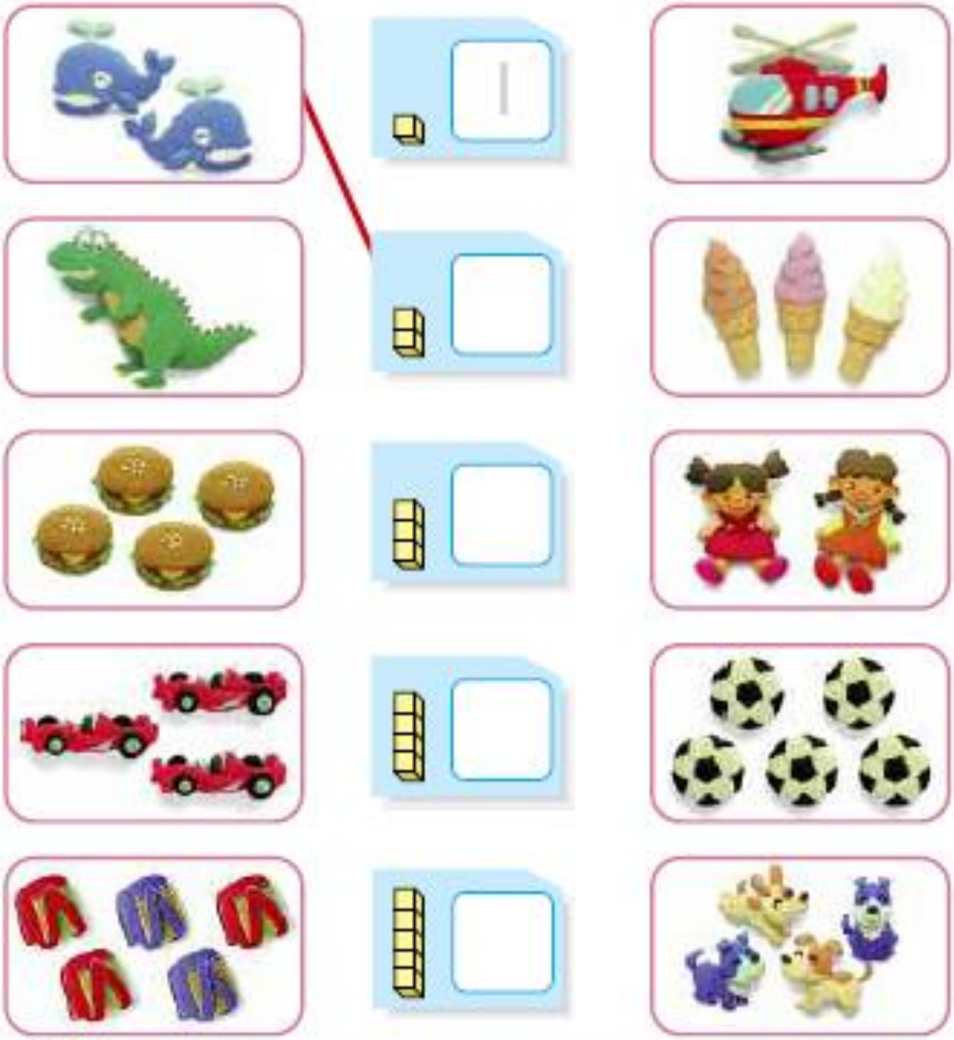
cuatro

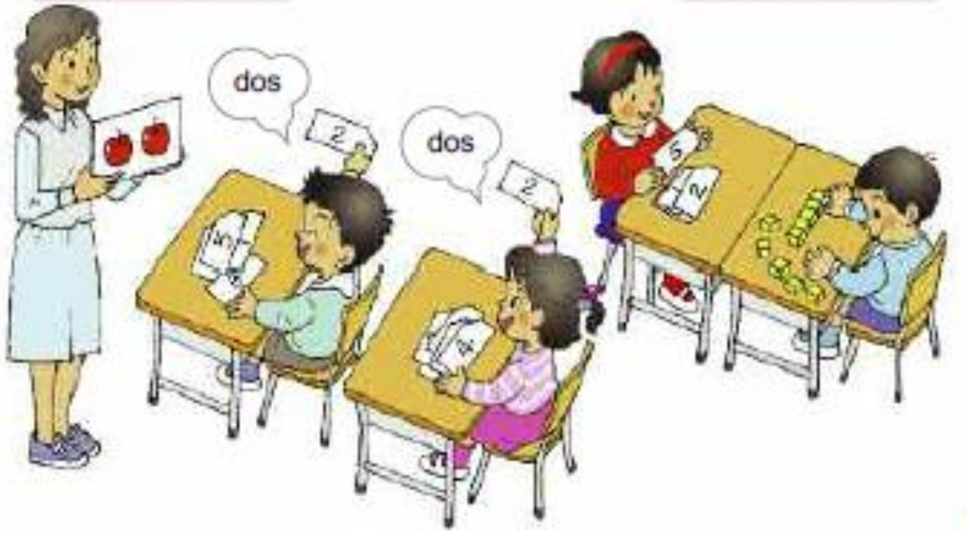




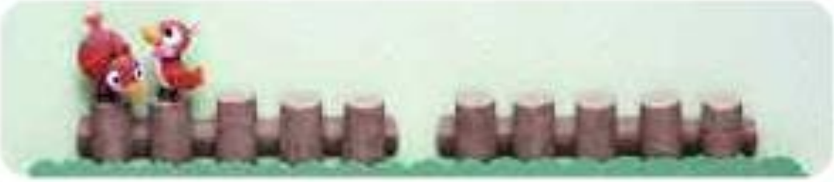
5

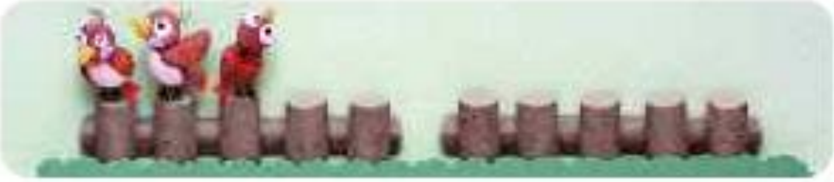
cinco


1

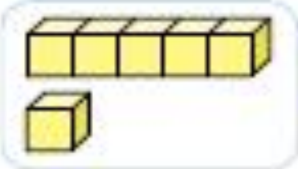

dos
2
dos
2


2
dos
3
tres



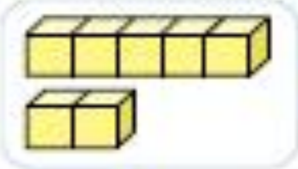



16



6

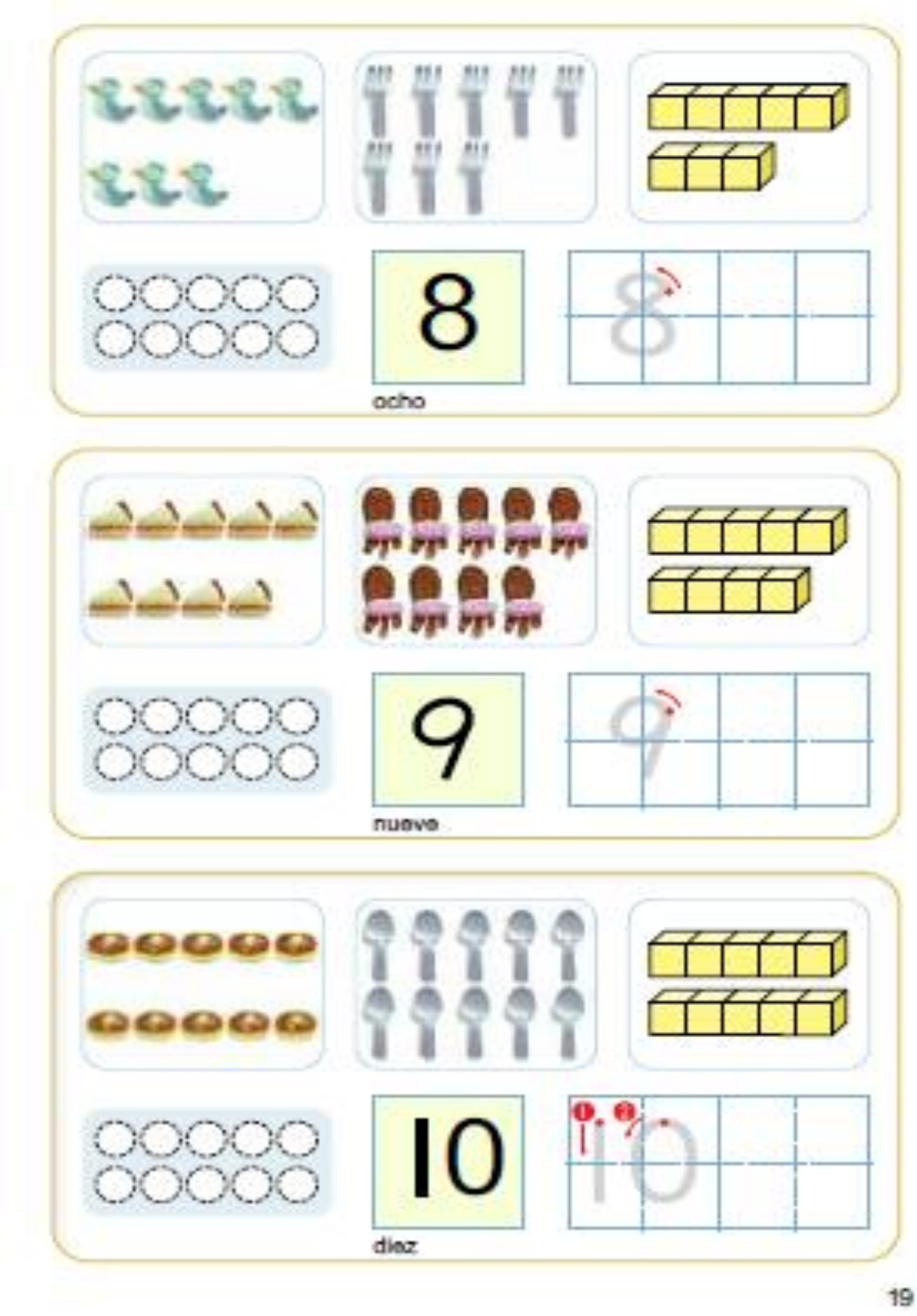
seis



7

siete


18



8

ocho

9

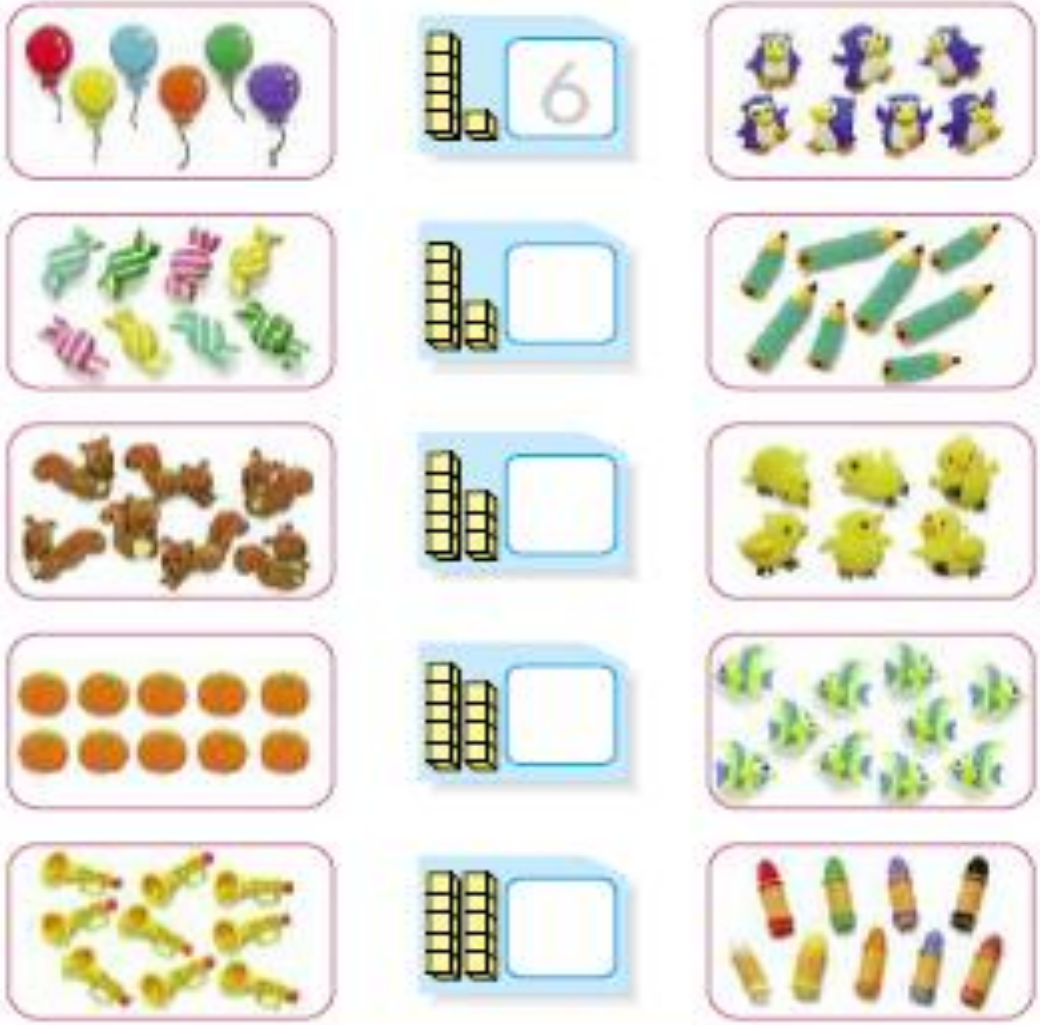
nueve

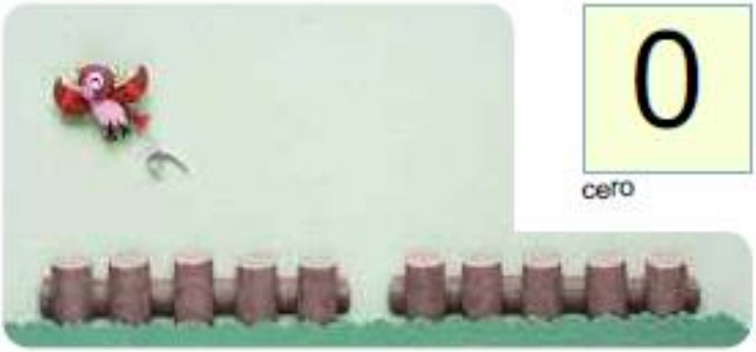
10

diez

19

–

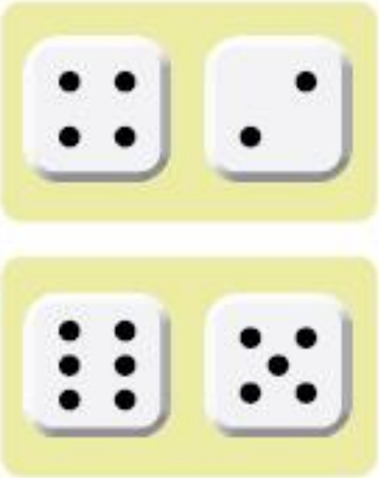

6

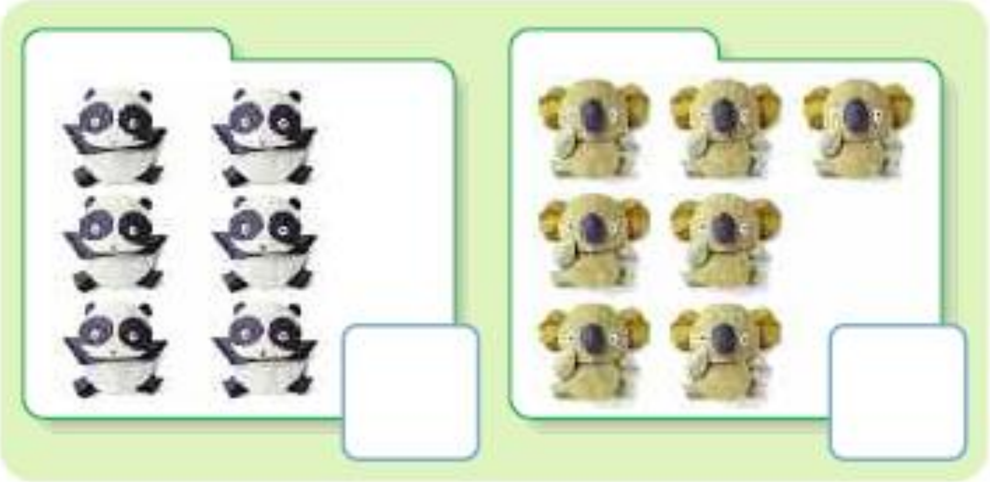


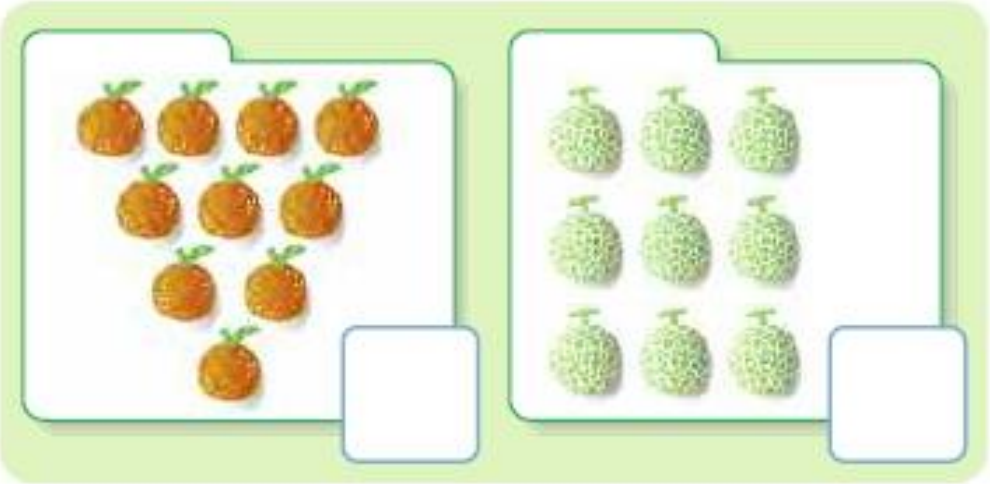
0

cero

¿Cuál es mayor?





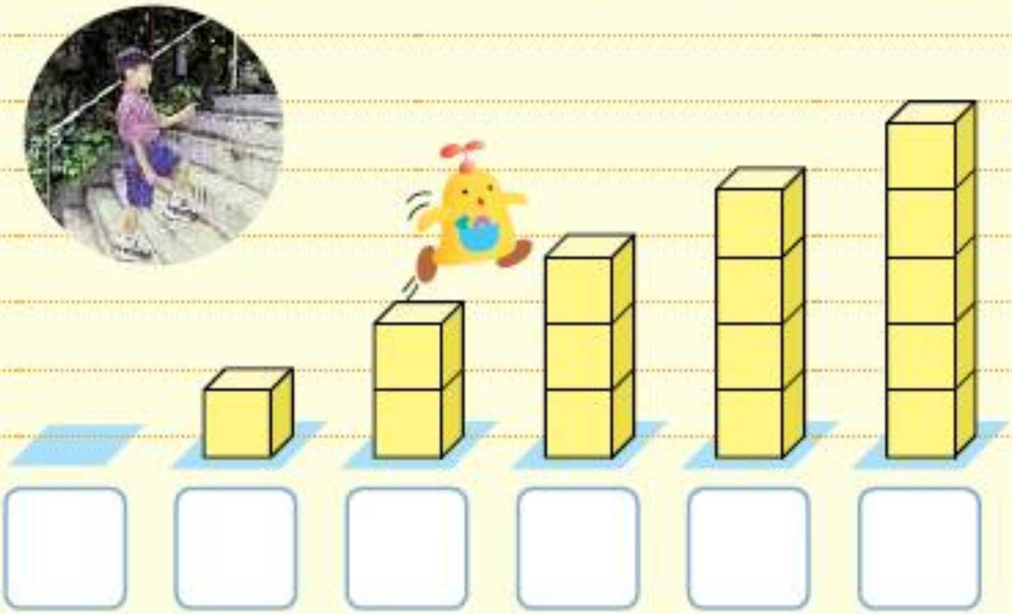


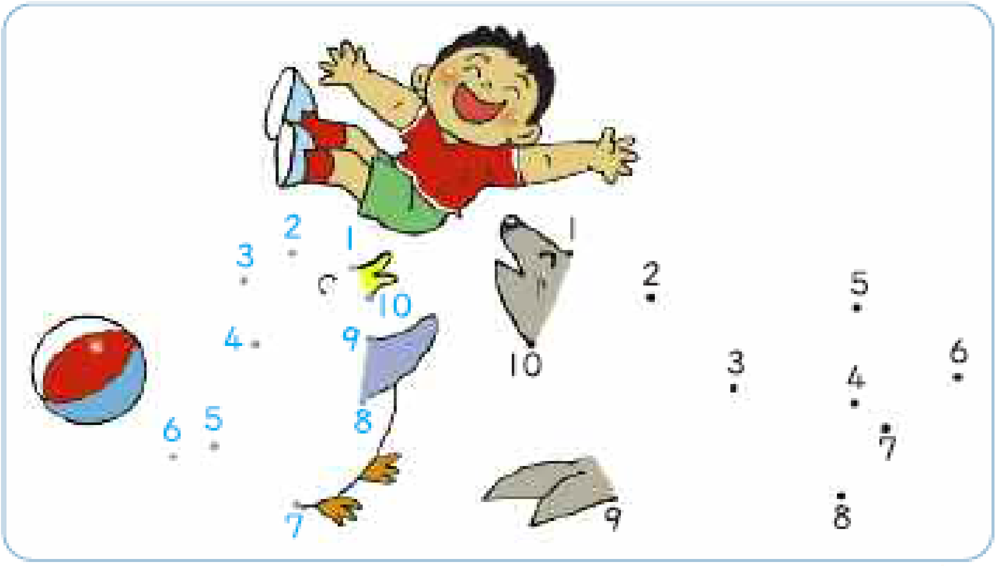
¿Cuál es más grande?

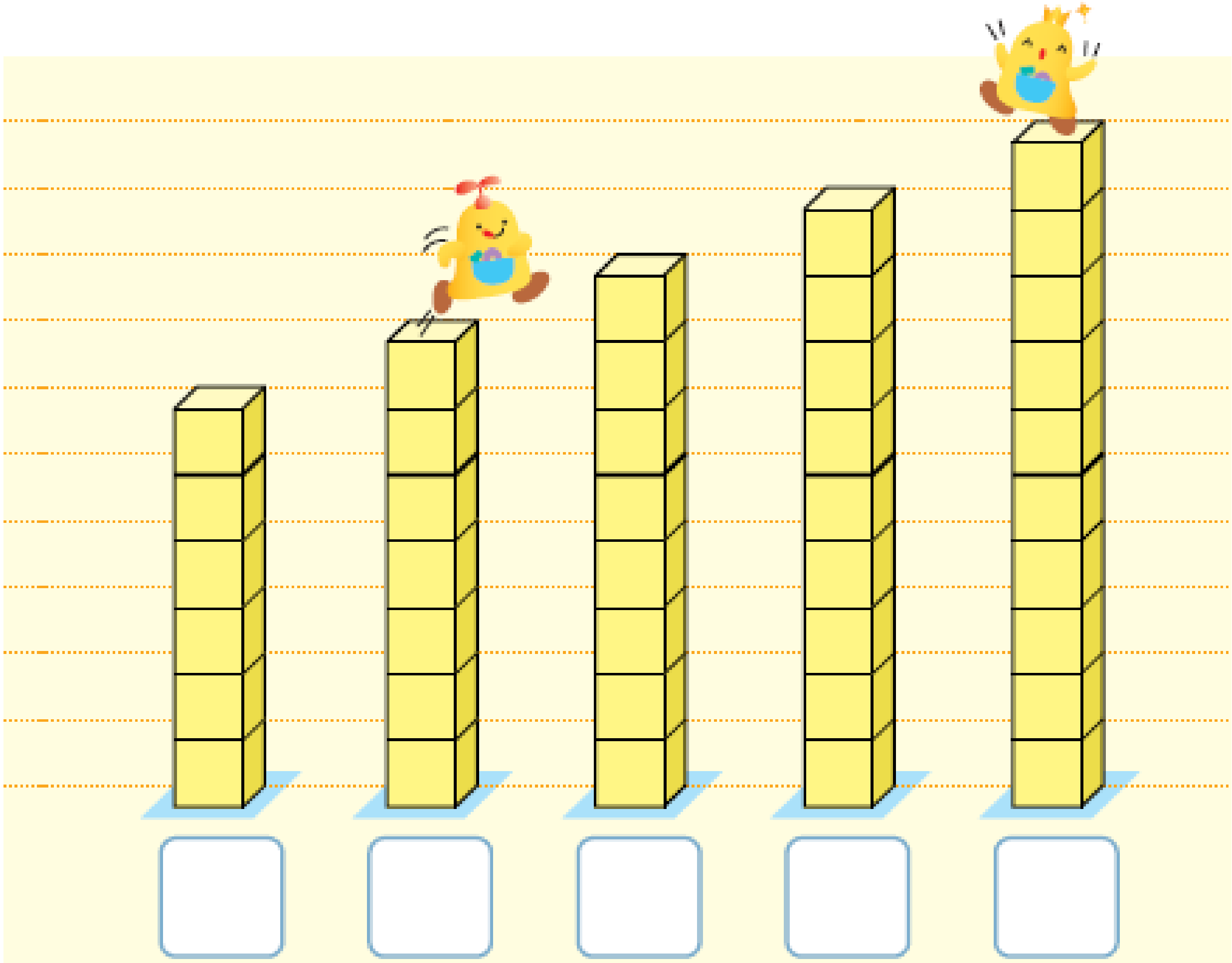
10 9

3 1 5 7

Pon las tarjetas en orden



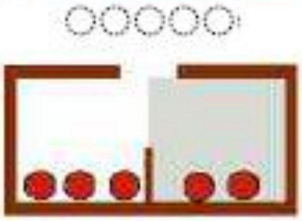

1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10
1
2
3
4
5
6
7
8
9
10



2 ¿Cuántos hay?

5

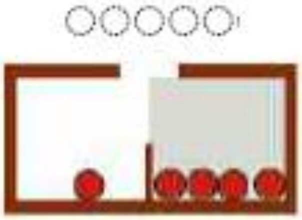
●●●●●



5	
3	2

5 es 3 y 2

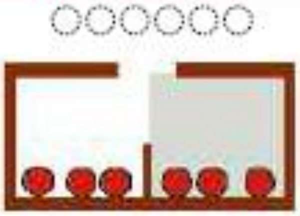
Escribe en el □ los números correctos.



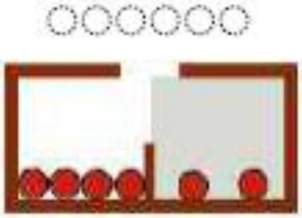
5	
1	

6

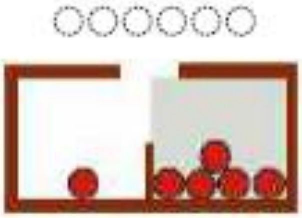
●●●●●
●



6	
3	3



6	
4	



6	

7
●●●●● ●●

7 es ⚂ y ⚃

7	
3	4

⚁ y ⚄

7	
	5

⚀ y ⚅

7	

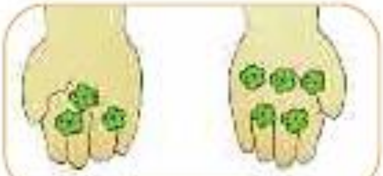
Números escondidos

7	
3	

¿Cuántas están escondidas?

8

●●●●●
●●●



8

3 5

8

1

8

8

9

●●●●●
●●●●

9

1 8

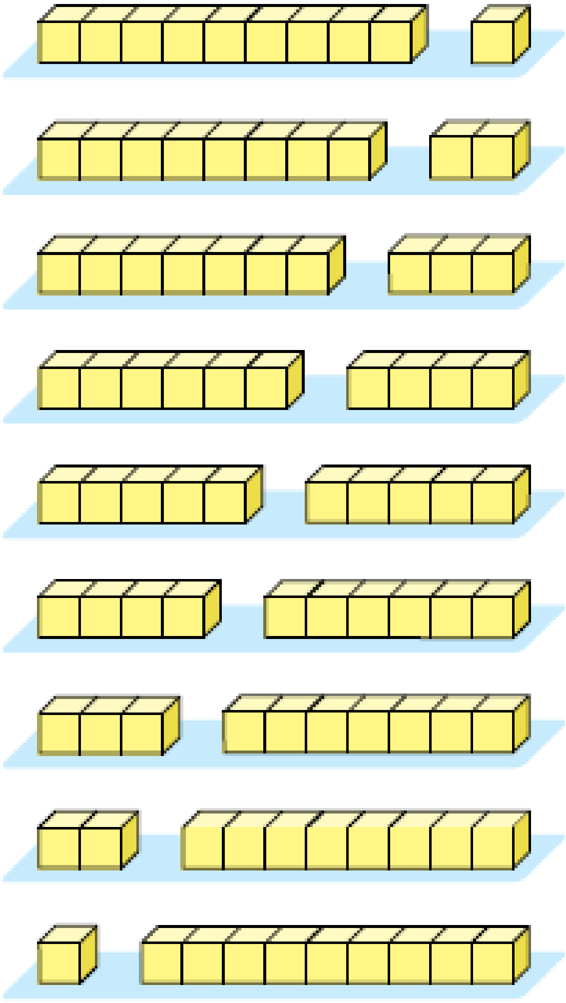
9

9

9

10

●●●●●
●●●●●



9 y 1

8 y ☐

☐ y 3

☐ y ☐

☐ y ☐

☐ y ☐

☐ y ☐

☐ y ☐

☐ y ☐

10	
2	

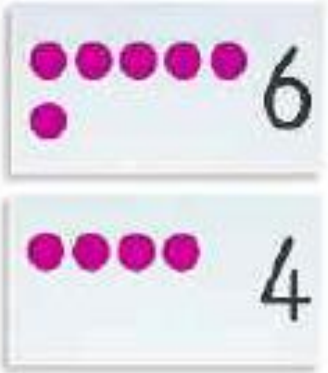
10	
	4

10	
9	

10	
	5

10	

Formemos el 10



1 Escoge las tarjetas que forman el 10.

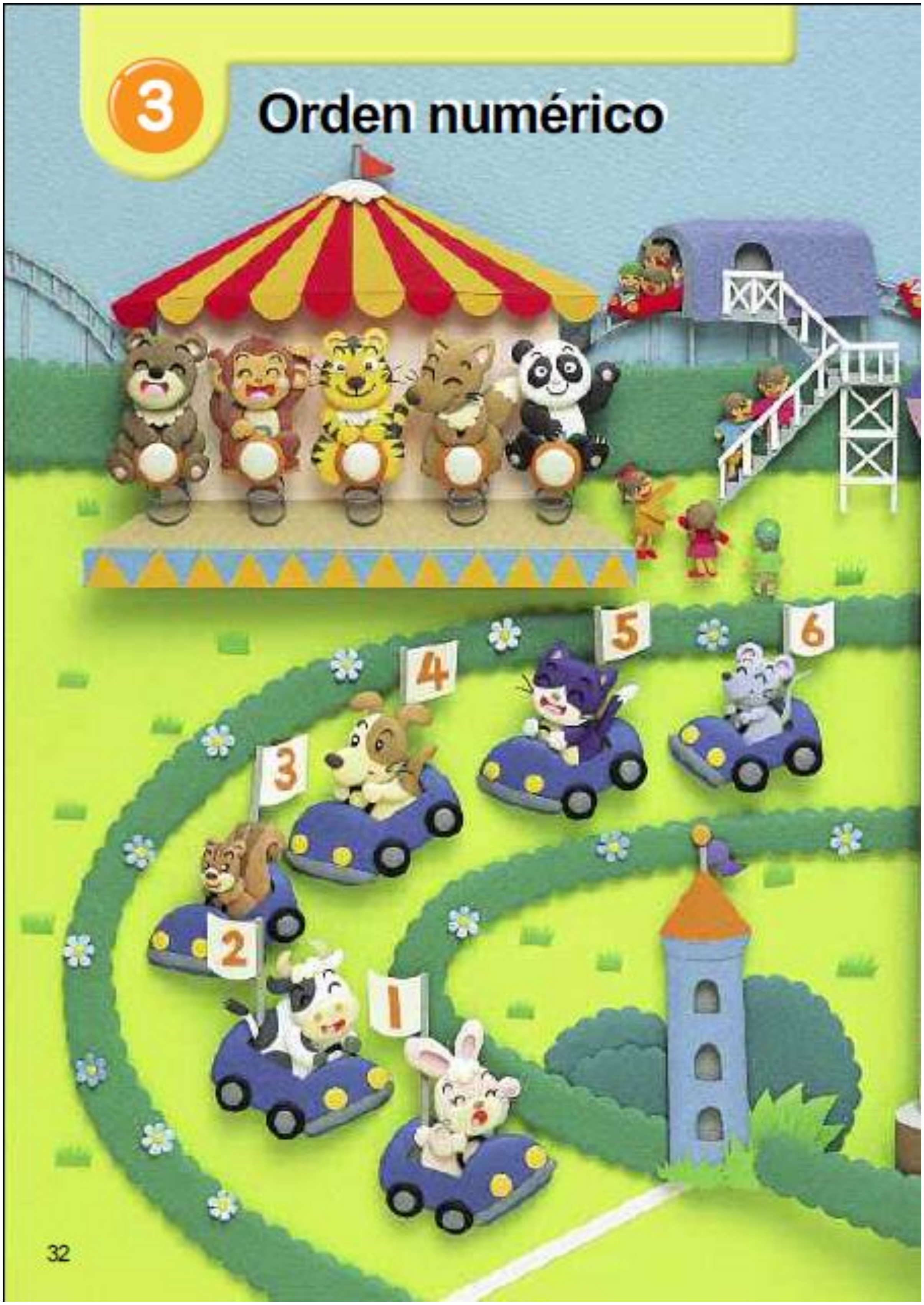
2 Da vuelta a las cartas para formar el 10.

Construye algunas figuras con 10 fichas

1 Construye figuras

2 Utiliza figuras para contar hasta 10

3 Orden numérico

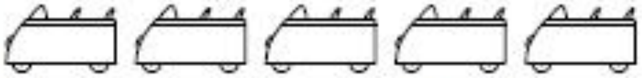


Los primeros **4** niños de adelante

El cuarto niño de adelante

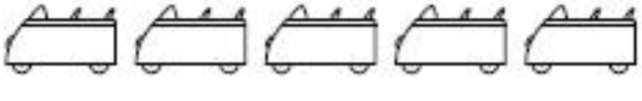
Coloreemos.

Los **2** primeros carros de adelante



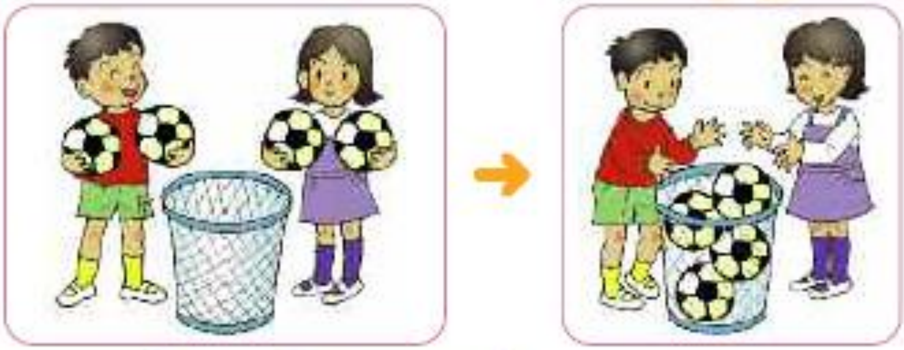
El segundo carro de adelante

El tercer carro desde atrás



4 Suma (1)

①

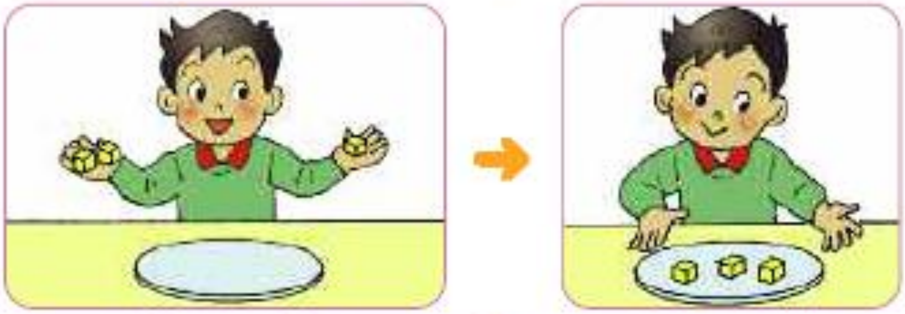


Hay ☐ pelotas.

Hay ☐ pelotas.

Hay ☐ pelotas en total.

②



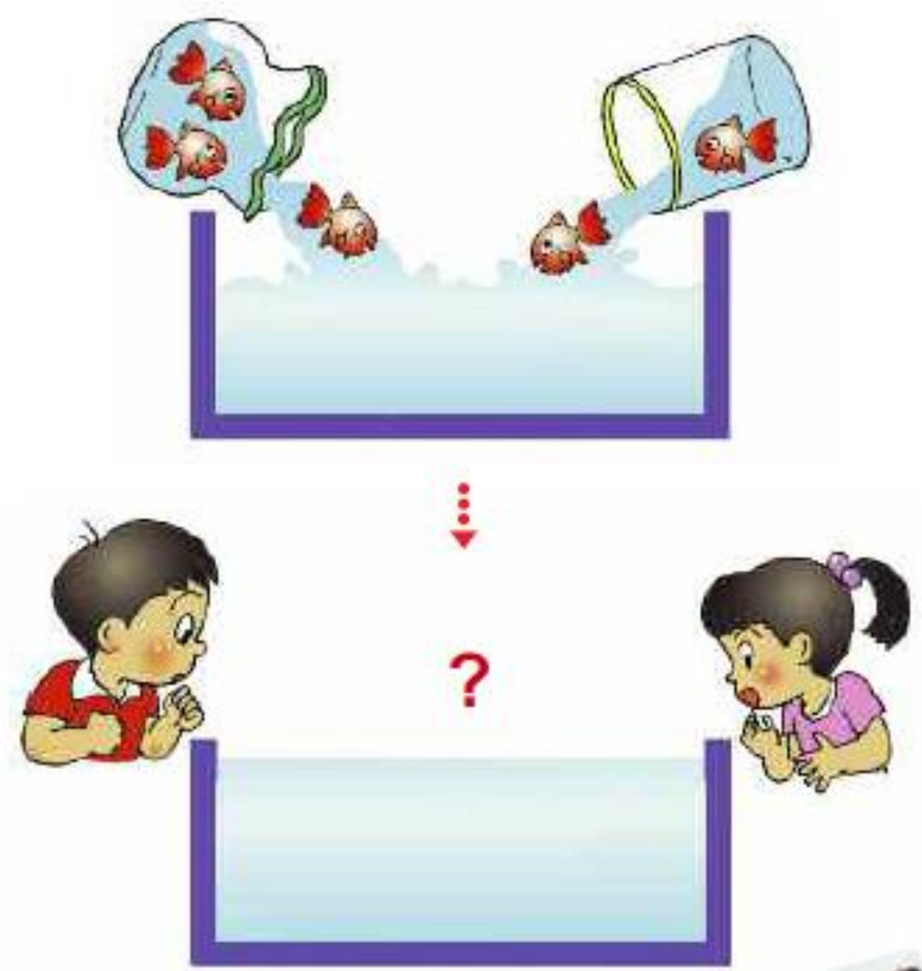
Hay ☐ bloques.

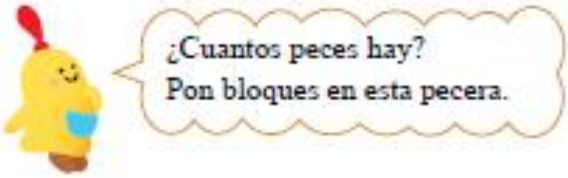
Hay ☐ bloques.

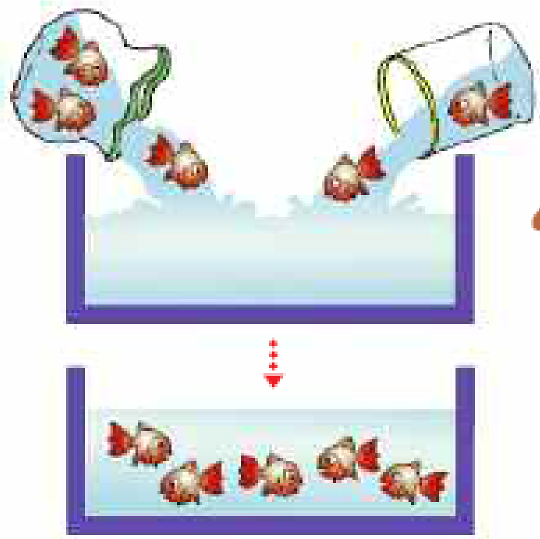
Hay ☐ bloques en total.

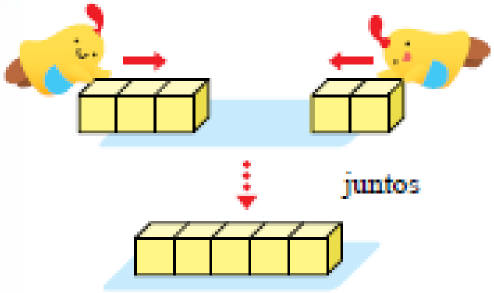
¿Cuántos hay en total?

1 ¿Cuántos peces hay en total ?





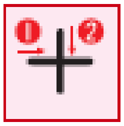


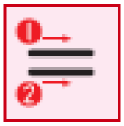


3 y 2 hacen 5

Expresión matemática: 3 + 2 = 5

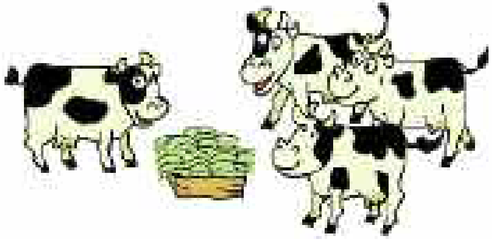
3 más 2 es igual a 5 Respuesta : 5 peces

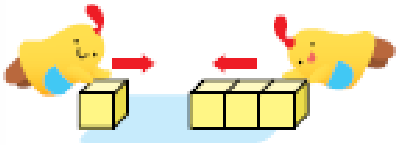




2 Escribe una expresión matemática y encuentra la respuesta.

① ¿Cuántas vacas hay en total ?





Expresión matemática ☐ + ☐ = ☐

Respuesta : ☐ vacas

② ¿Cuántos niños hay en total?

Expresión matemática

Respuesta: niños

---

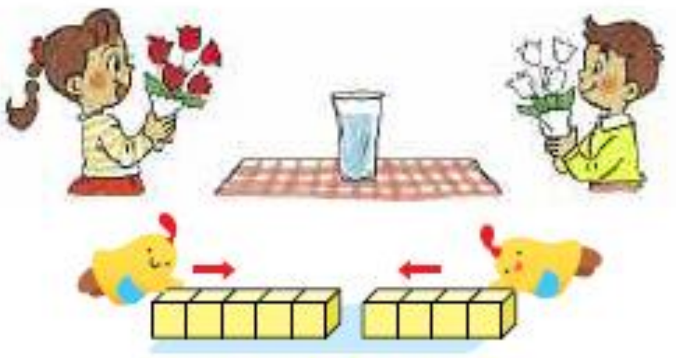
3 Hagamos **sumas**.

2 + 1   1 + 4   3 + 1   2 + 3

1 + 2   1 + 1   2 + 2   4 + 1

4 Hay **5** flores rojas y **4** flores blancas

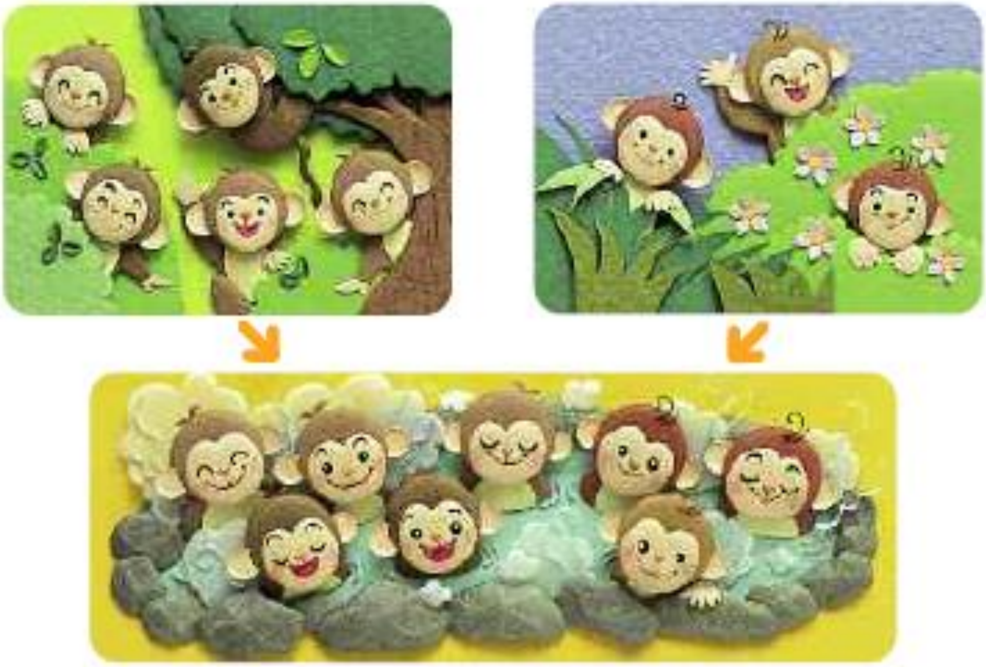
¿Cuántas flores hay en total?



5 5 + 1 5 + 2 3 + 5 4 + 5

6 Inventa un problema para la operación

5 + 3



Hay ☐ monos.

Hay ☐ monos.

¿Cuántos monos hay en total ☐ ?

7 Inventa un problema para la expresión matemática 2 + 5

¿Cuántos más hay?

Comenta las imágenes.

①

Hay ☐ patos.

Llegan ☐ patos más.

¿Cuántos patos hay en total?

Hagamos una historia utilizando los bloques

②

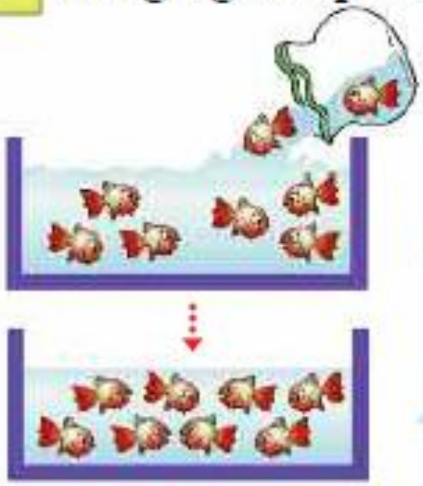
Hay ☐ bloques.

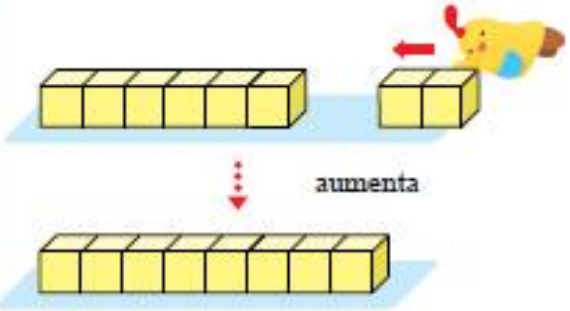
Ella trae ☐ bloques más.

¿Cuántos bloques hay en total?

Ahora cambia el número de bloques y crea nuevas historias.

1 Si agregas 2 peces, ¿cuántos peces hay ahí?





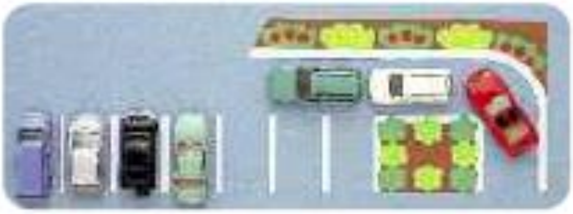
Hay 6. Si agregas 2, hay 8.

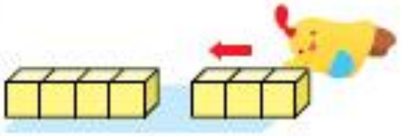
Expresión matemática $6 + 2 = 8$

Respuesta: ☐ peces

$8 + 1$ $7 + 2$ $6 + 1$ $6 + 3$

2 Hay 4 carros estacionados. Si llegan 3 carros más, ¿cuántos carros se estacionaron en total?





$4 + 4$ $3 + 4$ $3 + 3$ $2 + 4$

3 Inventa un problema para la operación $6 + 4$

Hay ☐ gatos.
Llegan ☐ gatos más.
¿Cuántos gatos hay en total? ☐

4 Crea un problema para $3 + 7$

5 Hagamos sumas.

① $9 + 1$ $5 + 5$ $4 + 6$ $2 + 8$
$7 + 3$ $8 + 2$ $1 + 9$ $3 + 7$

② $2 + 5$ $1 + 6$ $3 + 6$ $4 + 2$
$1 + 8$ $2 + 7$ $7 + 1$ $1 + 5$

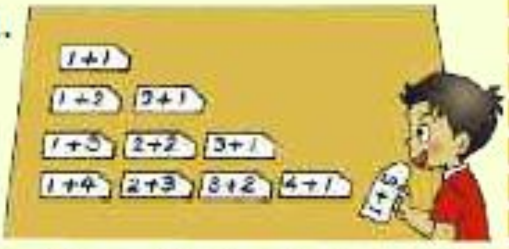
Tarjetas de sumas

Hagamos tarjetas con sumas y practiquemos con ellas.

① Di la respuesta.

② Escoge una tarjeta con la misma respuesta.

③ Alinea las tarjetas que tengan la misma respuesta.



Suma con 0

1 Lanza las pelotas dentro de un canasto dos veces seguidas.

¿Cuántas pelotas hay en el canasto?

2 + 1 = ☐

2 + ☐ = ☐

☐ + ☐ = ☐

2 Hagamos sumas.

4 + 0	9 + 0	7 + 0	8 + 0
0 + 6	0 + 5	0 + 1	0 + 0

Un libro para sumar con imágenes

Problemas

1 Hagamos sumas.

2 + 3
2 + 5
7 + 1
3 + 4
6 + 4

0 + 3
1 + 5
2 + 6
6 + 0
8 + 2

4 + 1
5 + 4
3 + 6
4 + 2
7 + 3

2 Conecta las tarjetas que tengan la misma respuesta.

3 + 5 · · 4 + 4
1 + 4 · · 5 + 1
2 + 4 · · 6 + 3
4 + 5 · · 3 + 2

3 Inventa un problema para la operación 4 + 3.

5 Resta (1)

Comenta las imágenes.

①

☐ autos estacionados

☐ autos se van.

quedan ☐ autos.

Ahora, hagamos una historia utilizando bloques.

②

Había ☐ bloques.

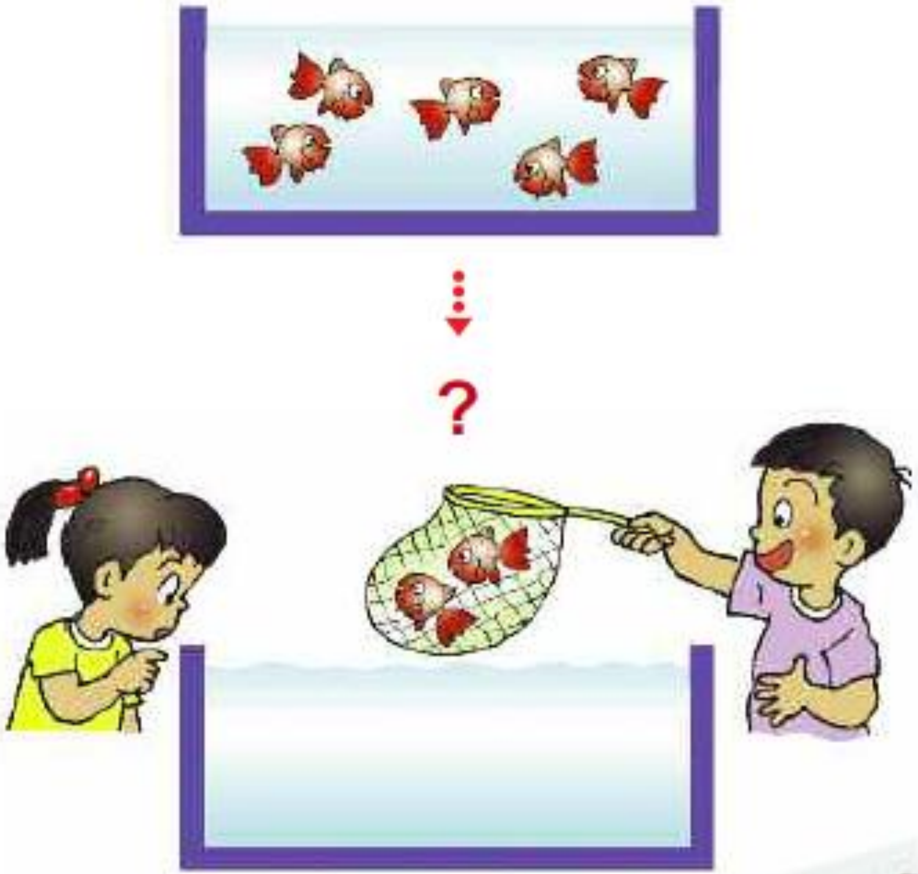
Él toma ☐ bloque.

Quedan ☐ bloques.

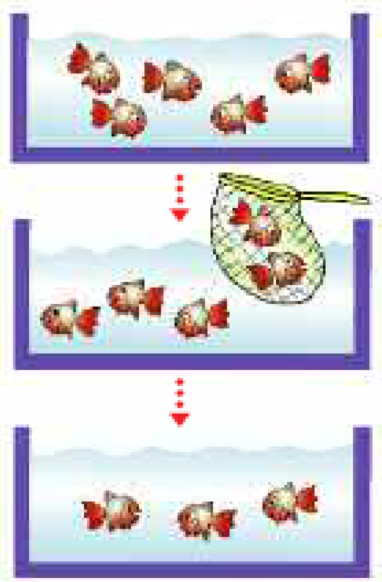
¿Cuántos quedan?

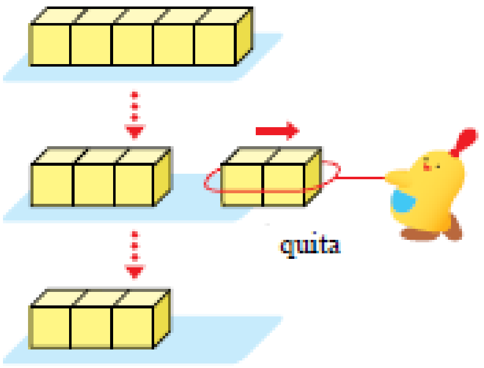
1 Había **5** peces. Él sacó **2** peces.

¿Cuántos peces quedan?



¿Cuántos peces hay?
Coloca bloques en esta pecera





Si tomas 2 de 5, quedan 3.

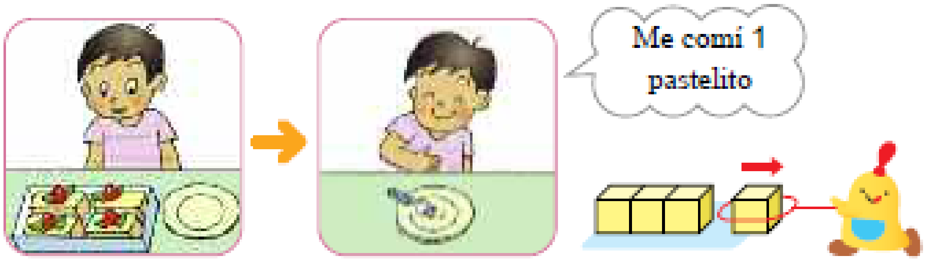
Expresión matemática: 5 − 2 = 3

Respuesta: 3 peces

5 menos 2 es igual a 3 −

2 ¿Cuántos quedan? Escribamos la expresión matemática y resolvámosla.

①



Expresión matemática: ☐ − ☐ = ☐

Respuesta: ☐ pastelitos.

②

Expresión matemática:

Respuesta: flores

3 Hagamos restas.

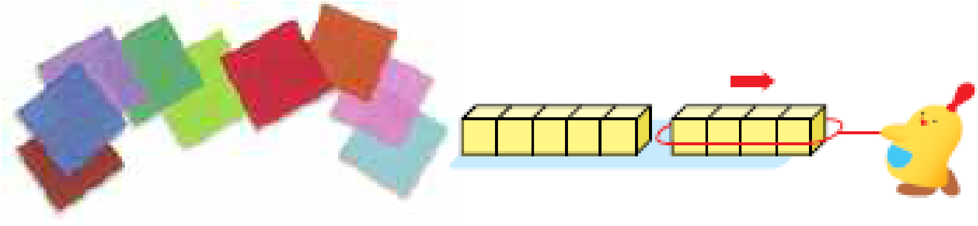
5 – 3 2 – 1 4 – 2 5 – 4

4 – 3 3 – 1 5 – 1 3 – 2

4 Hay 9 hojas de origami.

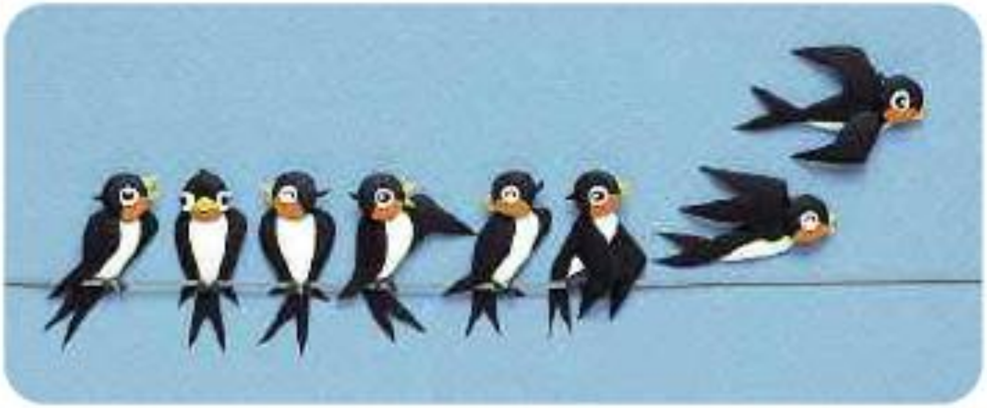
Se utilizaron 4 hojas para hacer un avión.

¿Cuántas hojas te quedan?



8 – 3 7 – 2 6 – 5 9 – 5

5 Inventemos un problema para la expresión matemática 8 – 2.



☐ golondrinas estaban en el alambre

☐ golondrinas se fueron volando

¿Cuántas golondrinas quedaron? ☐

6 Inventa un problema para la expresión matemática 9 – 3.

9 – 2   7 – 1   8 – 6   9 – 7

8 – 1   9 – 8   9 – 1   8 – 7

7 Hay 8 hámsteres. 4 son machos.

¿Cuántos hámsteres son hembras?

6 − 3　　7 − 4　　8 − 5　　7 − 3

7 − 2　　6 − 4　　7 − 5　　6 − 2

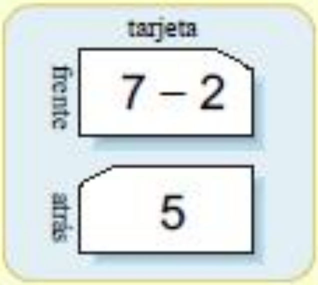
8 Había 10 lápices. Él sacó punta a 3 lápices. ¿A cuántos lápices no les ha sacado punta?

10 − 4　　10 − 1　　10 − 9　　10 − 2

10 − 6　　10 − 8　　10 − 7　　10 − 5

Tarjetas de resta

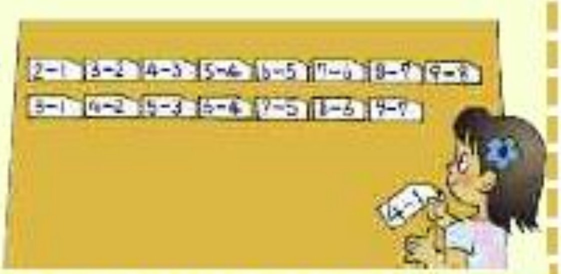
Hagamos las tarjetas de resta y practiquemos con ellas.



1 Di la respuesta.

2 Escoge la tarjeta con la misma respuesta.

3 Alinea las tarjetas que tengan la misma respuesta.



Resta con 0

1 ¿Cuántos peces quedan?

①

Si ella saca 2 peces

$3 - 2 = \square$

②

Si ella saca 3 peces

$3 - 3 = \square$

③

Si ella no puede sacar ningún pez.

$3 - 0 = \square$

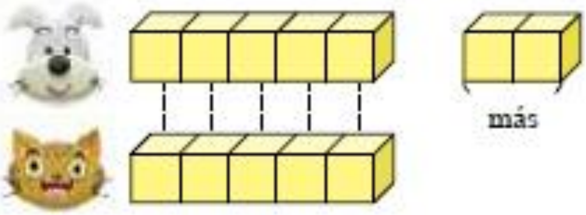
2 Hagamos restas.

$7 - 7$ $4 - 4$ $5 - 5$ $9 - 9$

$8 - 0$ $1 - 0$ $6 - 0$ $0 - 0$

¿Cuál es la diferencia?

1 ¿Cuántos perros más hay que gatos?



7 es 2 más que 5

Expresión matemática : 7 – 5 = ☐

Respuesta: ☐ más

---

2 ¿Cuántos trozos de pastel hay más que platos?

Expresión matemática : ☐ – ☐ = ☐

Respuesta: ☐ más

---

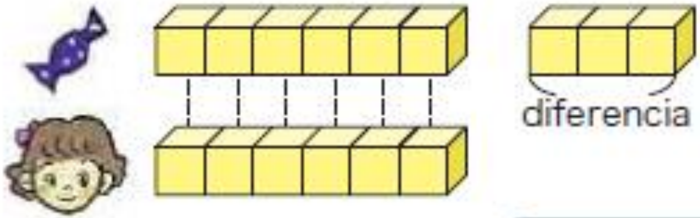
3 Hay carros rojos y carros amarillos. ¿De qué color hay más? ¿Cuántos más?

Expresión matemática: ☐ – ☐ = ☐

Respuesta: Hay ☐ carros de color ________

☐ más que carros de color ☐ ________

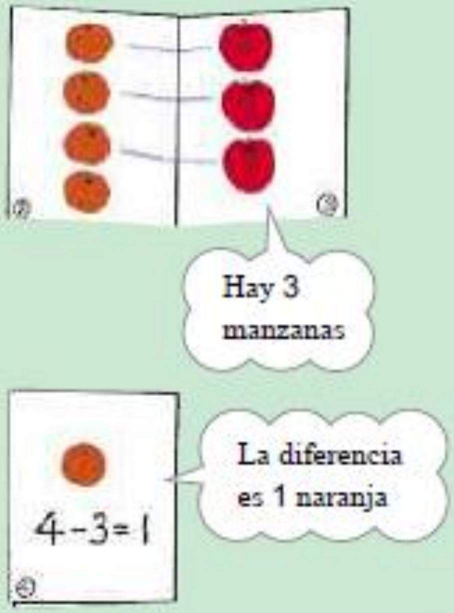
4 ¿Cuál es la diferencia entre el número de niños y el número de dulces?



Expresión matemática: ☐

Respuesta: ☐ ________

Un libro de resta con imágenes



Problemas

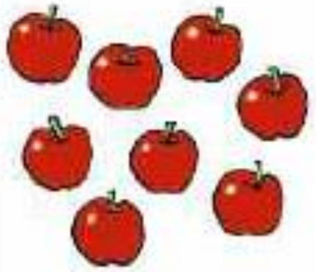
1 Hagamos restas.

4 − 1 9 − 4 2 − 2

5 − 2 7 − 5 8 − 4

6 − 0 10 − 3 3 − 1

2 Escribe las expresiones matemáticas y obtén las respuestas.



① Hay 8 manzanas.

Ellos se comen 5.

¿Cuántas quedan?

② Hay 6 niñas y 10 niños.

¿De cuál hay más?

3 Inventa un problema para 7 − 4.

Repaso

1 ¿De cuál hay más,  o ?

2 Completa el ☐ con los números correctos.

①

5	
☐	3

②

7	
☐	4

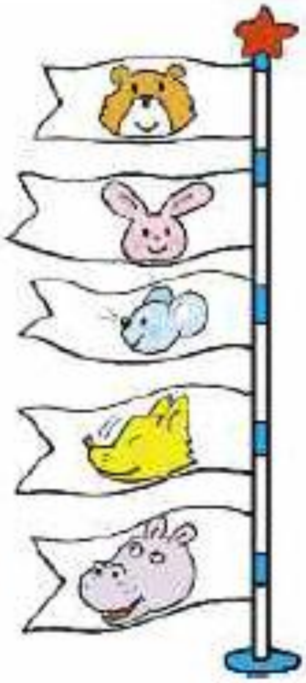
③

10	
☐	2

3 Observa las banderas y responde estos problemas.

① ¿Cuál es el animal en la cuarta bandera contando desde abajo?

② ¿Cuál es el orden de la bandera con el ratón contando desde arriba?



4 Hay 8 flores rojas y 2 flores amarillas.

¿Cuántas flores hay en total?

5 Había 9 libros.

Él leyó 3 libros.

¿Cuántos libros no ha leído?

6 Calculemos.

① $2 + 6$ $4 + 3$ $1 + 7$ $5 + 4$

② $9 + 1$ $6 + 4$ $3 + 0$ $0 + 8$

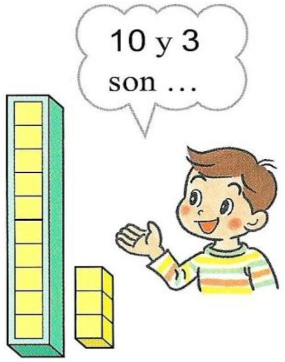
③ $5 - 3$ $4 - 2$ $7 - 2$ $8 - 5$

④ $10 - 6$ $10 - 2$ $6 - 6$ $7 - 0$

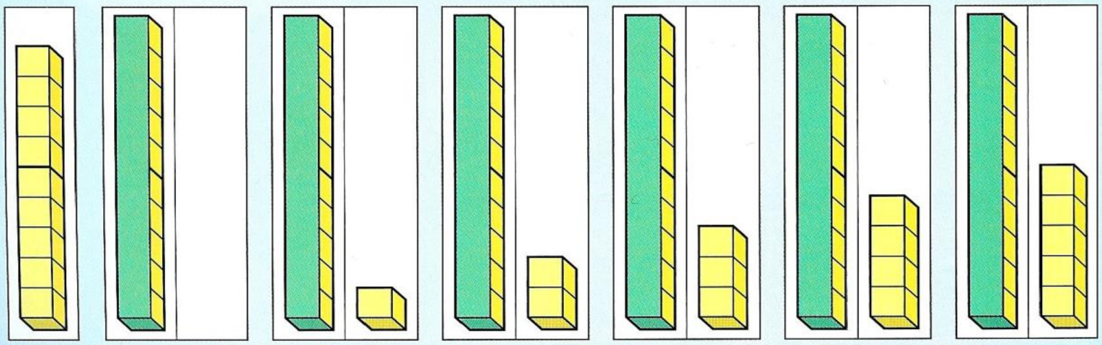
7 Números mayores que 10

Números hasta 20

1 ¿Cuántas libélulas hay?



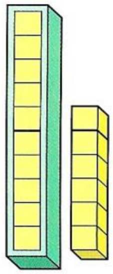
☐ libélulas



9	10			13		
				trece		

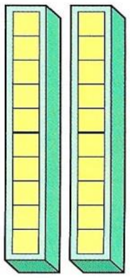
2 ¿Cuántos hay?

①

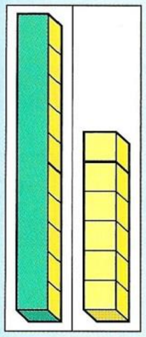


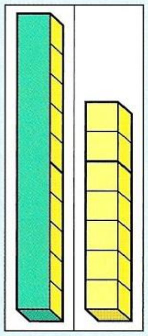
huevos

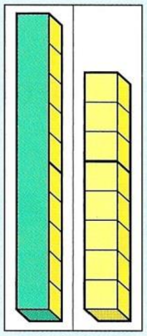
②

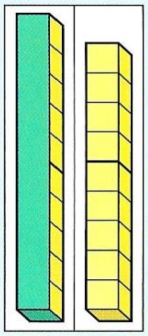


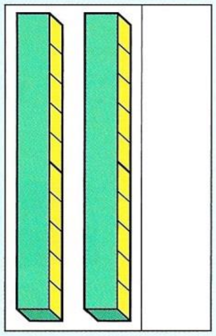
frutos











20

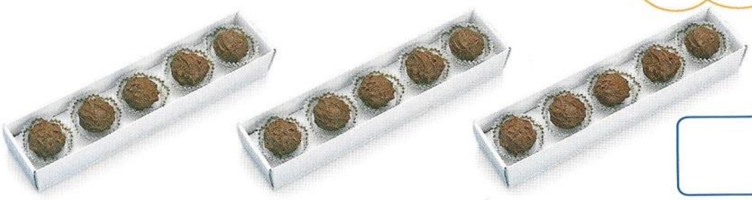
veinte

3 Vamos a contar.

①

☐ fresas

②



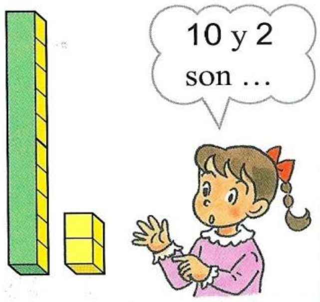
☐ chocolates

4 Escribe las respuestas en el ☐.

① 10 y 2 son ☐.

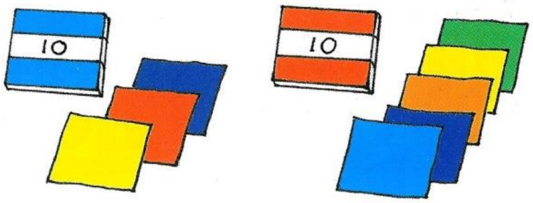
② 10 y 8 son ☐.

③ 10 y ☐ son 13.



5 ¿Cuál número es más grande?

①

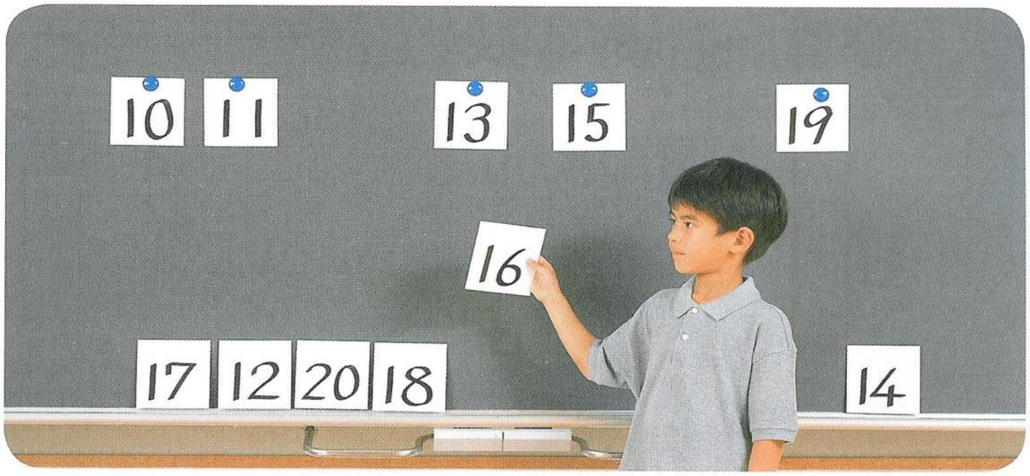


13 o 15

② 20 o 18

③ 9 u 11

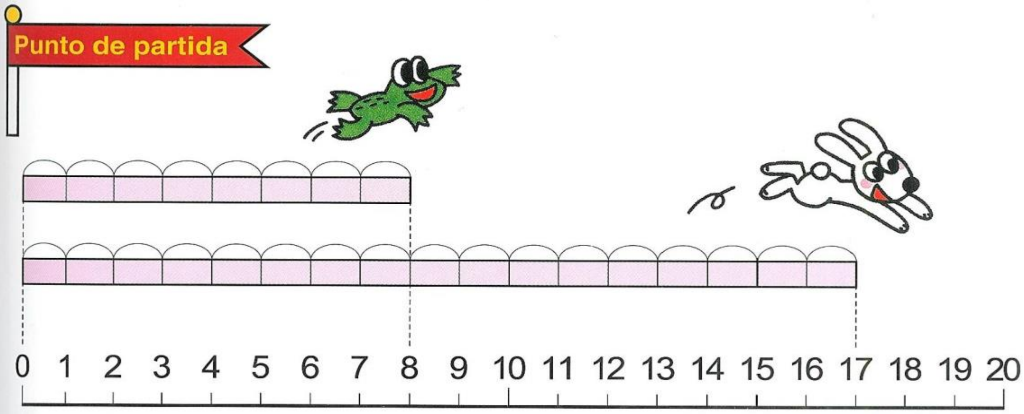
6 ¿Dónde colocarías estas tarjetas?



① 15 ☐ 17 18 ☐ 20

② ☐ 19 18 17 ☐ 15

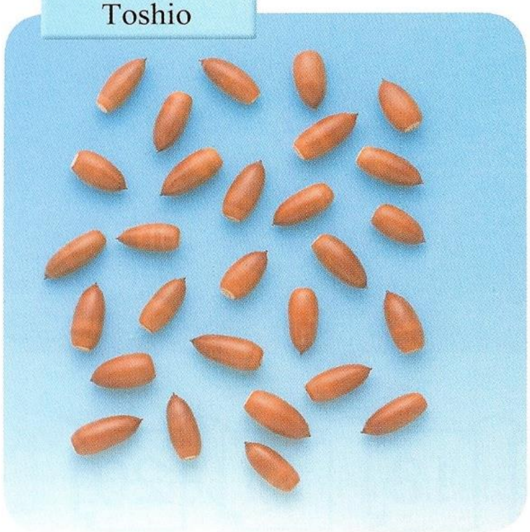
7 ¿En qué número va la rana? ¿Y el conejo?



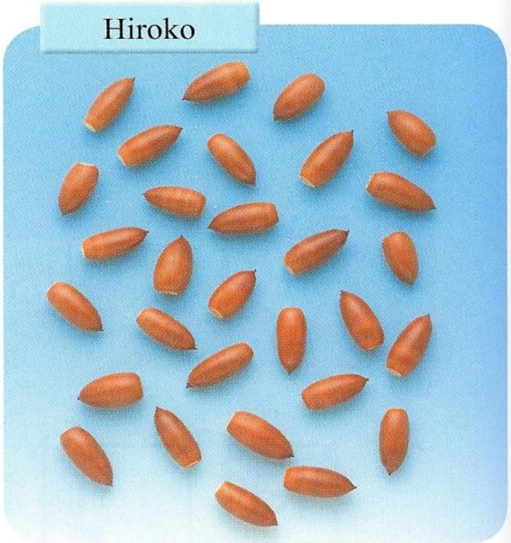
Números mayores que 20

1 ¿Cuántas bellotas recogieron?

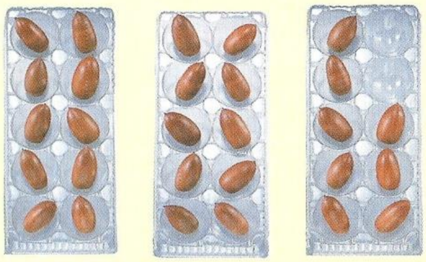
Toshio



Hiroko



El número de bellotas que Toshio recogió.



☐ cajas con 10 bellotas y ☐ bellotas más.

El número de bellotas que Hiroko recogió.

☐ cajas con 10 bellotas.

Pon como máximo 10 bellotas en cada caja.

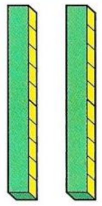
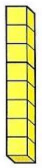
① ¿Cuántas bellotas recogió Toshio?

Piensa en esto usando bloques ▢ en lugar de las bellotas.

2 cajas de 10 y 8 bloques individuales

veinte ocho

veintiocho

Casilla para cajas	Casilla para bloques individuales
	

Lugar de las decenas	Lugar de las unidades
2	8

28

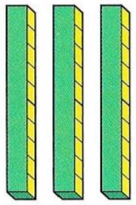
Para 28, el número en el lugar de las **decenas** es ☐ y el número en el lugar de las **unidades** es ☐.

② ¿Cuántas bellotas recogió Hiroko?

3 cajas de 10 y No hay bloques individuales

treinta

Si no hay bloques individuales, decimos cero bloques.

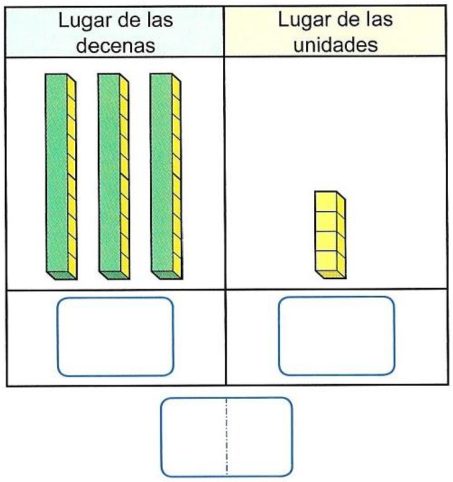
Lugar de las decenas	Lugar de las unidades
	
☐	☐

☐☐

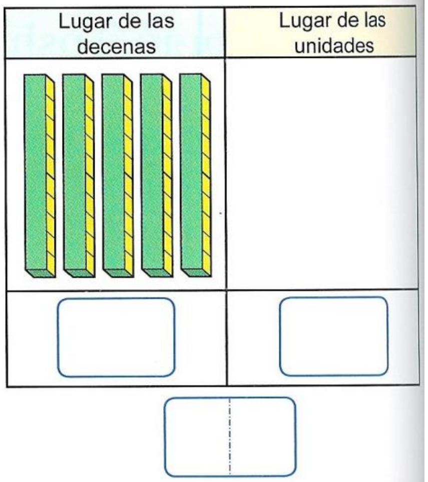
Para 30, el número en el lugar de las decenas es ☐ y el número en el lugar de las unidades es ☐.

2 Escribamos los siguientes números.

①



②

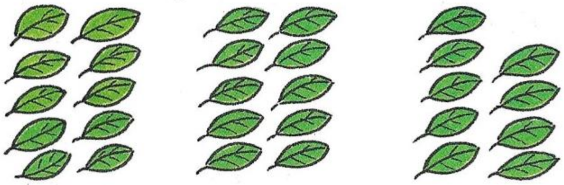


③ Si la cifra en el lugar de las decenas es 1 y la cifra en el lugar de las unidades es 0, entonces el número es ☐.

④ 5 decenas y 8 unidades es ☐.

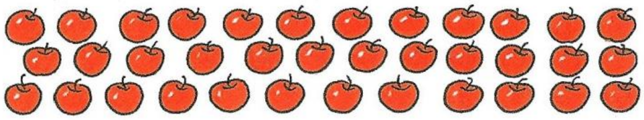
3 ¿Cuántas hay?

①



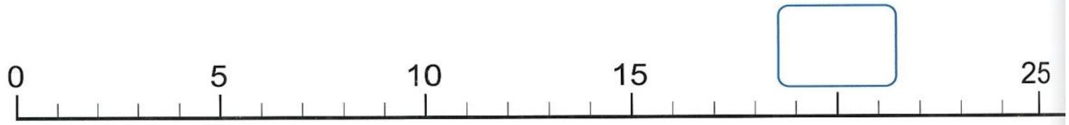
☐ hojas

②



☐ manzanas

4 Escribe los números correctos en el ☐.

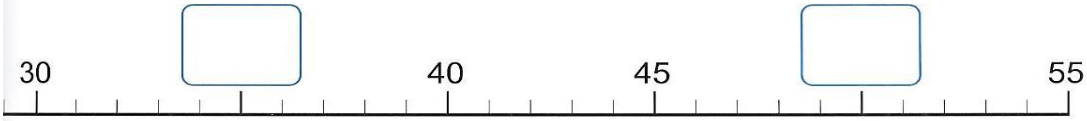


5 Escribe los números correctos en el ☐.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	☐	16	17	18	19
20	21	☐	23	☐	25	26	☐	28	☐
30	31	32	☐	34	35	☐	37	38	39
☐	41	42	☐	44	☐	46	47	☐	☐
50	51	☐	53	☐	55	☐	57	58	59

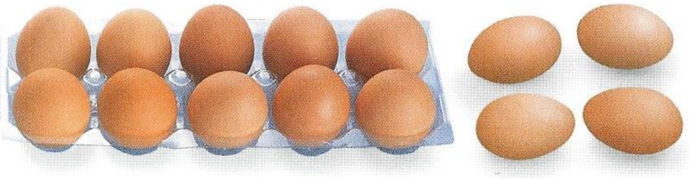
Es fácil si cuentas en grupos de 10.

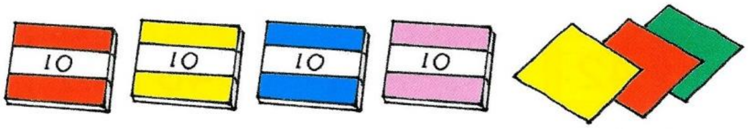
Saca 30



Problemas

1 ¿Cuántos hay?

①  ☐ huevos

② 

☐ hojas de papel

2 Escribe los números que faltan en el ☐.

① 3 decenas y 7 unidades forman ☐.

② 25 son ☐ decenas y ☐ unidades.

③ 4 decenas y ☐ unidades forman 46.

④ 40 son ☐ decenas.

3 Escribe los números que faltan en el ☐.

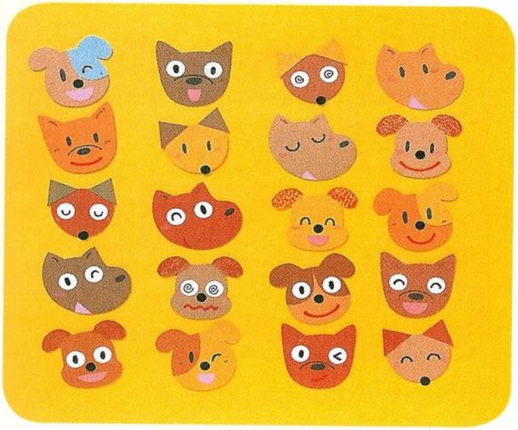
① 34 ☐ 32 ☐ ☐

② ☐ 54 56 ☐ ☐

¿Puedes hacer esto? ¿De cuáles hay más?

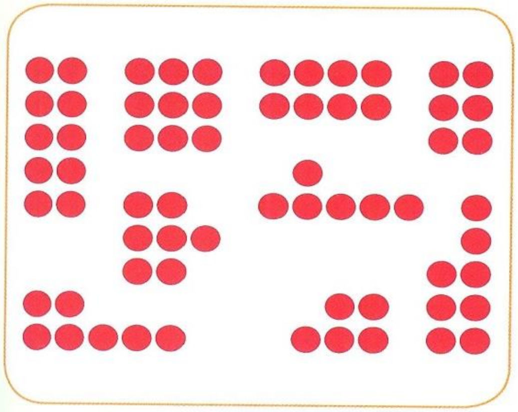
1 ¿Hay más perros o más gatos?

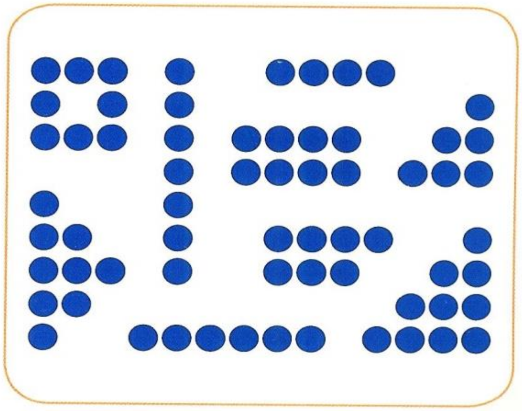
Perros



Gatos

2 ¿Hay más 🔴 o más 🔵?



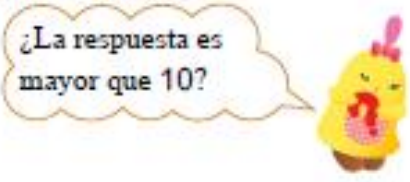


8 Suma (2)

1 9 niños están jugando en un arenero y 4 niños están jugando en la rebaladilla.

¿Cuántos niños hay en total?

① Escribe una expresión matemática



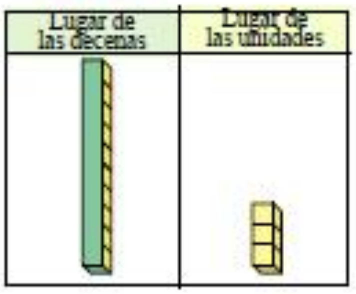
② Piensa cómo calcular esto.

9 + 4

Expresión matemática:

9 + 4 = ☐

Respuesta: ☐ niños



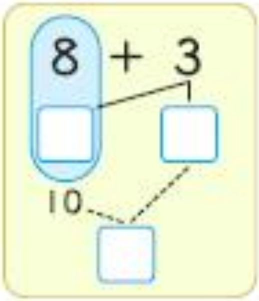
2 Conversa sobre cómo calcular 8 + 3

① Agregamos ☐ a 8 y formemos el 10.

② Separamos 3 en ☐ y ☐.

③ 8 y ☐ son 10.

④ 10 y ☐ son ☐.



3 Hagamos estas sumas.

9 + 3   9 +2   9 + 5   8+ 4

8 + 5   7 + 4   7 + 5   6 + 5

4 ¿Cuántos huevos hay? Piensa cómo calcular este número.

3 + 9

5 Hagamos estas sumas.

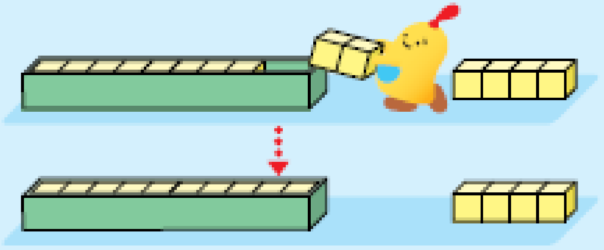
2 + 9   3 +8   4 + 9   4+7

5 + 8   4 + 8   5 +9   5+ 7

6 Pensemos cómo calcular 8 + 6.

8 + 6

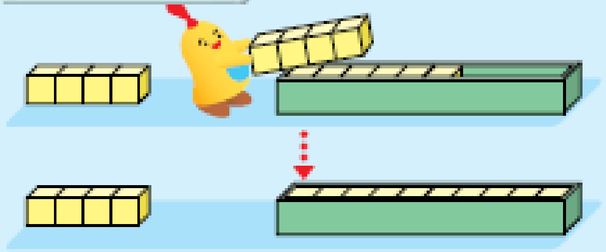
Midori



8 y 2 son 10.

10 y 4 son 14.

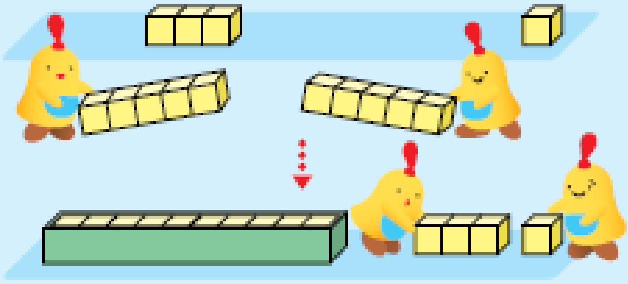
Kenichi



6 y 4 son 10.

10 y 4 son 14.

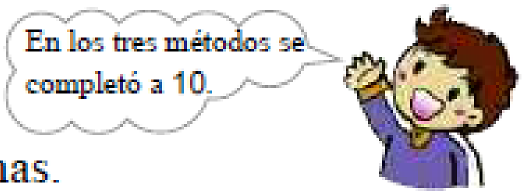
Yui



3 y 1 son 4.

5 y 5 son 10.

Todos juntos dan 14.



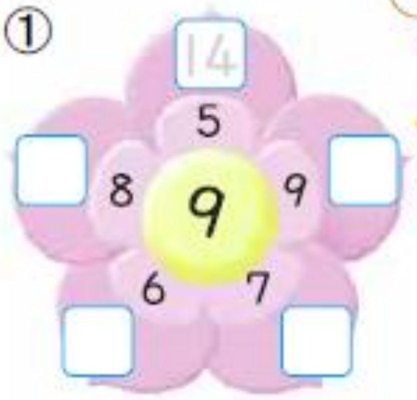
7 Hagamos estas sumas.

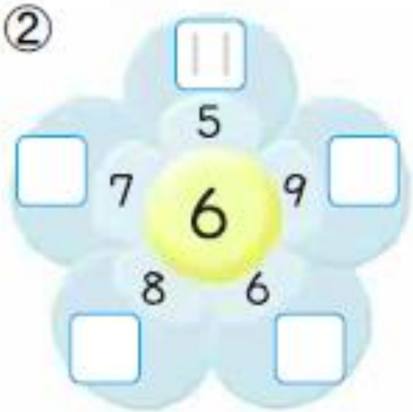
9 + 8　　7 + 6　　8 + 7　　6 + 9

7 + 9　　8 + 9　　8 + 8　　7 + 7

6 + 7　　6 + 6　　9 + 9　　6 + 8

8 Suma cada número con el del centro.

①


②


9 Había 5 monos.

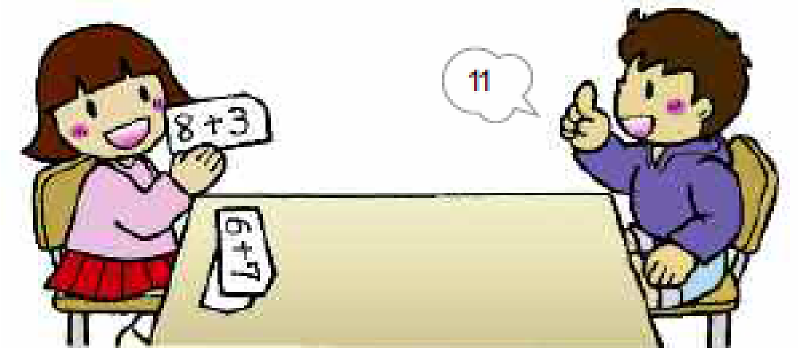
Llegaron 6 monos más.

¿Cuántos monos hay?

10 Hagamos un problema para 7 + 8

11 Hagamos tarjetas con sumas y practiquemos con ellas.

① Di la respuesta.



Alinea las tarjetas

9+2	8+3	7+4	6+5	5+6
9+3	8+4	7+5	6+6	5+7
9+4	8+5	7+6	6+7	5+8
9+5	8+6	7+7	6+8	5+9
9+6	8+7	7+8	6+9	
9+7	8+8	7+9		
9+8	8+9			
9+9				

¿Qué notas en estas tarjetas?

② Vamos a jugar.

Escoge tarjetas

Junta las tarjetas

4+7	3+8	2+9
4+8	3+9	
4+9		

Problemas

1 Hagamos las sumas.

9 + 4 8 + 3 7 + 5 6 + 5

3 + 9 5 + 6 4 + 7 5 + 8

7 + 6 8 + 9 9 + 6 6 + 8

2 Ayer las gallinas pusieron 9 huevos.

Hoy pusieron 7 huevos.

¿Cuántos huevos hay en total?

3 Escribamos todas las expresiones matemáticas de las tarjetas de suma cuya respuesta es 15

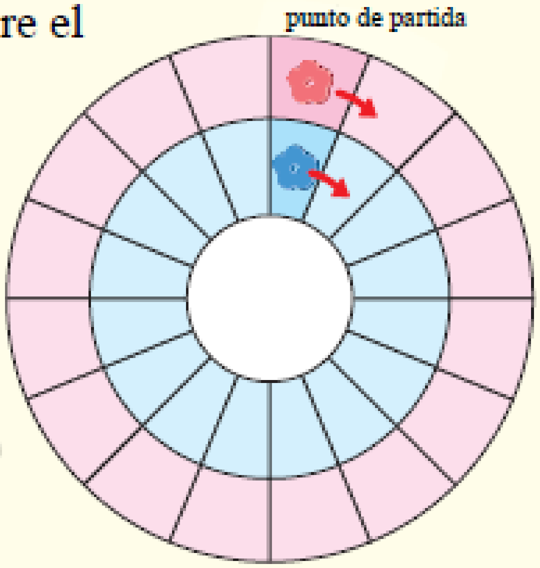
15 ?

¿Puedes hacer esto?

Suma con el Backgammon japonés.

Juega el Backgammon japonés en parejas.

- Usen las tarjetas de suma que no tienen las respuestas en la parte de atrás.
- Pongan fichas en el punto de partida.
- Túrnense para tomar tarjetas de la pila donde están hacia abajo.
- Muevan su ficha el número de espacios que indica el resultado de la suma.
- El juego termina cuando la ficha de uno de los jugadores queda sobre el punto de partida.

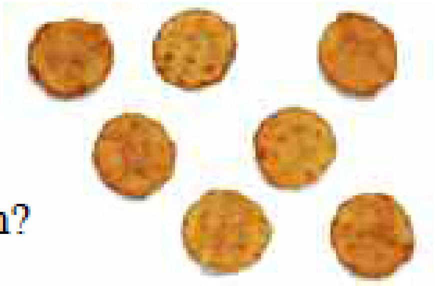


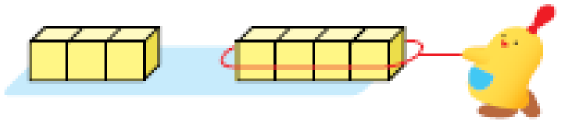
Repaso ››› 9

1 Había 7 galletas.

Se comieron 4.

¿Cuántas galletas quedan?





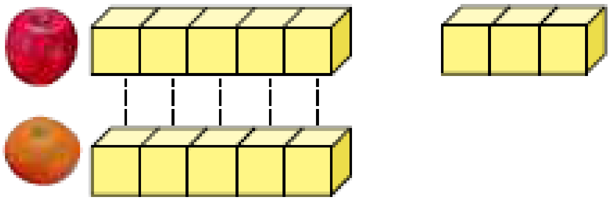
Expresión matemática:

Respuesta: galletas

---

2 Hay 8 manzanas y 5 naranjas.

¿De cuál fruta hay más y cuántas más hay?



Expresión matemática:

Respuesta:

Hay más que .

9 Resta (2)

1 Había 12 hojas de papel origami.

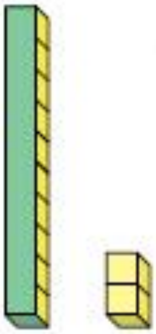
Se usaron 9 hojas.

¿Cuántas hojas quedaron?

① Escribamos la expresión matemática.

② Pensemos cómo realizar la expresión matemática.

Lugar de las decenas	Lugar de las unidades
	



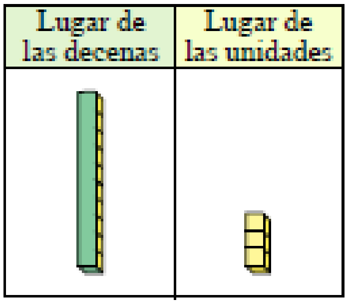
12 − 9

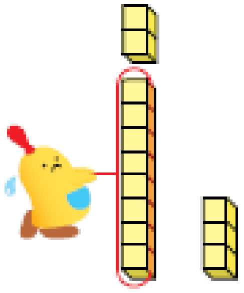
Expresión matemática: 12 − 9 = ☐

Respuesta: ☐ hojas

---

2 Discutamos cómo calcular: 13 − 8





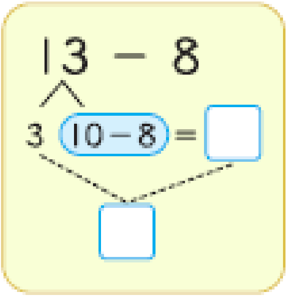
① No podemos calcular 3 − 8.

② Podemos separar el 13

en 10 y 3.

③ 10 menos 8 igual ☐.

④ ☐ y ☐ son ☐.



3 Hagamos restas.

16 − 9 11 − 9 14 − 9 15 − 9

14 − 8 15 − 8 11 − 8 13 − 7

4 Hay 11 chocolates.

Si te comes 3, ¿cuántos quedan?

$\boxed{11 - 3}$

5 Hagamos restas.

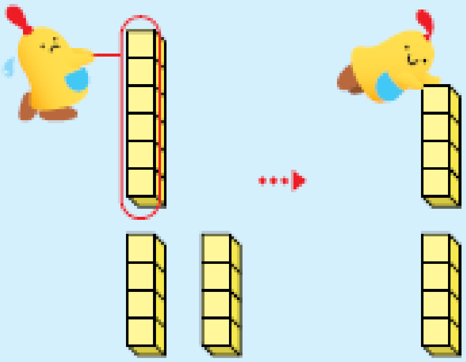
12 − 3 11 − 2 16 − 8 14 − 5

17 − 8 16 − 7 13 − 4 15 − 7

6 Pensemos cómo calcular 14 − 6.

14 − 6

Satoshi



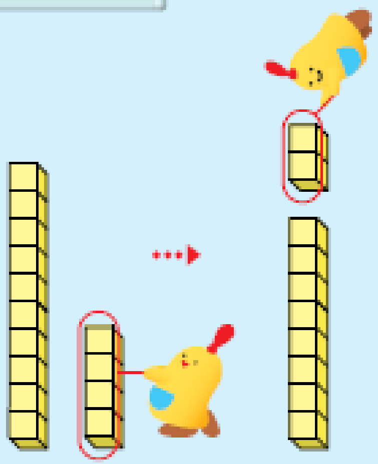
(1) Yo no puedo calcular
4 − 6.

(2) Por eso separo el 14 en
10 y 4.

(3) 10 menos 6 es igual a 4.

(4) 4 y 4 son 8.

Miyuki



(1) Yo no puedo calcular
4 − 6.

(2) Por eso separo el 6 en
4 y 2.

(3) 14 menos 4 es igual a 10.

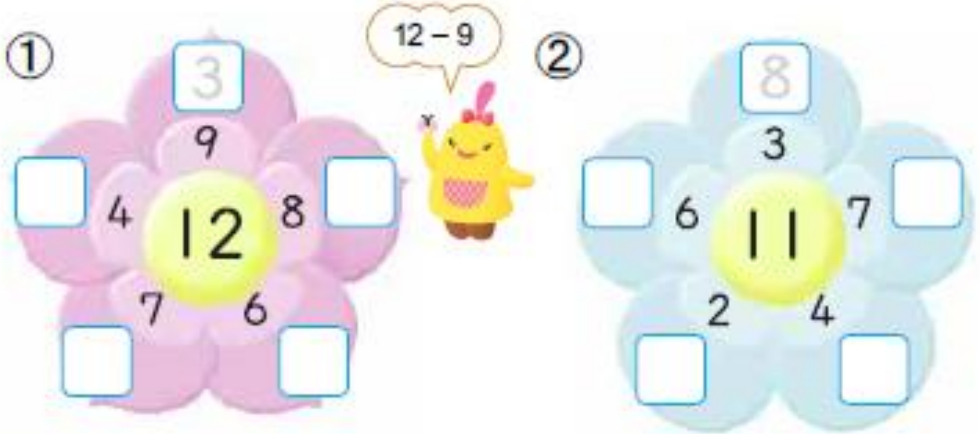
(4) 10 menos 2 es igual a 8.

7 Hagamos restas.

11 − 5 12 − 6 13 − 5 14 − 7

17 − 9 18 − 9 13 − 6 15 − 6

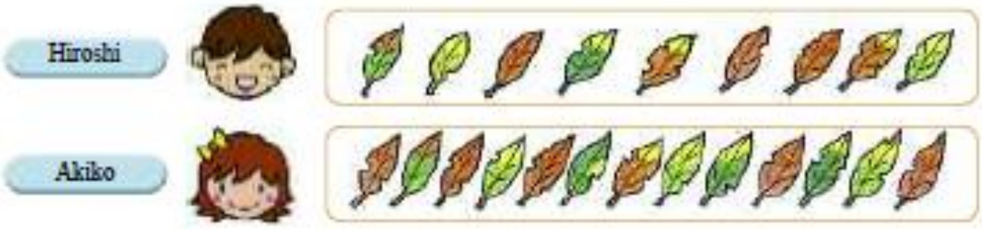
8 Resta al número del centro cada uno de los otros números.



9 Hiroshi y Akiko recogieron hojas.

Hiroshi recogió 9 hojas y Akiko recogió 13.

¿Quién recogió más? ¿Cuántas más?



10 Inventa un problema para 12 − 5.

11 Hagamos tarjetas de resta y practiquemos con ellas.

① Di la respuesta.

Alinea las tarjetas

11− 2	12− 3	13− 4	14− 5	15− 6
11− 3	12− 4	13− 5	14− 6	15− 7
11− 4	12− 5	13− 6	14− 7	15− 8
11− 5	12− 6	13− 7	14− 8	15− 9
11− 6	12− 7	13− 8	14− 9	
11− 7	12− 8	13− 9		
11− 8	12− 9			
11− 9				

¿Qué notas en estas tarjetas?

② Vamos a jugar.

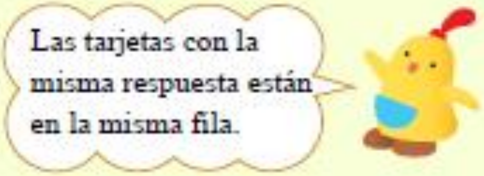
Escoge tarjetas

Junta las tarjetas que tengan la misma respuesta

16− 7 17− 8 18− 9

16− 8 17− 9

16− 9



Problemas

1 Hagamos restas.

17 − 9　　15 − 7　　11 − 6　　13 − 6

12 − 9　　11 − 5　　11 − 8　　12 − 8

2 ¿De cuáles hay más, pollos o gallos?

¿Cuántos más?

3 Responde las siguientes preguntas.

① Usa las tarjetas de resta para escribir las expresiones matemáticas cuya respuesta es 7.

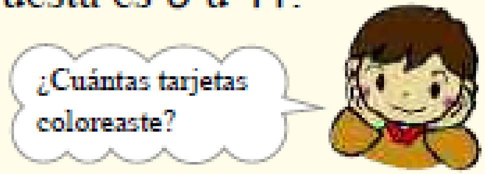
$\boxed{7}$　　$\boxed{?}$

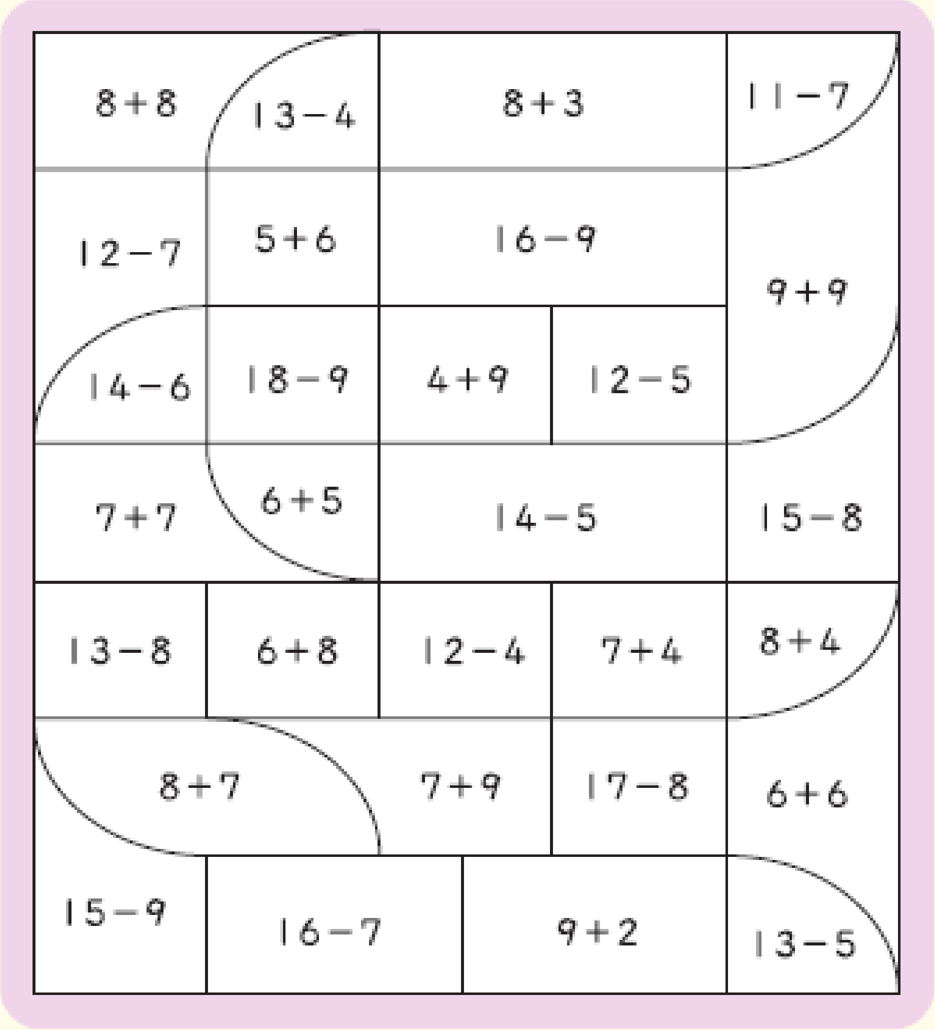
② Usa las tarjetas de resta para escribir las expresiones matemáticas cuya respuesta es 9.

¿Puedes hacer esto?

El número escondido

1 Ilumina con el mismo color todas las secciones donde la respuesta es 9 u 11.



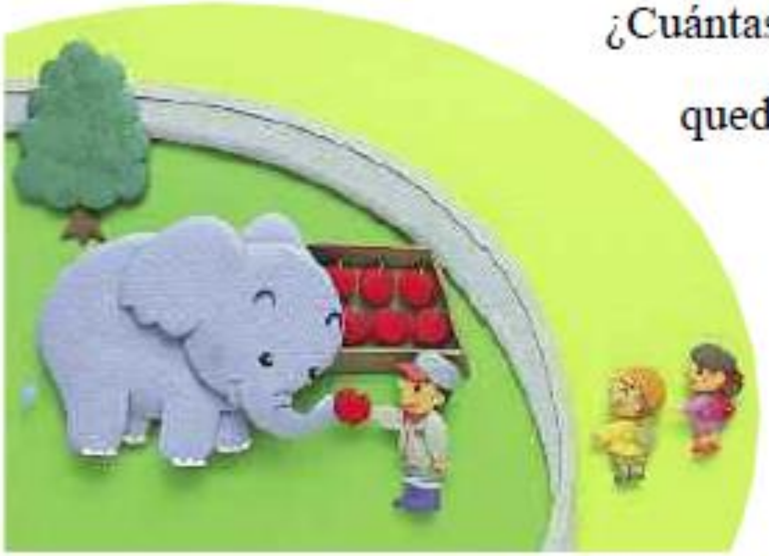


10 ¿Sumar o restar?

1 ¿Cuántos monos hay en total?

2 Hay 16 manzanas. Un elefante se comió 7.

¿Cuántas manzanas quedan?



3 ¿De cuáles hay más y cuántos más?

4 En el autobús iban 6 niños. Subieron 3 más.

En la siguiente parada subieron 4 niños más.

¿Cuántos niños hay en total?

6

6 + 3

6 + 3 + 4

Expresión matemática: 6 + 3 + 4 = ☐

Respuesta: ☐ niños

5 7 niños estaban jugando en el arenero.

Llegaron otros 5 niños. Después se fueron a su casa 8 niños.

¿Cuántos niños se quedaron jugando?

Expresión matemática:

Respuesta: niños

6 Había 13 manzanas. Se comieron 4 manzanas.

Al siguiente día, se comieron otras 2 manzanas.

¿Cuántas manzanas quedaron?

Expresión matemática:

Respuesta: manzanas

Repaso

1 Haz parejas con figuras similares.

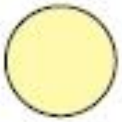
①

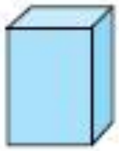

②

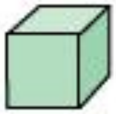

③


④


Ⓐ


Ⓑ


Ⓒ


Ⓓ


2 ¿Cuántas fresas hay?

☐ fresas

3 Escribe los números que faltan.

① 23 ☐ 25 26 ☐ 28

② 37 ☐ 39 ☐ 41 42

③ 58 57 ☐ 55 54 ☐

4 Calculemos.

① 7 + 4　　6 + 5　　8 + 2　　1 + 9

② 12 − 3　　15 − 7　　17 − 9　　14 − 7

5 7 niños estaban volando papalotes.

Luego, 9 niños se unieron a ellos. ¿Cuántos niños hay ahora?

6 Había 15 mandarinas.

Se comieron 6. ¿Cuántas mandarinas quedaron?

7 9 niños tomaron el tren. Luego, se subieron otros 5 niños.

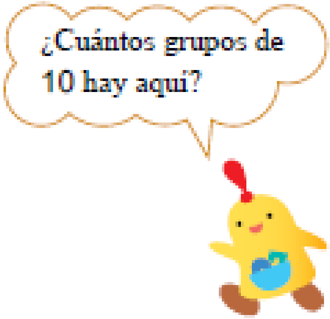
En la siguiente estación se bajaron 7 niños.

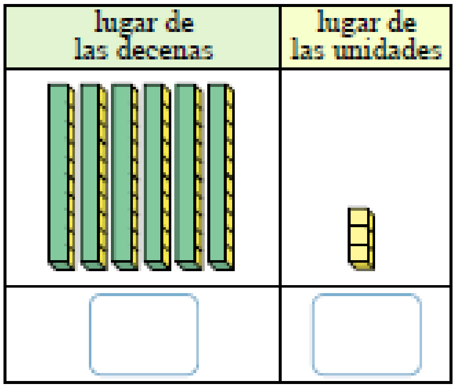
¿Cuántos niños quedan ahora en el tren?

12 Números grandes

Enumera cuántas hay.

1 ¿Cuántas tarjetas hay?



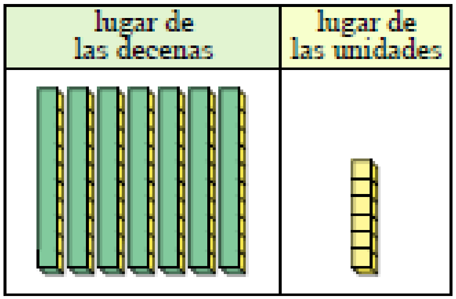


☐☐ tarjetas

El número de decenas es ☐, y el número de unidades es ☐, de modo que hay ☐ tarjetas.

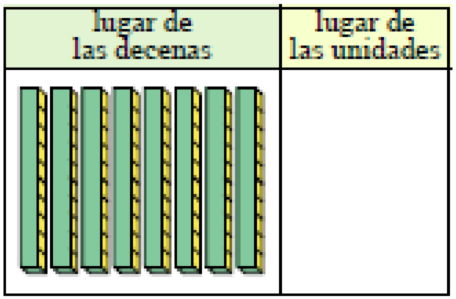
2 Cuenta los números de abajo.

①



☐☐

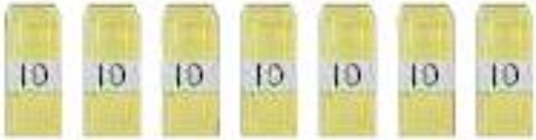
②



☐☐

3 Alinea los .

4 Escribe los números en los recuadros.

① 

y  es igual a

☐ sobres.

② 8 cajas de  y 4  es igual a

☐ galletas.

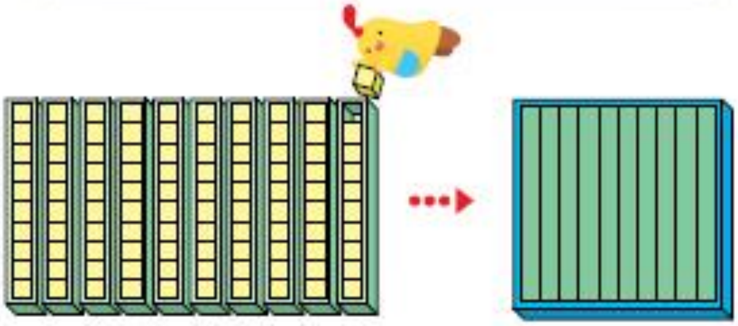
5 ¿Cuáles son estos números?

① 8 decenas y 2 unidades es igual a ☐.

② 9 decenas es igual a ☐.

③ 9 en el lugar de las decenas y 5 en el lugar en las unidades es ☐.

6 ¿Cuántas estampillas hay?



10 decenas es igual a ➡ 100.

① 10 de  es igual a ☐ sobres.

② 10 de  es igual a ☐ yenes.

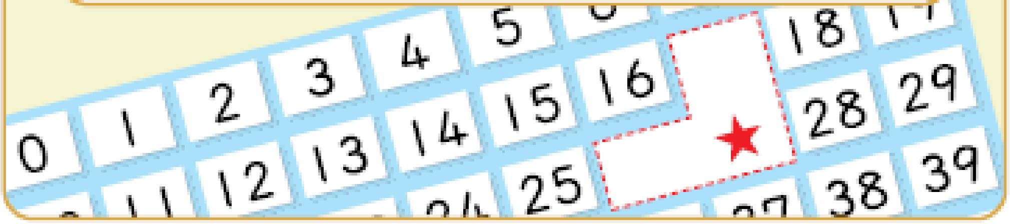
7 Hagamos tarjetas numeradas del 0 al 100 y ordenémoslas.

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
10	11	12	13	14	15	16	17	18	19
20	21	22	23	24	25	26	27	28	29
30	31	32	33	34	35	36	37	38	39
40									
50									59
	61				65				
70									
	81								89
90						96		98	
100									

① Observa los números con un 7 en el lugar de las unidades.

② Observa los números con un 8 en el lugar de las decenas.

¿Cuáles números van en el espacio ★ de abajo?



8 ¿Cuál es más grande?

① 67 63 ② 78 80 ③ 100 97

9 Escribe los números que faltan en el ☐

① 76 77 ☐ 79 ☐ 81

② 50 60 ☐ 80 90 ☐

③ 100 ☐ 98 97 ☐ 95

10 Escribe los números que faltan en el ☐.

① 8 decenas y 7 unidades son ☐.

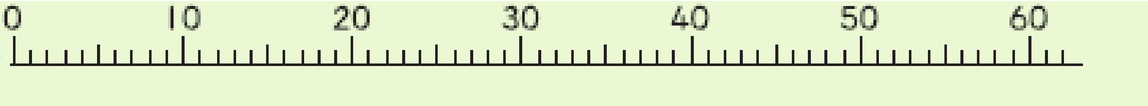
② 10 decenas es igual a ☐.

③ ¿Qué número es 3 unidades mayor que 97?

☐

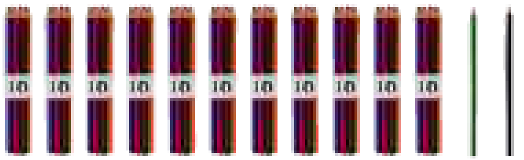
④ ¿Qué número es 10 unidades menor que 100?

☐



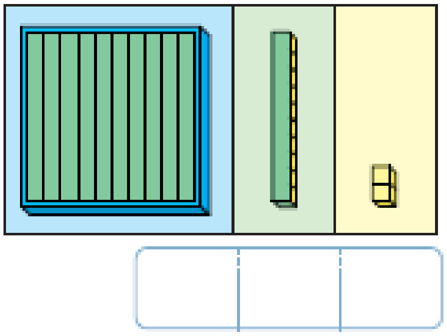
Números mayores que 100

1 ¿Cuántos hay aquí?



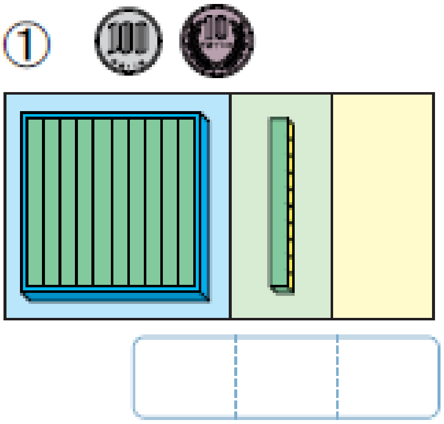
100 y 12 son 112.

Se lee **"ciento doce"**

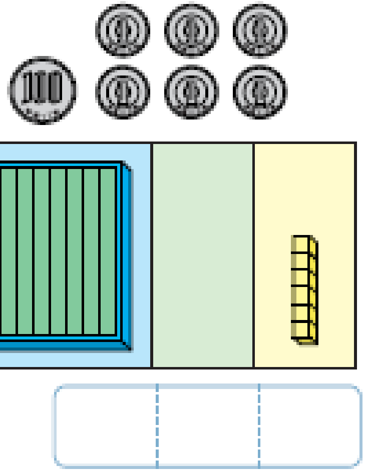


2 ¿Cuántos yenes?

①

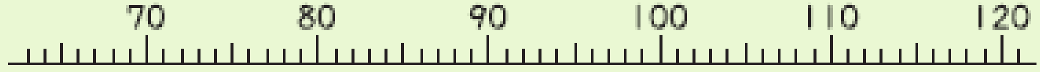


②



3 Leamos los siguientes números.

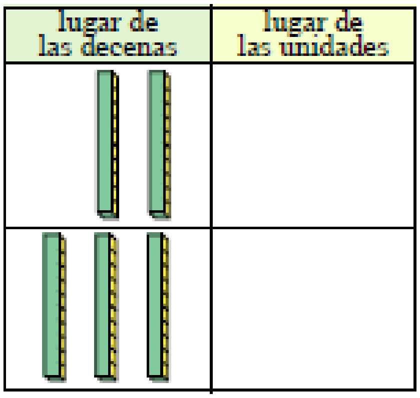
100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
110	111	112	113	114	115	116	117	118	119
120									

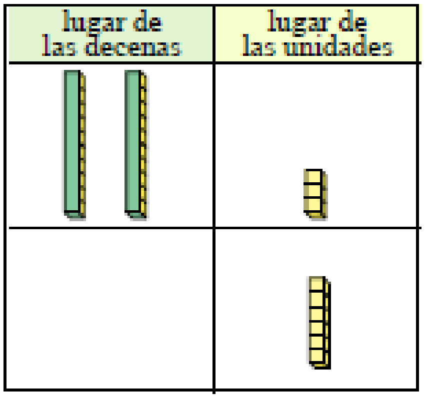


Suma y resta

1 Hagamos sumas.

① 20 + 30 = ☐　　② 23 + 6 = ☐

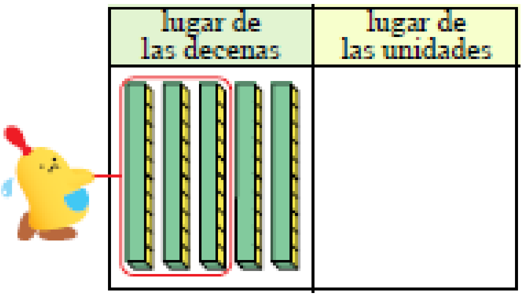


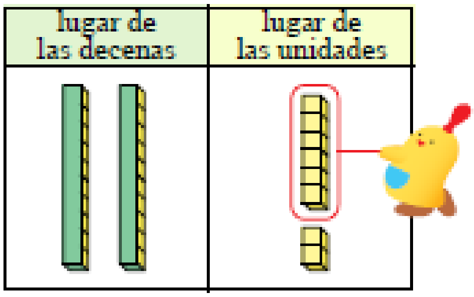


Puedes obtener la respuesta si sumas los números en cada lugar separadamente

2 Hagamos restas.

① 50 − 30 = ☐　　② 28 − 6 = ☐





Puedes obtener la respuesta si calculas como lo haces en la suma.

Problemas

1 ¿Cuántos hay?

① lápices

☐ lápices

② galletas

☐ galletas

2 Escribe los números correctos en el ☐.

① 9 decenas y 8 unidades son ☐.

② 67 está formado por ☐ decenas y ☐ unidades.

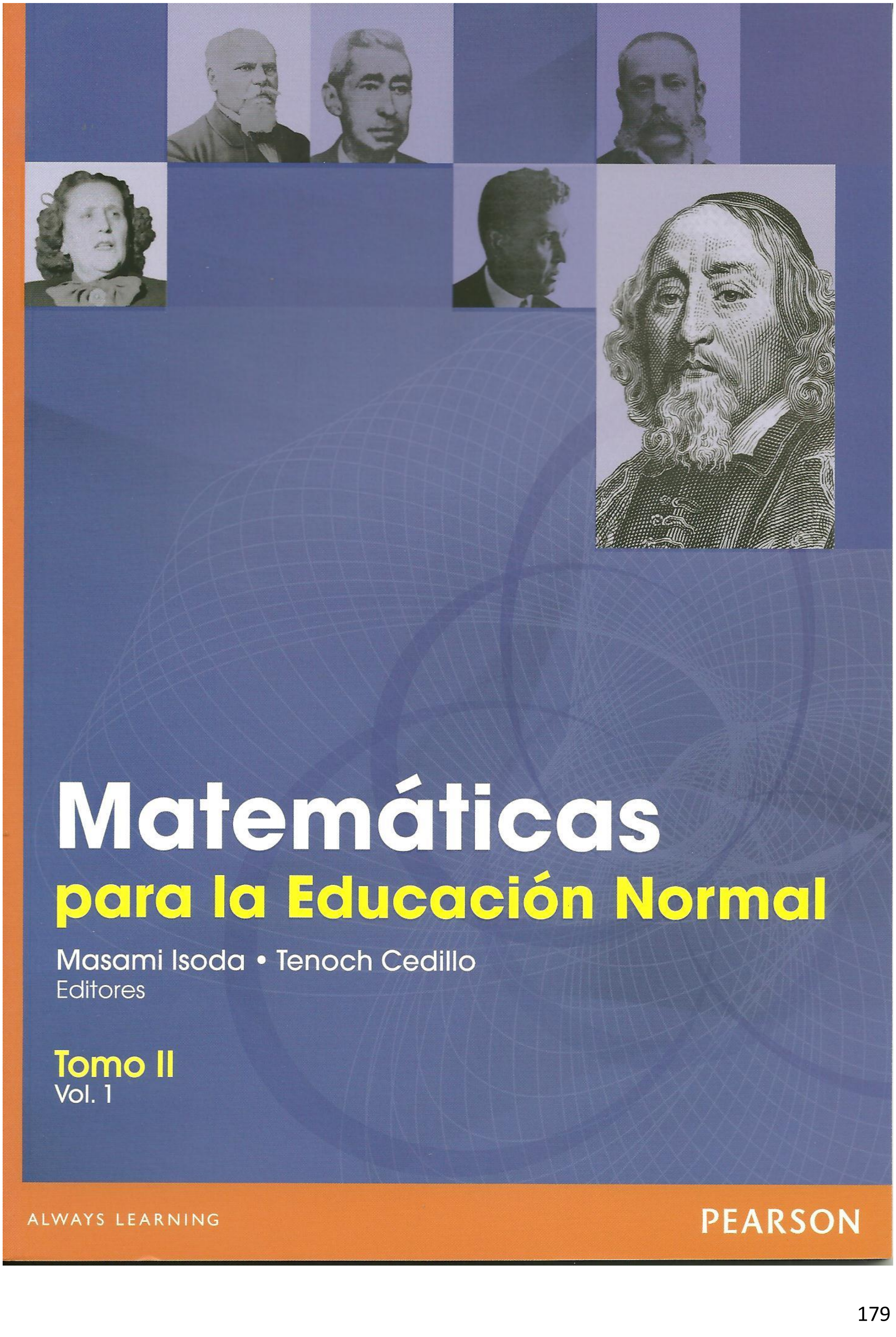
3 Escribe los siguientes números.

① ¿Qué número se puede sumar a 96 para obtener 100?

② ¿Qué número es 2 unidades menor que 70?

③ ¿Qué número es 30 unidades menor que 100?

TOMO II VOL. 1



Matemáticas para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

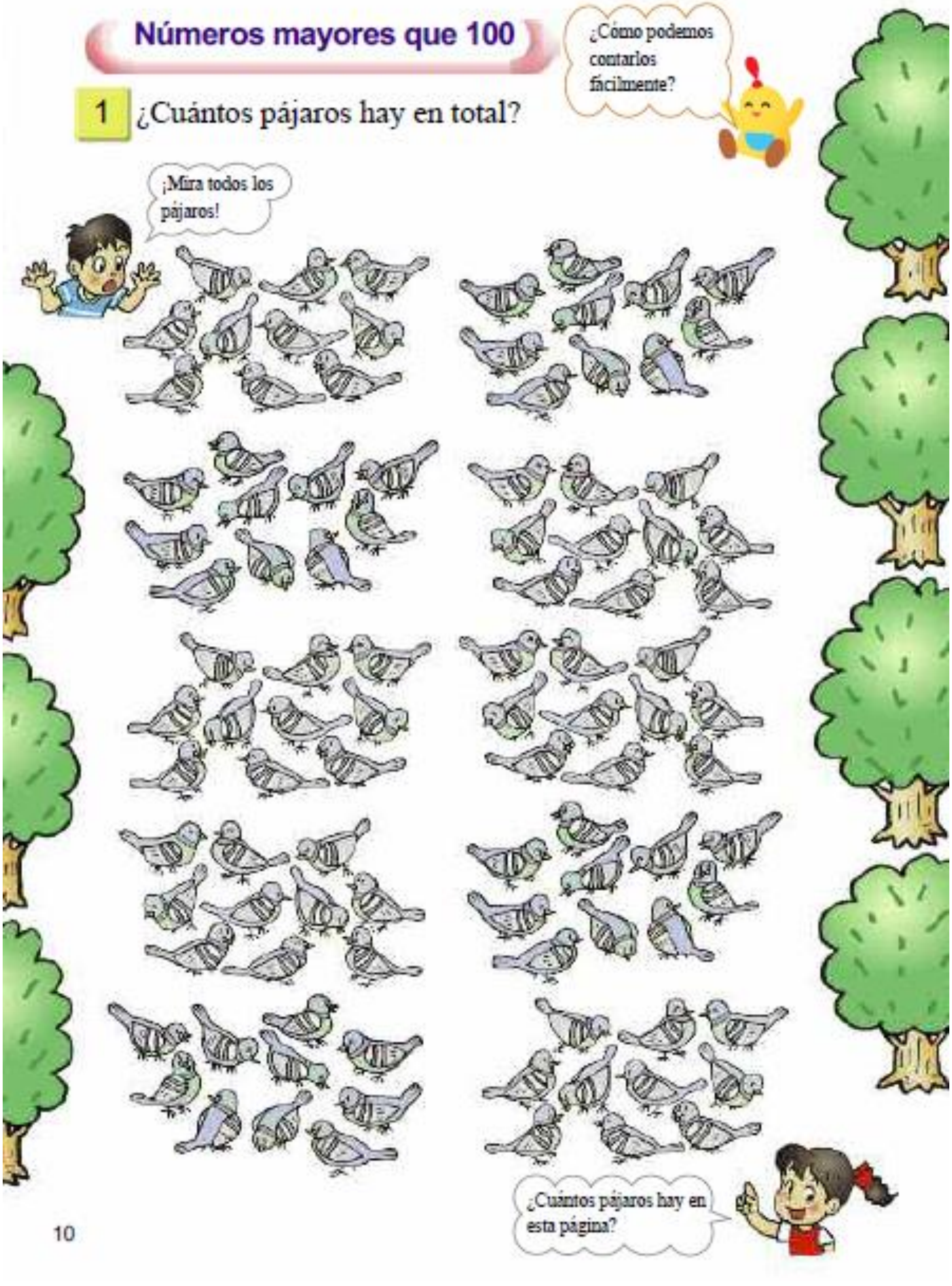
Tomo II
Vol. 1

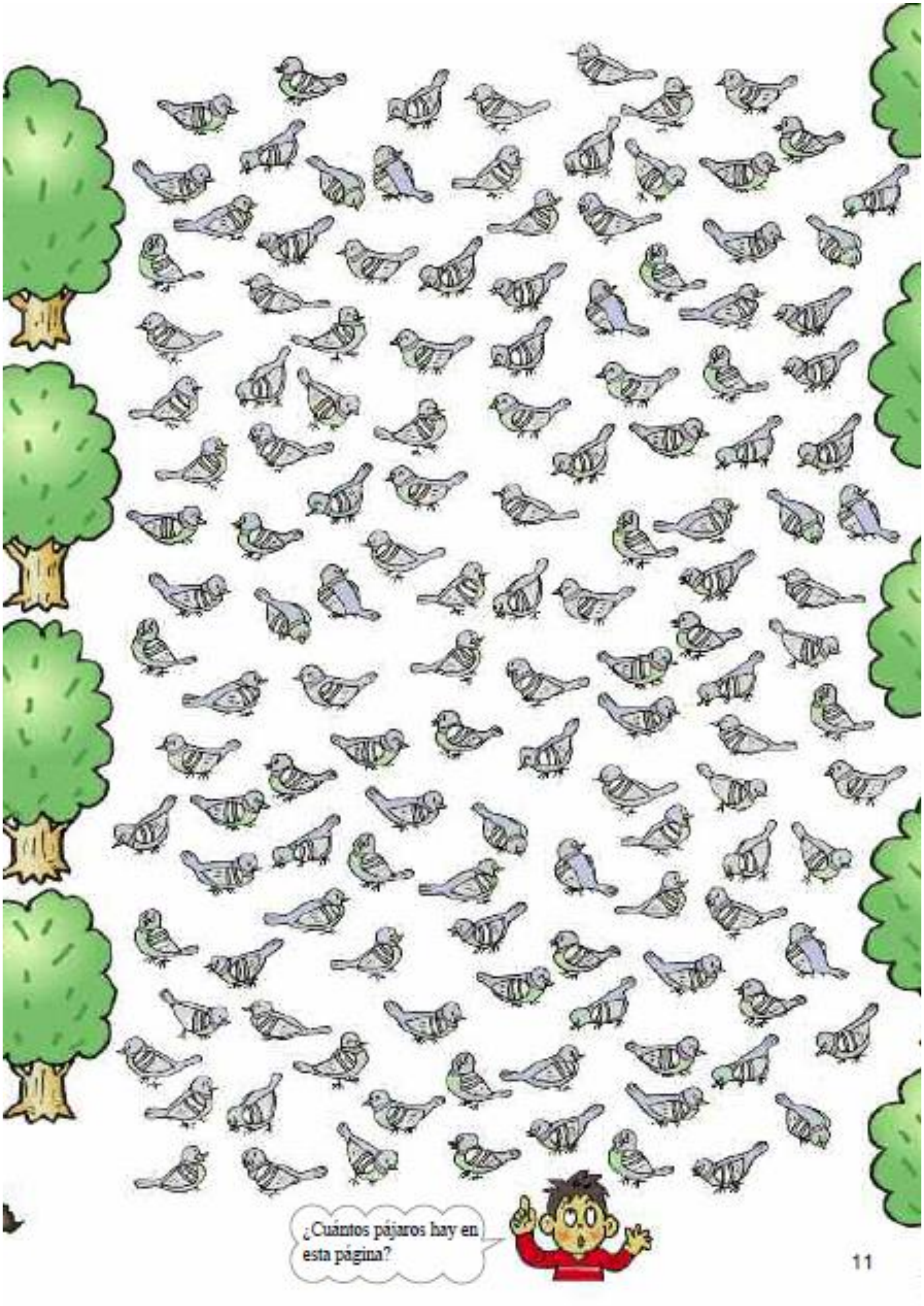
2 Números hasta 1000

Plantemos semillas de girasol. ¿Cuántas semillas hay?

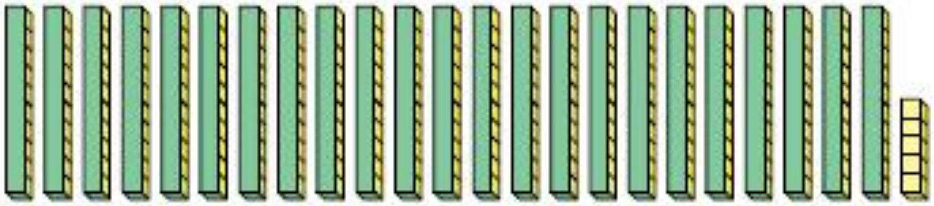
Números mayores que 100

1 ¿Cuántos pájaros hay en total?




¿Cuántos pájaros hay en esta página?
11

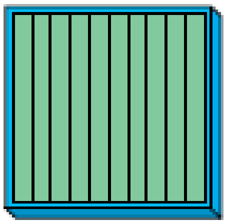
① Pongamos 🟨 en una caja para formar grupos de 10.

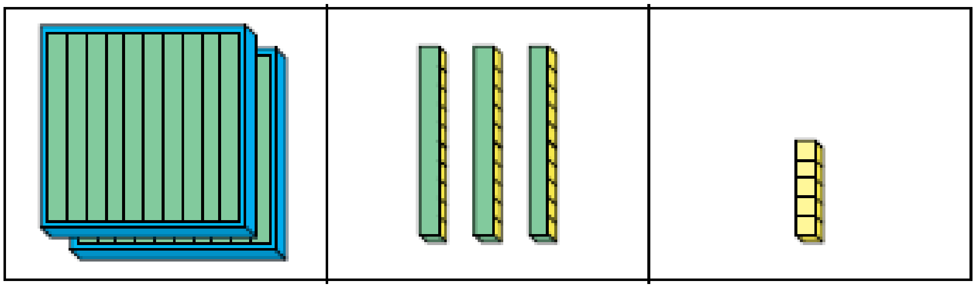


Tenemos ☐ cajas de 10 bloques y ☐ bloques individuales.

② 10 cajas de 10 bloques son 100 bloques.

Entonces 100 bloques son ☐ cajas.



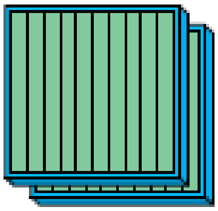
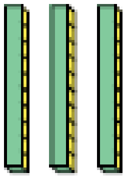
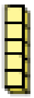


③ ¿Cuál es el número?

2 de 100 son **doscientos.**

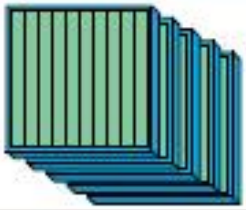
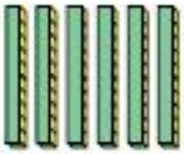
Doscientos y treinta y 5 se llama "doscientos treinta y cinco" y se escribe 235.

La posición del 2 en 235 se llama **el lugar de las centenas.**

lugar de las centenas	lugar de las decenas	lugar de las unidades
		
dos cientos	treinta	cinco
2	3	5

1 ¿Cuántos □ hay en total?

①

lugar de las centenas	lugar de las decenas	lugar de las unidades
		

②

lugar de las centenas	lugar de las decenas	lugar de las unidades
		

2 ¿Cuántos lápices hay en total?

3 Lee los siguientes números.

① 136 ② 379 ③ 516 ④ 847

4 Escribe las siguientes cantidades en números arábigos.

① El número que es la suma de setecientos y treinta y cuatro.

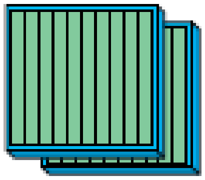
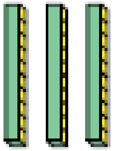
② El número que es la suma de cien y cincuenta y siete.

③ El número que es la suma de 4 grupos de 100 y 9 grupos de 10 y 5 grupos de 1.

④ El número que es la suma de 6 grupos de 100 y 1 grupo de 10 y 1 grupo de 1.

2 ¿Cuántos hay en total?

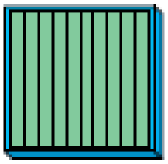
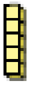
①

lugar de las centenas	lugar de las decenas	lugar de las unidades
		

centenas	decenas	unidades

El número que es la suma de doscientos y treinta.

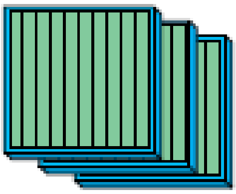
②

lugar de las centenas	lugar de las decenas	lugar de las unidades
		

centenas	decenas	unidades

El número que es la suma de cien y cinco.

③

lugar de las centenas	lugar de las decenas	lugar de las unidades
		

centenas	decenas	unidades

El número que es la suma de 3 grupos de 100

1 Lee los siguientes números.

① 820 ② 160 ③ 408 ④ 505 ⑤ 900

2 Escribe las siguientes cantidades en números arábigos.

① setecientos cuarenta ② ochocientos sesenta

③ ciento veinte ④ quinientos ocho

⑤ ciento uno ⑥ seiscientos

3 Escribe las siguientes cantidades usando números arábigos.

① El número que tiene 7 en el lugar de las centenas, 0 en el lugar de las decenas y 2 en el lugar de las unidades.

② El número que es la suma de 3 grupos de 100 y 4 grupos de 10 y 5 grupos de 1.

③ El número que es la suma de 1 grupo de 100 y 7 grupos de 10.

④ El número que es la suma de 8 grupos de 100.

4 Escribe los números que faltan en el ☐.

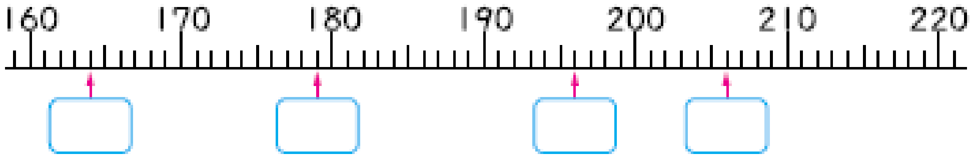
① — 117 — 118 — 119 — ☐ — 121 — ☐ — ☐ —

② — 870 — 880 — ☐ — ☐ — 910 — ☐ — 930 —

③ — 300 — ☐ — 500 — ☐ — 700 — 800 — ☐ —

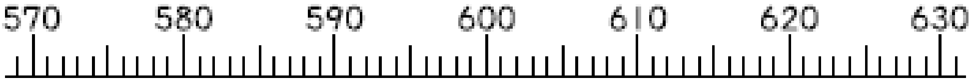
④ — 600 — ☐ — 598 — 597 — ☐ — ☐ — ☐ —

5 Escribe en el ☐ el número que indica cada ↑.



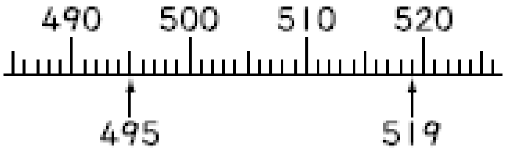
6 Dibuja una flecha bajo la línea para cada uno de los siguientes números.

① 576　② 599　③ 604　④ 625



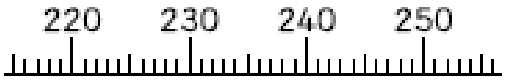
7 ¿Cuál número es mayor?

① 495, 519



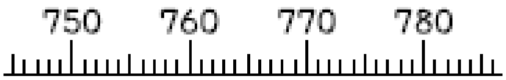
centenas	decenas	unidades
4	9	5
5	1	9

② 253, 238



centenas	decenas	unidades
4	9	5
5	1	9

③ 769, 764



centenas	decenas	unidades
4	9	5
5	1	9

1 Escribe los números que faltan en el ☐.

① — 146 — 147 — ☐ — ☐ — ☐ — 151 — ☐ —

② — 196 — ☐ — 198 — ☐ — ☐ — ☐ — 202 —

③ — 670 — ☐ — 690 — ☐ — 710 — ☐ — 730 —

2 ¿Cuál número es mayor?

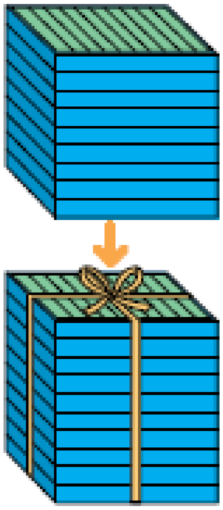
① 534, 531 ② 801, 799 ③ 690, 609

8 Cada caja contiene 100 ❑ .

① ¿Cuántos ❑ hay en 9 cajas?

② Si se agrega una caja, hay 10 cajas.

¿Cuántos ❑ hay en total?



El número que corresponde a 10 cajas de 100 se llama **"mil"** y se escribe 1000.

1	0	0	0

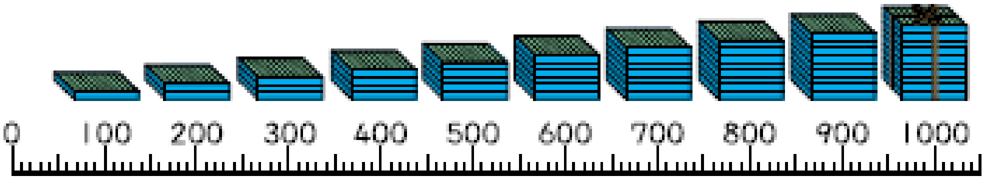
9 Escribe los siguientes números.

① El número que es 300 más grande que 500.

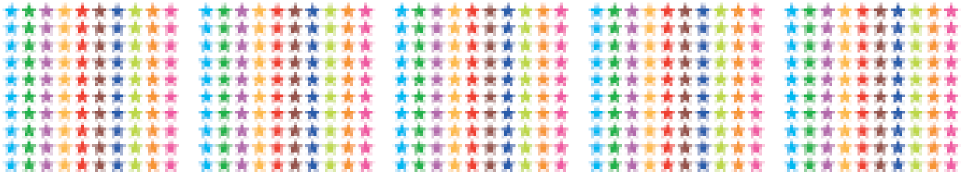
② El número que es 200 más chico que 700.

③ El número que es 10 más grande que 900.

④ El número que es 10 más chico que 1000.



¿Cuántas ★ hay aquí?



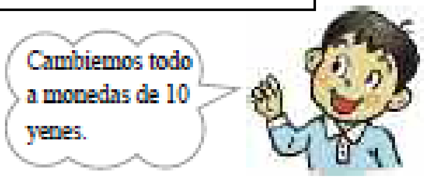
10 Observemos el número 230.

① Este número tiene 2 grupos de 100, ¿y cuántos de 10?

2 grupos de 100 → 200
☐ grupos de 10 → ☐

230

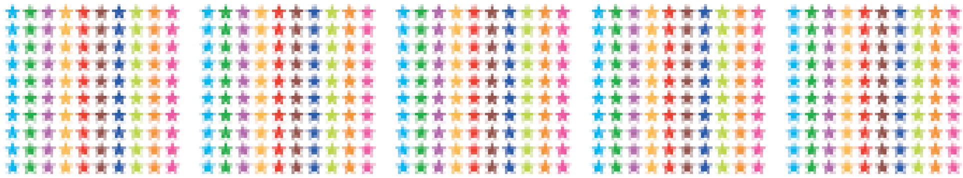
② ¿Cuántos grupos de 10 hay aquí?



Escribe los números correctos en el ☐.

① 560 es la suma de ☐ grupos de 100 y 6 grupos de 10.
② 560 es la suma de ☐ grupos de 10.
③ 700 es la suma de ☐ grupos de 10 o ☐ grupos de 100.
④ El número que es la suma de 98 grupos de 10 es ☐.

1000

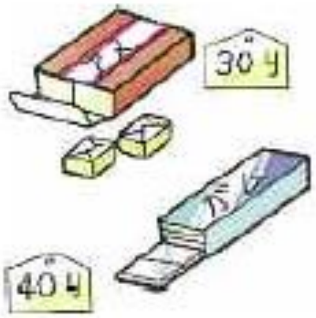


Suma y resta

1 Gasté 30 yenes en dulces y

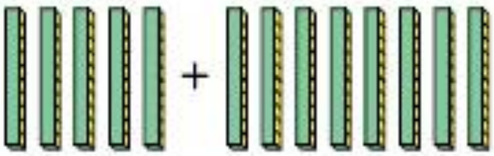
40 yenes en goma de mascar.

¿Cuánto gasté en total?



30 + 40

2 Calculemos 50 + 80.



3 Tengo 90 hojas de papel de color y usé 40 hojas.

¿Cuántas hojas quedan?

4 Calculemos 170−80.

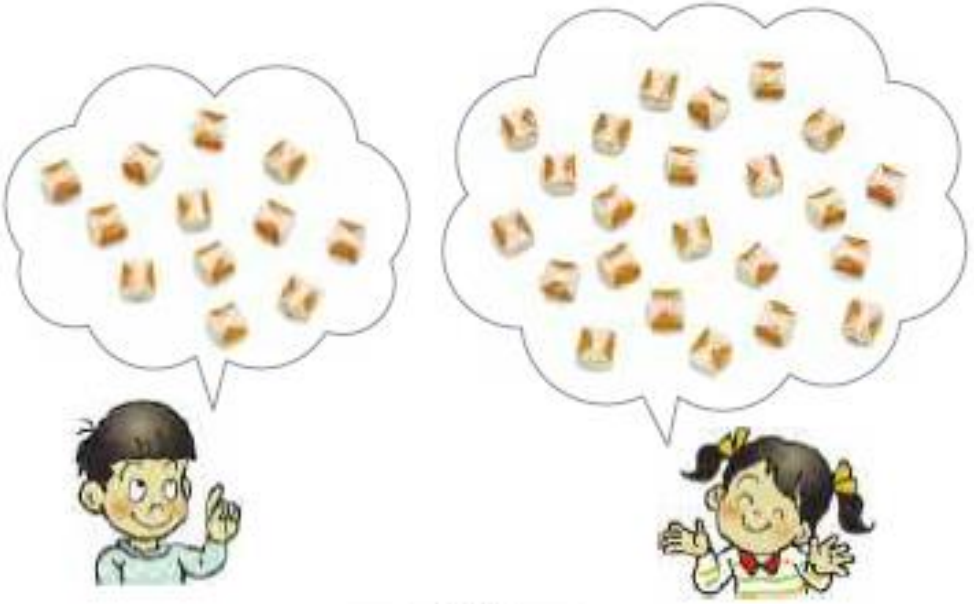
Hagamos estos cálculos.

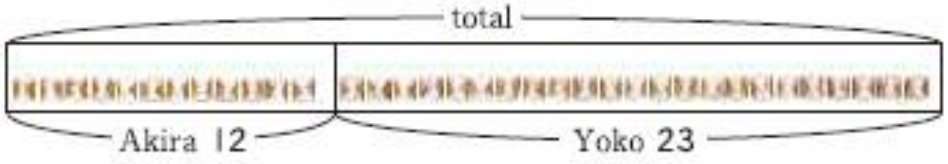
① 20+10 ② 30+50 ③ 90+20 ④ 60+60

⑤ 30−10 ⑥ 80−50 ⑦ 130−40 ⑧ 160−90

Pensemos cómo calcular

1 Akira tiene 12 caramelos y Yoko tiene 23. ¿Qué cantidad de caramelos hay en total?



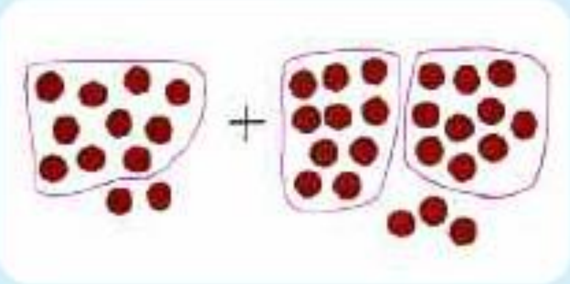


① Escribe la expresión matemática para calcular el número total de caramelos.

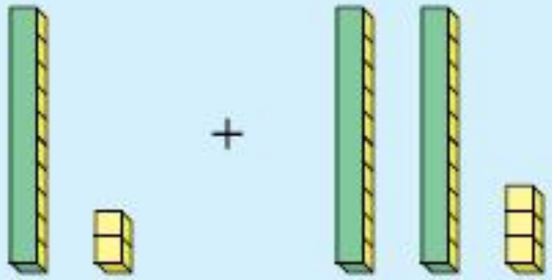
② ¿Cuántos hay en total?

Idea de Akiko ▼

Idea de Yasuo ▼

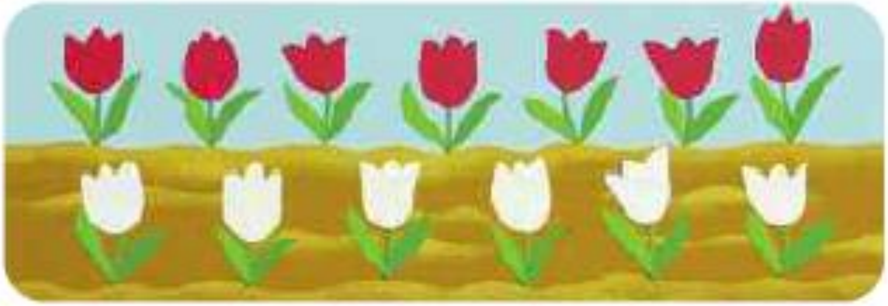


Idea de Hitomi ▼



③ Piensa cómo hacer el cálculo.

Repaso 3



1 Hay 7 tulipanes rojos y 6 tulipanes blancos.

¿Cuántos tulipanes hay en total?

① Escribamos una expresión matemática.

☐

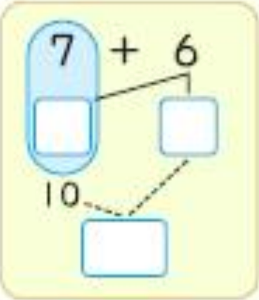
② Escribamos cómo calcular la respuesta.

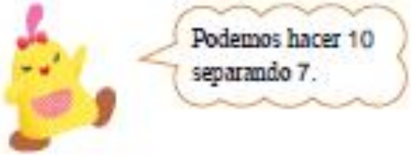
(1) Para formar 10 se necesitan 7 y ☐

(2) 6 se separa en ☐ y ☐

(3) 7 y ☐ son 10

(4) 10 y ☐ son ☐



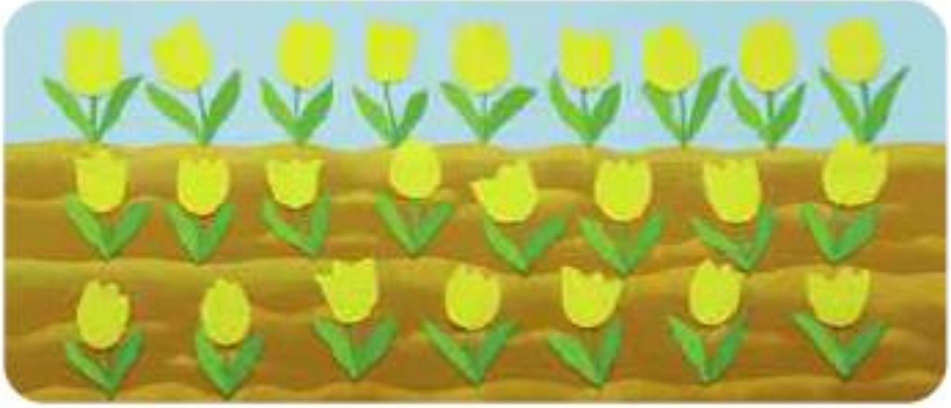


Respuesta : ☐ tulipanes

2 Hagamos las siguientes sumas.

① 2+3 ② 5+5 ③ 9+5 ④ 4+8

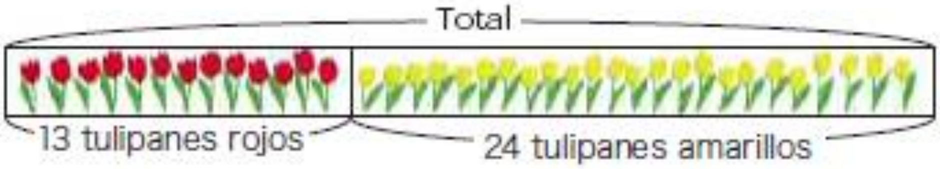
3 Suma vertical



Suma con números de 2 dígitos

1 Hay 13 tulipanes rojos y 24 tulipanes amarillos.

¿Cuántos tulipanes hay en total?



① Escribamos una expresión matemática.

② 13＋24 está expresado verticalmente. Cuando escribimos las decenas y las unidades en las mismas columnas, se llama **forma vertical**.

$$\begin{array}{r} 13 \\ +24 \\ \hline \end{array}$$

Pensemos cómo calcular usando la forma vertical.

Akira

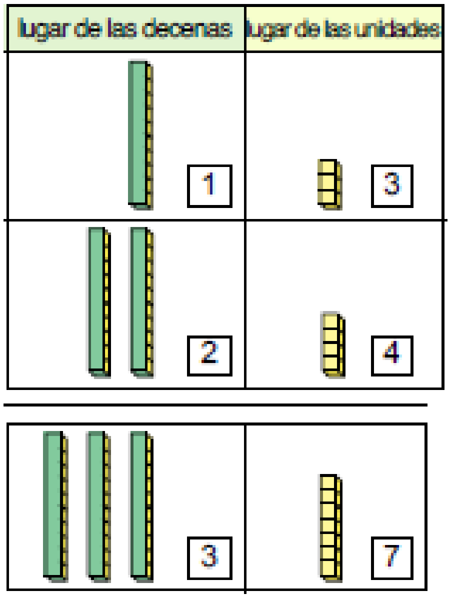
$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 24 \\ \hline 30 \\ +\ \ \ 7 \\ \hline 37 \end{array}$$

Hiromi

$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 24 \\ \hline 7 \\ +\ 30 \\ \hline 37 \end{array}$$

Yoko

$$\begin{array}{r} 13 \\ +\ 24 \\ \hline 37 \end{array}$$



Cómo Sumar 13+24 Usando la Forma Vertical

$$\begin{array}{r|c|c|} & 1 & 3 \\ + & 2 & 4 \\ \hline & & \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|c|c|} & 1 & 3 \\ + & 2 & 4 \\ \hline & 3 & 7 \end{array}$$

1＋2＝3 3＋4＝7

Escribe los números con las decenas y las unidades en las mismas columnas.

Suma los números que están en el lugar de las decenas y luego suma los números que están en el lugar de las unidades.

Expresión matemática: 13＋24＝37

Respuesta : 37 tulipanes

Hagamos el cálculo usando la forma vertical.

① 31＋57 ② 26＋43 ③ 15＋62 ④ 65＋31

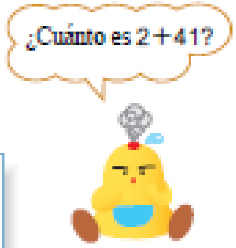
⑤ 18＋40 ⑥ 32＋20 ⑦ 50＋36 ⑧ 20＋70

2 Piensa cómo calcular 2+41 en la forma vertical.

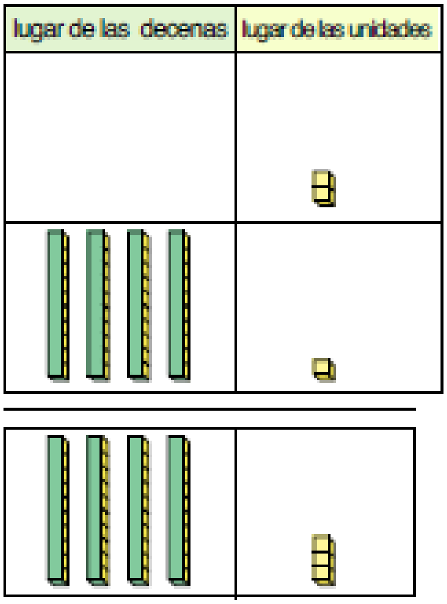
① ¿Cuál es la forma correcta de escribirla?

$$\begin{array}{rrr} & 2 & \\ + & 4 & 1 \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rrr} & & 2 \\ + & 4 & 1 \\ \hline \end{array}$$



② Calculemos usando la forma vertical.



		2
+	4	1

En la forma vertical, escribimos los números que ocupan el mismo lugar en la misma columna y luego sumamos los que están en la misma columna.

Calculemos usando la forma vertical.

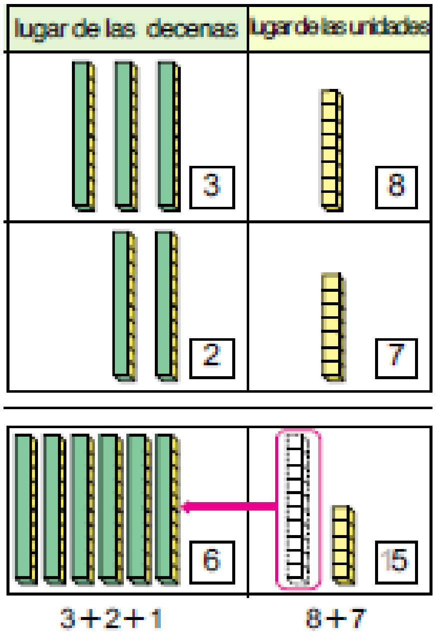
① 4+23 ② 7+82 ③ 91+8 ④ 65+3

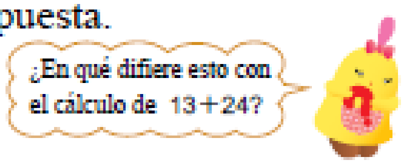
3 Hay 38 libros de pintura y 27 libros ilustrados en la clase de Midori.

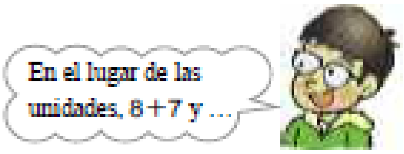
¿Cuántos libros hay en total?

① Escribe la expresión matemática.

② Piensa cómo calcular la respuesta.





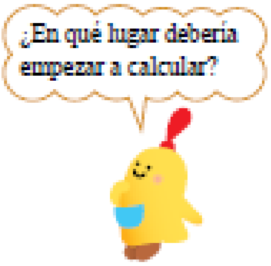


Cuando obtengas un grupo de 10, debes moverlo al lugar de las decenas.

Nosotros cambiaremos 10 unidades por 1 decena.

③ Pensemos cómo calcular usando la forma vertical.

	3	8
+	2	7



Akira

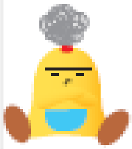
$$\begin{array}{r} 3\ 8 \\ +\ 2\ 7 \\ \hline 5\ 0 \\ +\ 1\ 5 \\ \hline 6\ 5 \end{array}$$

Hiromi

$$\begin{array}{r} 3\ 8 \\ +\ 2\ 7 \\ \hline 1\ 5 \\ +\ 5\ 0 \\ \hline 6\ 5 \end{array}$$

Yoko

$$\begin{array}{r} 3\ 8 \\ +\ 2\ 7 \\ \hline 1\ 5 \\ 5 \\ \hline 6\ 5 \end{array}$$



Cómo calcular 38 + 27

(1)

$$\begin{array}{c|c|c|} & 3 & 8 \\ + & 2 & 7 \\ \hline & & \\ \end{array}$$

Escribe los números de manera que cada lugar esté en la misma columna. Suma primero las unidades.

lugar de las unidades

(2)

$$\begin{array}{c|c|c|} & 3 & 8 \\ + & 2 & 7 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & \\ & & 5 \\ \end{array}$$

8+7=15

La suma de las unidades es ☐.

Forma una decena agrupando 10 unidades.

lugar de las decenas

(3)

$$\begin{array}{c|c|c|} & 3 & 8 \\ + & 2 & 7 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & \\ & 6 & 5 \\ \end{array}$$

Suma la decena que formaste al agrupar 10 unidades con 3 y 2, para obtener 1+3+2=6

Expresión matemática: 38 + 27= 65 Respuesta : 65 libros

Cuando formas una decena agrupando 10 unidades, es mejor que calcules primero la suma de las unidades.

4 Hagamos 14 + 29 usando la forma vertical.

+		

Hagamos estas sumas usando la forma vertical.

① 28 + 16 ② 47 + 27 ③ 59+36 ④ 15 +56

⑤ 43+38 ⑥ 18 + 78 ⑦ 24 +19 ⑧ 49+13

5 Pensemos cómo calcular 27 + 53 usando la forma vertical.

	2	7
+	5	3

6 Pensemos cómo calcular 35 + 6 usando la forma vertical.

+		

7 Pensemos cómo calcular 7 + 23 usando la forma vertical.

+		

Haz estas sumas usando la forma vertical.

① 72 + 18 ② 35 + 45 ③ 16 + 24 ④ 33 + 17

⑤ 54 + 7 ⑥ 77 + 9 ⑦ 6 + 89 ⑧ 5 + 15

Ejercicios

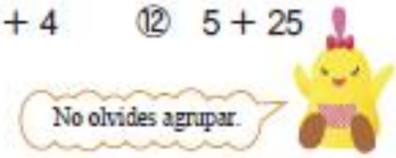
1 Haz estas sumas usando la forma vertical.

páginas 29 - 33

① 84 + 15 ② 23 + 60 ③ 31 + 42 ④ 76 + 11

⑤ 19 + 18 ⑥ 71 + 19 ⑦ 28 + 63 ⑧ 45 + 37

⑨ 36 + 2 ⑩ 8 + 44 ⑪ 56 + 4 ⑫ 5 + 25



2 Takeshi tiene 7 peces y Hiroshi 12.

¿Cuántos peces tienen en total?

página 30

3 Hiromi recogió 17 flores y Kaorire 23.

¿Cuántas flores recogieron en total?

página 33

4 Harumi tenía 58 cartas. Le dieron otras 7.

¿Cuántas cartas tiene ella en total?

página 33

Suma con respuesta de tres dígitos

1 Ayer los alumnos hicieron 74 anillos de papel. Hoy hicieron 65 anillos.

¿Cuántos anillos hicieron en total?

① Escribe la expresión matemática ☐

② Pensemos cómo hacer el cálculo.

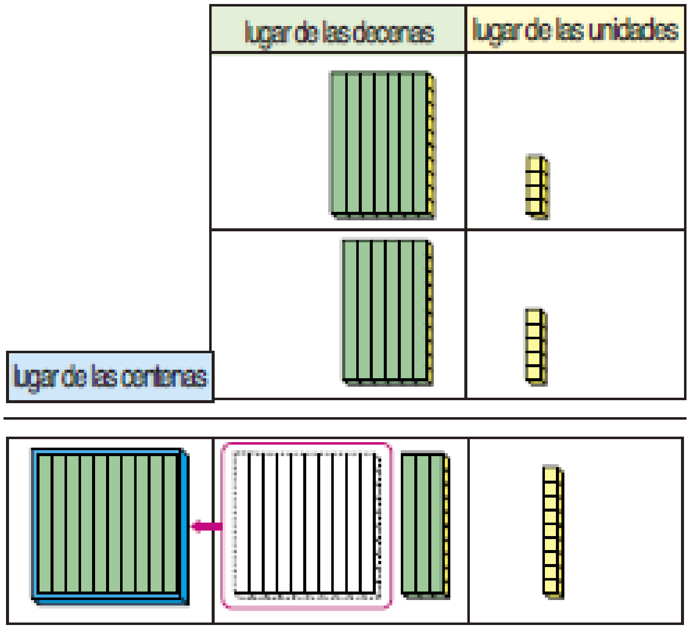
La idea de Kaori▼

74… $70 + 4$

65… $60 + 5$

130 y 9 son 139.

③ Expliquemos cómo calcular en la forma vertical.



③ Cambia 10 decenas por 1 centena.

② 7+6

① 4+5

$$\begin{array}{rrr} & 7 & 4\\ + & 6 & 5\\ \hline & & 9 \end{array}$$

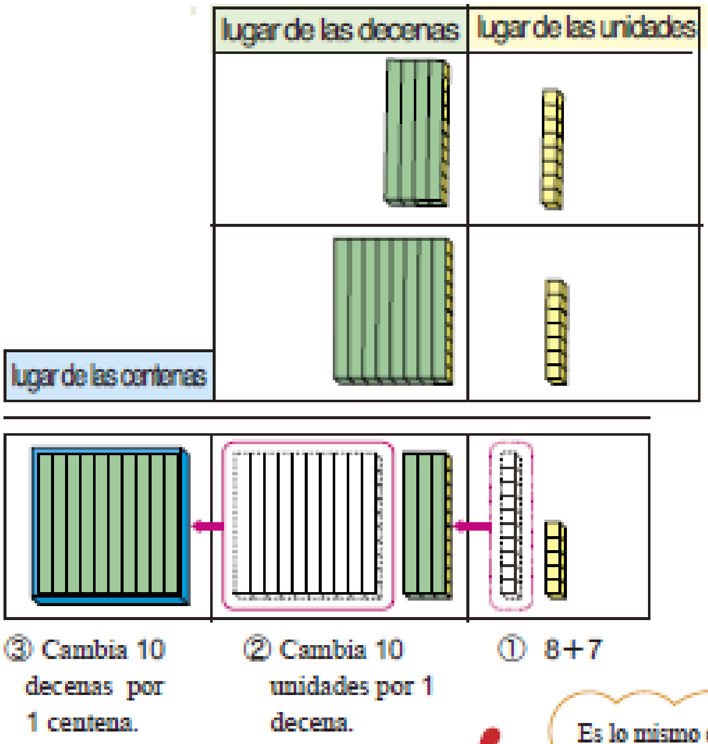
↓

$$\begin{array}{rrrr} & & 7 & 4\\ + & & 6 & 5\\ \hline & 1 & 3 & 9 \end{array}$$

Calculemos en la forma vertical.

① 93+86 ② 63 + 71 ③ 67+80 ④ 20+90

2 Expliquemos cómo calcular 48 +87.



$$\begin{array}{r|r|r} & 4 & 8 \\ + & 8 & 7 \\ \hline & {}^{1} & 5 \end{array}$$

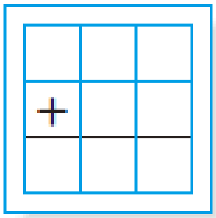
$$\downarrow$$

$$\begin{array}{r|r|r} & 4 & 8 \\ + & 8 & 7 \\ \hline & {}^{1} & \\ 1 & 3 & 5 \end{array}$$

Es lo mismo que sumar los números en el lugar de las unidades y de las decenas por separado y luego sumar ambos resultados.

$$\begin{array}{r} 48 \\ +\ 87 \\ \hline 15 \\ 12\ \\ \hline 135 \end{array}$$

3 Pensemos cómo calcular 37 +67 en la forma vertical.



¿Cuál es el número en el lugar de las decenas?

Calculemos en la forma vertical.

① 35+96 ② 88+44 ③ 36+89 ④ 58+62
⑤ 27+78 ⑥ 32+69 ⑦ 15+85 ⑧ 6+97

Propiedades de la suma

1 Hay 38 fresas en una caja y 16 fresas en un canasto.

¿Cuántas fresas hay en total?

① Pon las fresas que están en el canasto dentro de la caja.

② Pon las fresas que están en la caja dentro del canasto.

En la suma, la respuesta siempre es la misma aún si cambiamos el orden de los sumandos.

$$38 + 16 = 16 + 38$$

Las respuestas son las mismas, por lo que podemos conectar las dos expresiones matemáticas con el =.

2 Haz los siguientes cálculos. Luego hazlos de nuevo cambiando el orden de los sumandos.

Compara las respuestas.

① 24+31 ② 45+16 ③ 50+38 ④ 9+76

3 Calcula 32+7+3.

La idea de Mayumi▼

Calculo 32+7 y después sumo 3.

$$\begin{array}{r} 32 \\ +\ \ 7 \\ \hline 39 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 39 \\ +\ \ 3 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

La idea de Takeshi ▼

Como 7+3 =10, yo sumo 10 a 32.

$$\begin{array}{r} 32 \\ +\ 10 \\ \hline \boxed{} \end{array}$$

En la suma tú puedes cambiar el orden en el cálculo. (32+7)+3=32+(7+3)

Los números adentro del ( ) son los primeros que se suman.

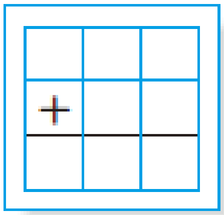
Resolvamos estos problemas.

① 45+18+2 ② 58+13+27

③ 23+68+12 ④ 6+37+44

Ejercicios

1 Resumamos cómo calcular 67＋28. página 32



(1) En el lugar de las unidades 7＋8 son 15.

El número que va en el lugar de las unidades es ☐. Agrupamos 10 unidades para formar ☐ decena.

(2) En el lugar de las decenas, 6＋2＋☐＝9.

(3) La suma es ☐.

2 Calculemos en la forma vertical. páginas 29 - 33

① 36＋32 ② 43＋34 ③ 2＋53 ④ 40＋47
⑤ 38＋25 ⑥ 57＋19 ⑦ 35＋58 ⑧ 17＋43
⑨ 18＋9 ⑩ 49＋4 ⑪ 8＋47 ⑫ 5＋75

3 Calculemos en la forma vertical. Luego hazlo de nuevo intercambiando los sumandos.

Compara las respuestas. páginas 35 - 38

① 73＋45 ② 46＋92 ③ 84＋70
④ 39＋87 ⑤ 17＋88 ⑥ 54＋46

4 Hagamos las siguientes sumas. página 38

① 56＋22＋8 ② 4＋37＋26
③ 38＋17＋23 ④ 54＋32＋26

problemas

1 Sumemos en la forma vertical.

① 14+63 ② 45+24 ③ 30+56 ④ 42+39

⑤ 36+47 ⑥ 19+65 ⑦ 22+18 ⑧ 54+16

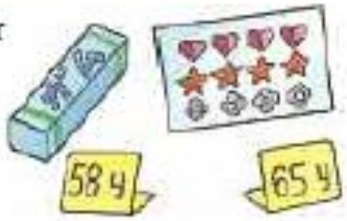
⑨ 32+97 ⑩ 67+73 ⑪ 69+58 ⑫ 29+73

2 En la Escuela de Shigeru hay 32 alumnos en el primer grado y 28 en el segundo grado.

¿Cuántos alumnos hay en total?

3 Un niño gastó 58 yenes en goma de mascar y 65 yenes en calcomanías.

¿Cuánto gastó en total?



4 Encuentra los errores en los siguientes cálculos. Escribe las respuestas correctas en el ( ).

① $\begin{array}{r} 27 \\ +43 \\ \hline 60 \end{array}$ ② $\begin{array}{r} 81 \\ +58 \\ \hline 149 \end{array}$ ③ $\begin{array}{r} 6 \\ +35 \\ \hline 95 \end{array}$ ④ $\begin{array}{r} 12 \\ +19 \\ \hline 211 \end{array}$

( ) ( ) ( ) ( )

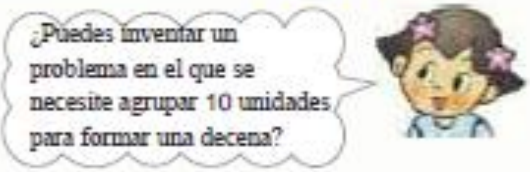
Ir a la página 41 Ir a la página 85 Ir a la página 88

¿Puedes hacer esto?

Hagamos problemas de cálculo

1 Escribe los números del 0 al 9 en $\square$ e inventa un problema de cálculo.

$$\begin{array}{r} \square\square \\ +\ \square\square \\ \hline \square\square \end{array}$$



2 Hagamos un problema donde la suma sea 100.

$$\begin{array}{r} \square\square \\ +\ \square\square \\ \hline 1\ 0\ 0 \end{array}$$

3 Inventa problemas donde todos los números sean diferentes.

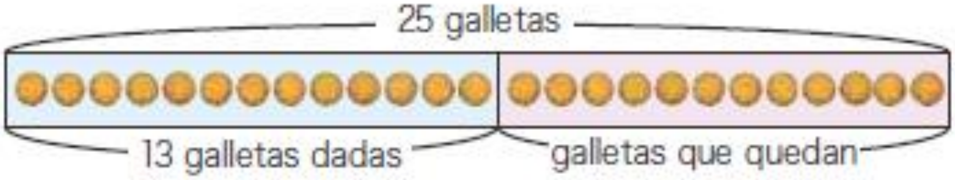
Por ejemplo $\begin{array}{r} 14 \\ +\ 59 \\ \hline 73 \end{array}$, $\begin{array}{r} 93 \\ +\ 72 \\ \hline 165 \end{array}$.

$$\begin{array}{r} \square\square \\ +\ \square\square \\ \hline \square\square \end{array} \quad \begin{array}{r} \square\square \\ +\ \square\square \\ \hline \square\square \end{array} \quad \begin{array}{r} \square\square \\ +\ \square\square \\ \hline \square\square\square \end{array} \quad \begin{array}{r} \square\square \\ +\ \square\square \\ \hline \square\square\square \end{array}$$

Pensemos cómo calcular

1 Mieko tenía 25 galletas y le dio 13 a Kenji.

¿Cuántas galletas le quedan?

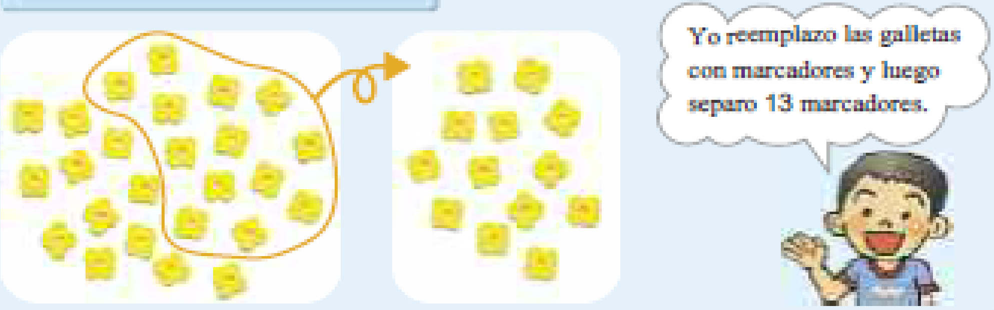


① Escribamos una expresión matemática para obtener el número de galletas que le quedan.

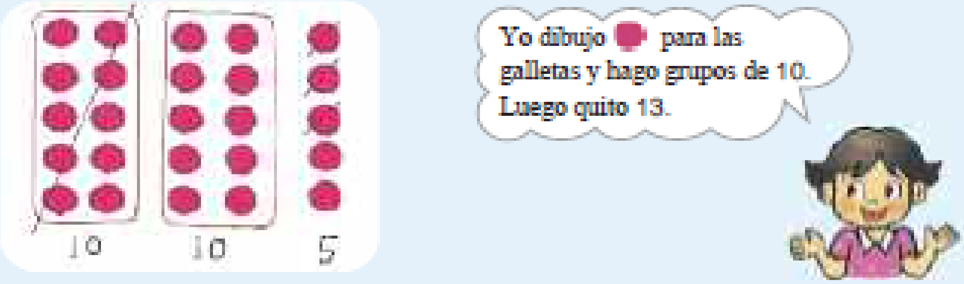
Usa figuras y bloques al pensar.

② ¿Cuántas quedan?

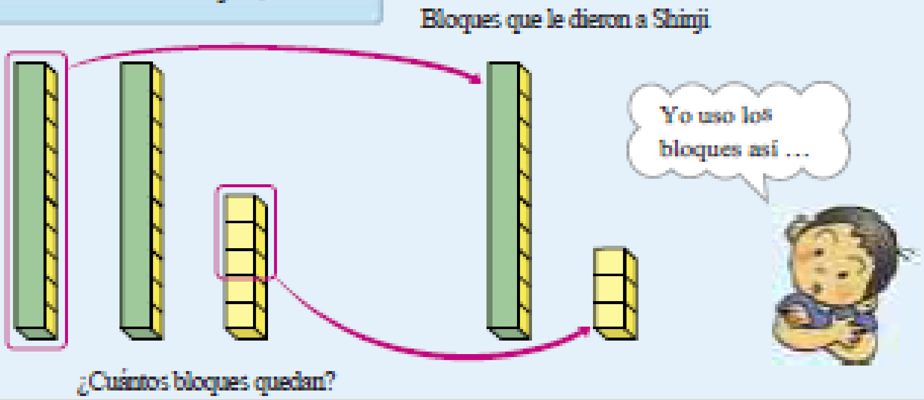
La idea de Takahiro ▼



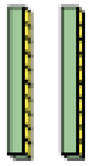
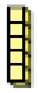
La idea de Masako ▼



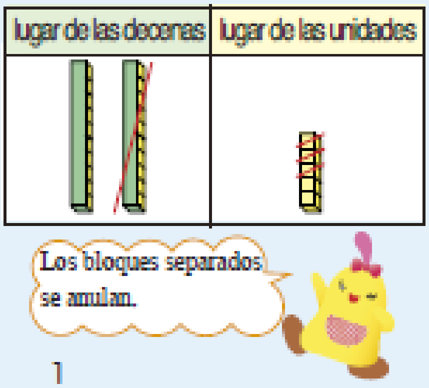
La idea de Shinji ▼



③ Pensemos cómo calcular.

lugar de las decenas	lugar de las unidades
	

La idea de Kenji ▼



Descompongo 25 en ☐ y 5.

Desagrupo 13 en 10 y ☐.

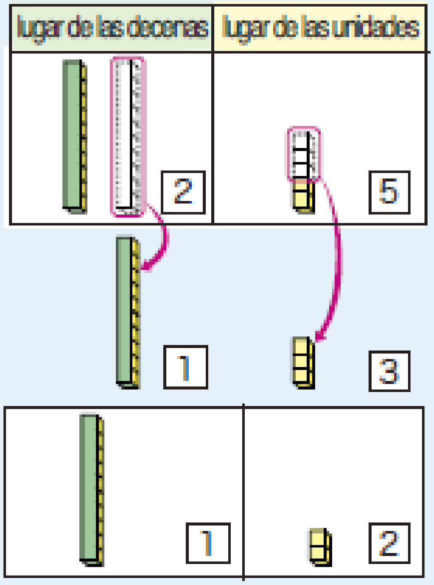
20 − 10 = ☐

5 − 3 = ☐

☐ y ☐ son ☐.

$$\overset{1}{\overbrace{2\,5 - 1}}\,3 \;\to\; 2\,\underset{2}{\underbrace{5 - 1\,3}} = \square$$

La idea de Mieko ▼



2−1=1

5−3=2

Tengo ☐ grupos de 10.

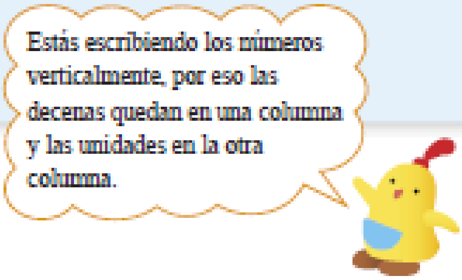
Quito 1 de ☐ y obtengo ☐.

Quito ☐ a 5 y obtengo ☐.

El número que queda en el lugar de las decenas es ☐.

El número que queda en el lugar de las unidades es ☐.

25−13=☐



Repaso »» 4

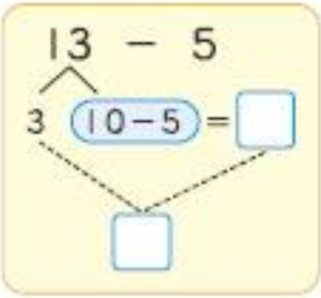
1 Había 13 peces. Él sacó 5 peces.

¿Cuántos peces quedan?

① Escribe la expresión matemática.

☐

② Escribe cómo hacer el cálculo.



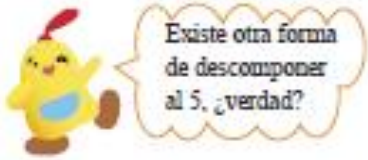
(1) No podemos resolver 3 − 5.

(2) Separemos 13 en ☐ y ☐.

(3) Quitamos ☐ a 10 y obtenemos ☐.

(4) ☐ y ☐ son ☐.

Respuesta : ☐ peces



2 Hagamos las siguientes restas.

① 8−5 ② 10−9 ③ 14−8 ④ 12−3

4

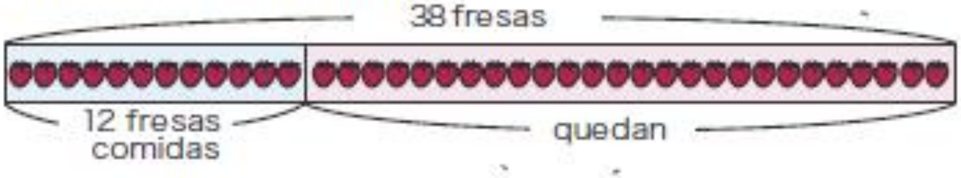
Resta en la forma vertical

Resta con números de dos dígitos

1 Satoshi y sus amigos recolectaron 38 fresas.

Se comieron 12.

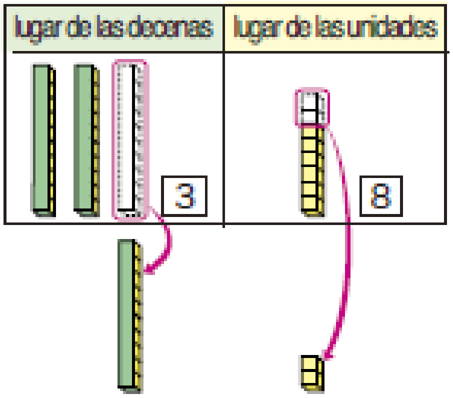
¿Cuántas fresas quedan?



① Escribe la expresión matemática

② Pensemos cómo restar en la forma vertical justo como lo hicimos con la suma.

	3	8
−	1	2



Cómo calcular 38 – 12 en la forma vertical

$$\begin{array}{r|c|c|} & 3 & 8 \\ - & 1 & 2 \\ \hline & & \end{array} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{r|c|c|} & 3 & 8 \\ - & 1 & 2 \\ \hline & 2 & 6 \end{array}$$

3−1=2 8−2=6

Escribe los números en cada columna.

Calcula el número en el lugar de las decenas y también el número en el lugar de las unidades.

2 Calcula 29−6 en la forma vertical.

−		

3 Pensemos cómo resolver estos problemas.

① 34−14 ② 68−64 ③ 48−8

−		

−		

−		

Hagamos estas restas.

① 76−32 ② 59−45 ③ 36−24

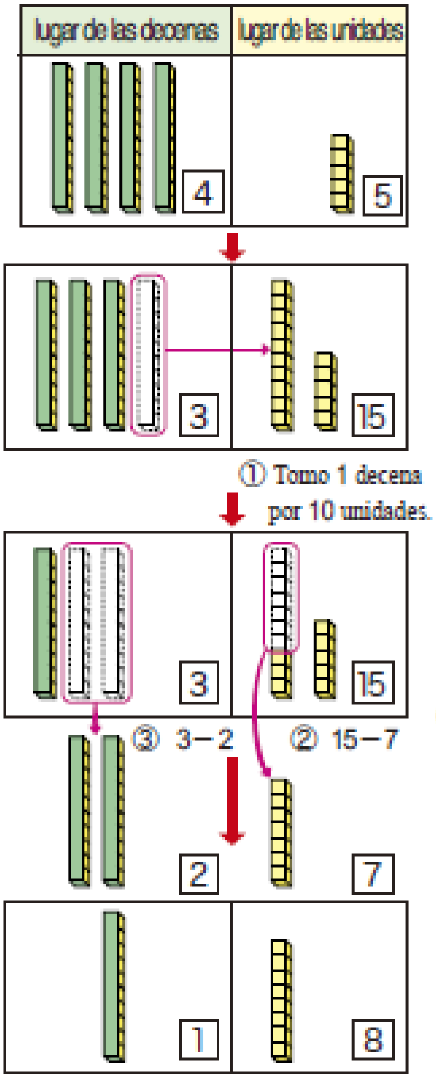
④ 56−40 ⑤ 58−5 ⑥ 98−18

⑦ 43−42 ⑧ 30−20 ⑨ 45−5

4 Hay 45 estampas. Ella usó 27, ¿cuántas estampas quedan?

① Escribe la expresión matemática

② Piensa cómo calcular.



¿Cuál es la diferencia entre esto y 38−12?

En el lugar de las unidades tenemos 5−7.

Puedes mover una decena al lugar de las unidades, con esto tendrás 10 unidades. Lo que hicimos fue descomponer una decena para tener 10 unidades.

③ Pensemos cómo obtener la respuesta en la forma vertical.

	4	5
−	2	7

Cómo calcular 45 - 27 en la forma vertical

(1)

$$\begin{array}{r|c|c|}
 & 4 & 5 \\
- & 2 & 7 \\
\hline
 & &
\end{array}$$

Escribe los números en cada columna.

Lugar de las unidades

(2)

$$\begin{array}{r|c|c|}
 & \overset{3}{\cancel{4}} & \overset{10}{5} \\
- & 2 & 7 \\
\hline
 & & 8
\end{array}$$

Descomponemos 1 decena en 10 unidades, así tenemos 15-7 =8 y en el lugar de las unidades está ☐.

Lugar de las decenas

(3)

$$\begin{array}{r|c|c|}
 & \overset{3}{\cancel{4}} & \overset{10}{5} \\
- & 2 & 7 \\
\hline
 & 1 & 8
\end{array}$$

Habíamos descompuesto una decena para calcular las unidades, entonces nos queda 3−2= ☐.

Expresión matemática 45−27 = 18

Respuesta : 18 estampillas

5 Calculemos 53−26 en la forma vertical.

—		

6 Pensemos cómo calcular en la forma vertical

① 70−23

	7	0
—	2	3

② 34−26

	3	4
—	2	6

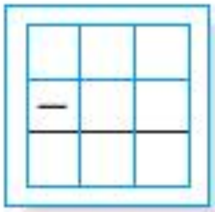
Calculemos en la forma vertical.

① 41−19 ② 72−33 ③ 81−16 ④ 66−28

⑤ 70−56 ⑥ 40−24 ⑦ 50−33 ⑧ 80−48

⑨ 26−18 ⑩ 54−45 ⑪ 73−67 ⑫ 90−88

7 Pensemos cómo calcular 35−8 en la forma vertical.



Calculemos en la forma vertical.

① 92−8 ② 51−9 ③ 40−7 ④ 60−5

1 Calculemos en la forma vertical.

páginas 47～50

① 74−31 ② 95−55 ③ 69−37

④ 83−54 ⑤ 30−17 ⑥ 42−39

⑦ 23−7 ⑧ 80−3 ⑨ 28−9

2 Hay 32 alumnos en el grupo de Yumiko. Hoy faltaron 3.

¿Cuántos alumnos asistieron a clases hoy?

página 50

Resta con números mayores que 100

1 Hay 129 hojas de papel. Los alumnos usaron 73 hojas. ¿Cuántas hojas quedan?

① Escribamos la expresión matemática. ☐

② Pensemos cómo hacer estos cálculos.

La Idea de Yasuo▼

129 puede descomponerse en 100 y 29.

100 − 70 = 30, 30 − 3 = 27

29 + 27 = 56

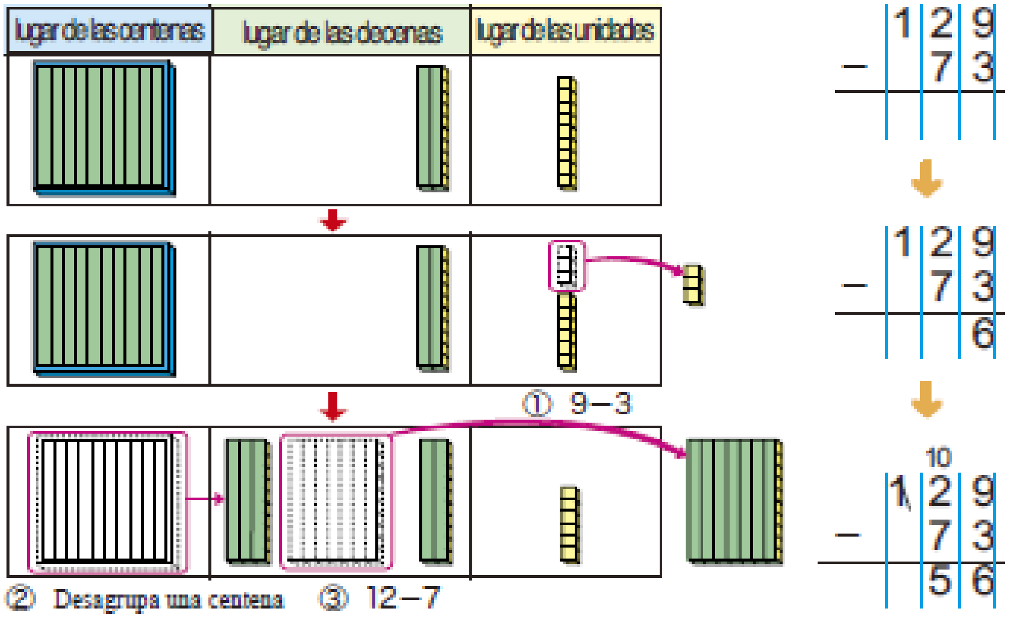
La Idea de Harumi▼

129 puede descomponerse en 120 y 9.

120 − 70 = 50, 9 − 3 = 6

50 + 6 = 56

③ Explica cómo calcular en la forma vertical.



① 9−3

② Desagrupa una centena en 10 decenas.

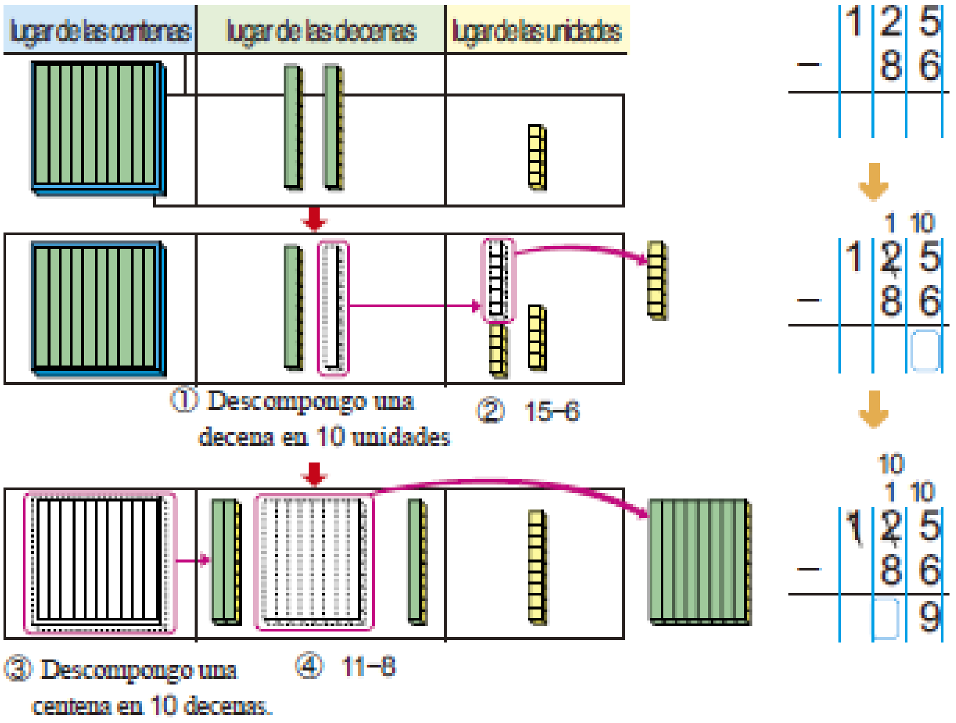
③ 12−7

Haz estas restas en la forma vertical.

① 132−41 ② 187−95 ③ 156−82 ④ 117−36

⑤ 109−53 ⑥ 106−21 ⑦ 146−60 ⑧ 120−70

2 Expliquemos cómo calcular 125−86 en la forma vertical.



3 Calculemos 153−94 en la forma vertical.

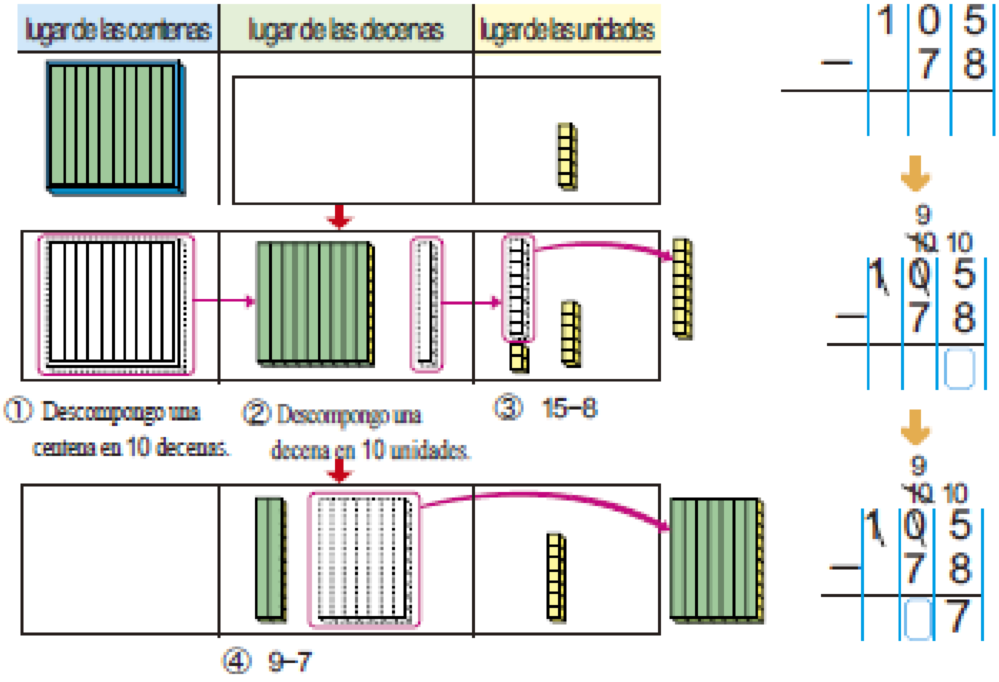
−			

Calculemos en la forma vertical.

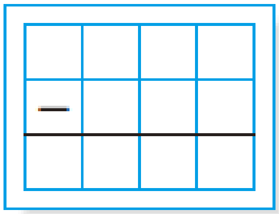
① 132−47 ② 156−78 ③ 171−82

④ 146−59 ⑤ 120−61 ⑥ 180−92

4 Expliquemos cómo calcular 105 − 78 en la forma vertical.



5 Calculemos 102 − 87 en la forma vertical.



Calculemos en la forma vertical.

① 106 − 59　② 103 − 44　③ 101 − 83

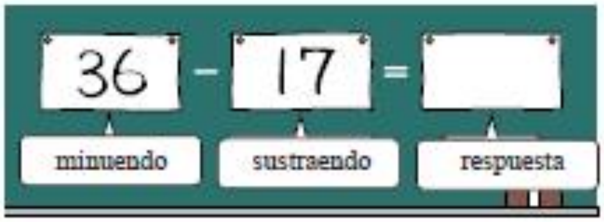
④ 100 − 39　⑤ 102 − 7　⑥ 108 − 9

Relación entre la suma y la resta

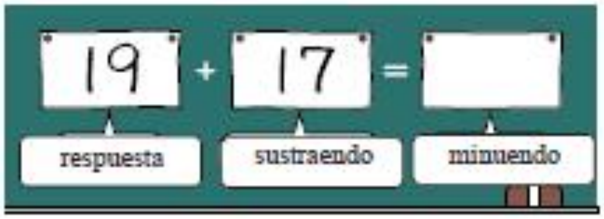
1 Había 36 alumnos, 17 salieron a jugar.

¿Cuántos alumnos quedaron en el salón de clases?

① Obtengamos la respuesta.

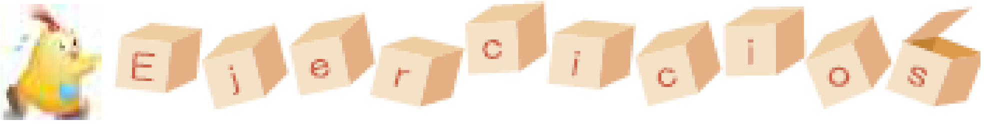


② Si regresan los 17 alumnos que salieron, ¿cuántos alumnos hay en el salón de clases?



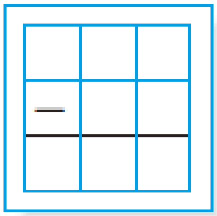
Haz las siguientes restas y comprueba tus respuestas.

① 76−51 ② 32−26 ③ 45−8 ④ 50−7



Ejercicios

1 Resumamos cómo calcular 73−26.



(1) En el lugar de las unidades, desagrupa ☐ decenas en ☐ unidades, así tendrás ☐ − 6= ☐.

(2) En el lugar de las decenas ☐ −2= ☐ .

(3) La respuesta es ☐.

páginas 48−49

2 Calcula en la forma vertical y comprueba tus respuestas.

páginas 46−49, 54

① 58−32 ② 66−23 ③ 33−
⑤ 87−19 ⑥ 63−24 ⑦ 32−14 ⑧ 44−26
⑨ 80−17 ⑩ 50−49 ⑪ 33−26 ⑫ 44−38

3 Calcula en la forma vertical y comprueba tus respuestas.

páginas 51−54

① 132−41 ② 123−63 ③ 148−75
④ 114−78 ⑤ 154−86 ⑥ 147−69
⑦ 108−29 ⑧ 105−48 ⑨ 106−9

4 Hiroko tiene 32 dulces. Le dio 14 dulces a su hermano. ¿Cuántos dulces le quedaron?

página 49

problemas

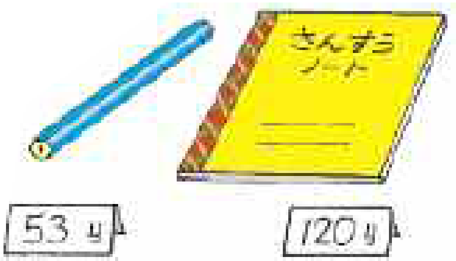
1 Haz las restas en la forma vertical y comprueba tus respuestas.

① 67−42 ② 59−30 ③ 96−16 ④ 98−19

⑤ 90−38 ⑥ 52−46 ⑦ 82−7 ⑧ 30−3

⑨ 162−81 ⑩ 134−95 ⑪ 104−27 ⑫ 105−9

2 ¿Cuál es más caro, un lápiz de 53 yenes o un cuaderno de 120 yenes? ¿Cuánto más?



3 Hay 71 alumnos en el segundo grado de la escuela de Emiko, 39 de ellos son niñas.

¿Cuántos niños hay?

4 Encuentra los errores en los siguientes cálculos en la forma vertical y escribe la respuesta correcta en el ( ).

① $\begin{array}{r} 71 \\ -\ 47 \\ \hline 34 \end{array}$ ( )

② $\begin{array}{r} 65 \\ -\ 43 \\ \hline 12 \end{array}$ ( )

③ $\begin{array}{r} 94 \\ -\ 6 \\ \hline 34 \end{array}$ ( )

④ $\begin{array}{r} 168 \\ -\ 97 \\ \hline 131 \end{array}$ ( )

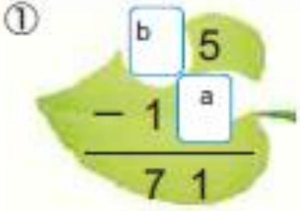
Ir a la página 57 Ir a la página 86 Ir a la página 90

¿ Puedes hacer esto ?

El gusano devorador de números

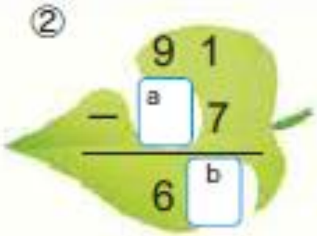
- ¿Qué números se comió el gusano?

①



$$\begin{array}{r} \boxed{b}\,5 \\ -\ 1\,\boxed{a} \\ \hline 7\,1 \end{array}$$

②



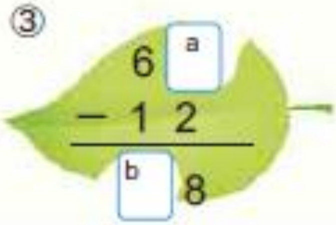
$$\begin{array}{r} 9\,1 \\ -\ \boxed{a}\,7 \\ \hline 6\,\boxed{b} \end{array}$$

Sugerencias para responder ①

$\boxed{a}$ es el número que hace que $5-\boxed{a}=1$.

$\boxed{b}$ es el número que hace que $\boxed{b}-1=7$.

③



$$\begin{array}{r} 6\,\boxed{a} \\ -\ 1\,2 \\ \hline \boxed{b}\,8 \end{array}$$

- Inventa más de estos problemas, intercámbialos con tus amigos y resuélvanlos.

Cómo hacer un problema

(1) Haz correctamente el cálculo.

(2) Decide qué números reemplazar en el $\boxed{}$.

(3) Realiza tú mismo la operación y comprueba que puede resolverse.

Ejemplo 1

$$\begin{array}{r} 38 \\ +\ 26 \\ \hline 64 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} \boxed{}\,8 \\ +\,2\,\boxed{} \\ \hline 6\,4 \end{array}$$

Ejemplo 2

$$\begin{array}{r} 87 \\ -\ 29 \\ \hline 58 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 8\,\boxed{} \\ -\,\boxed{}\,9 \\ \hline 5\,8 \end{array}$$

7 Suma y resta (1)

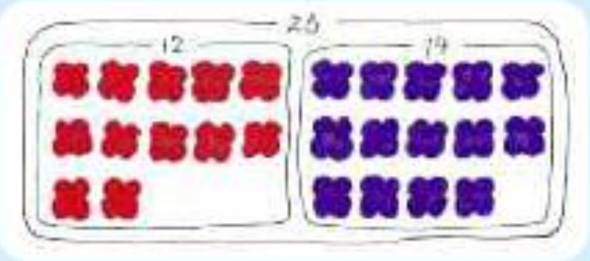
Hagamos dibujos para calcular sumas.

1 Hay 12 marcadores rojos y 14 marcadores azules.

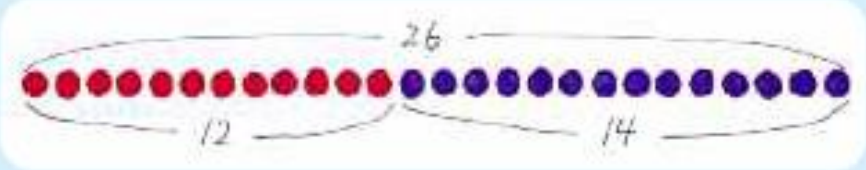
Hay 26 en total.

① Hagamos dibujos que representen estos números.

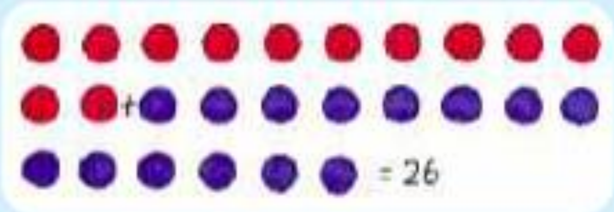
Dibujo de Norio ▼



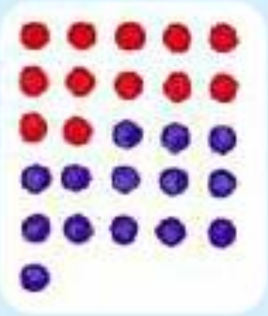
Dibujo de Emiko ▼



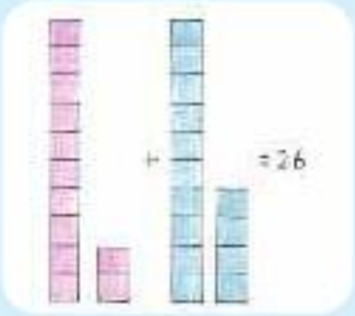
Dibujo de Genta ▼



Dibujo de Shinji ▼

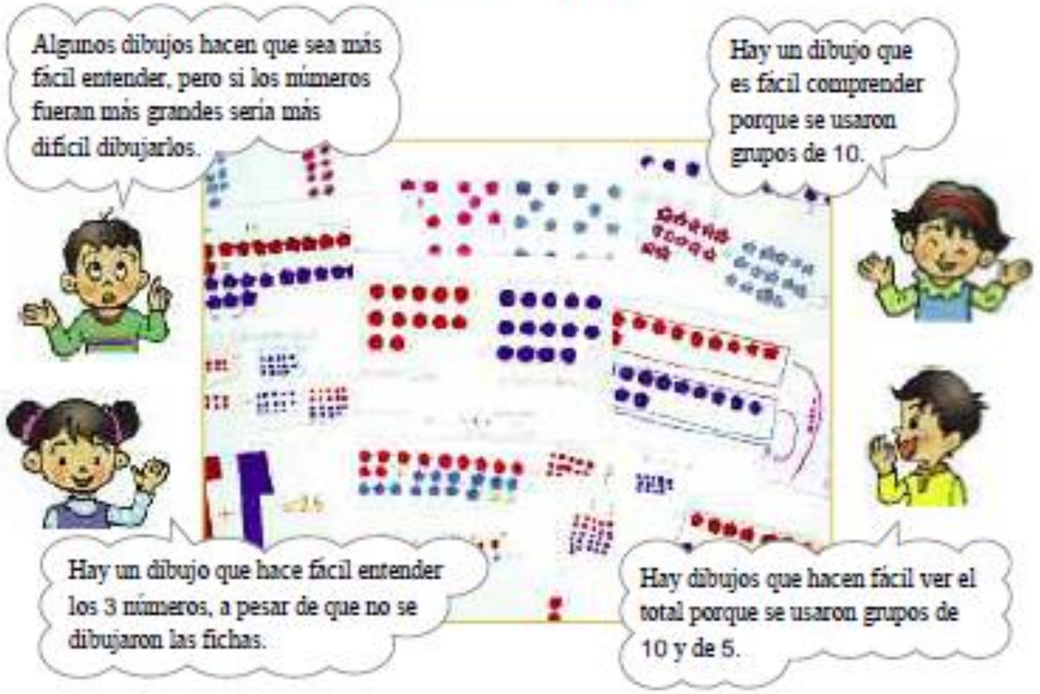


Dibujo de Minako ▼



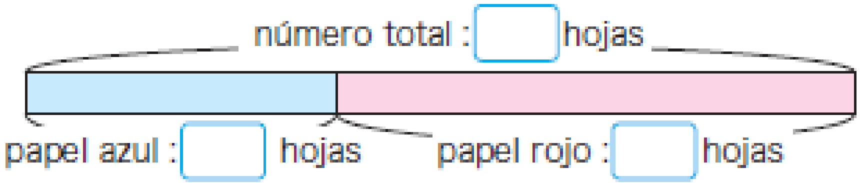
Dibujo de Masao ▼

② Conversemos sobre cada dibujo.

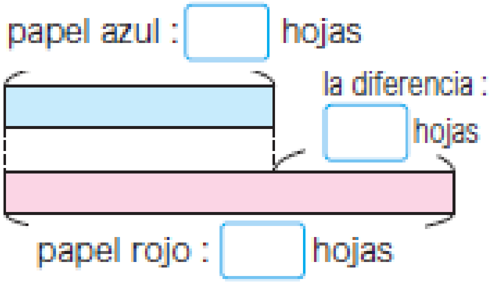


2 Hay 38 hojas de papel azul y 63 hojas rojas.

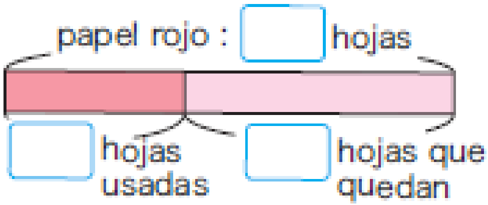
① ¿Cuántas hojas de papel de color hay?



② ¿De qué color hay más hojas? ¿Cuántas más?

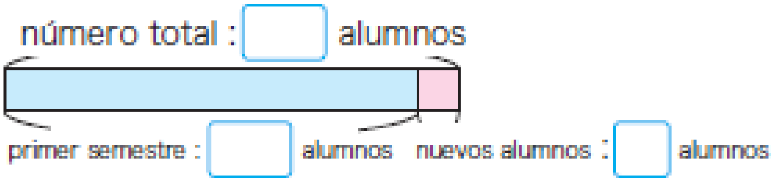


③ Si ella usara 25 hojas rojas, ¿cuántas le quedarían?



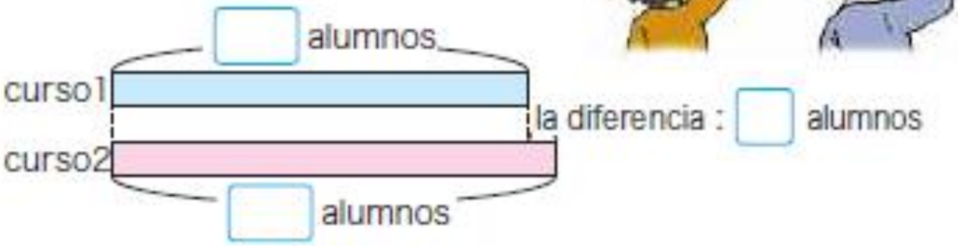
3 En el primer semestre había 29 alumnos en el grupo de Hitomi. En el segundo semestre ingresaron 3 alumnos más.

¿Cuántos alumnos hay en el grupo de Hitomi?



4 Hay 29 alumnos en el grupo 1 y 31 en el grupo 2.

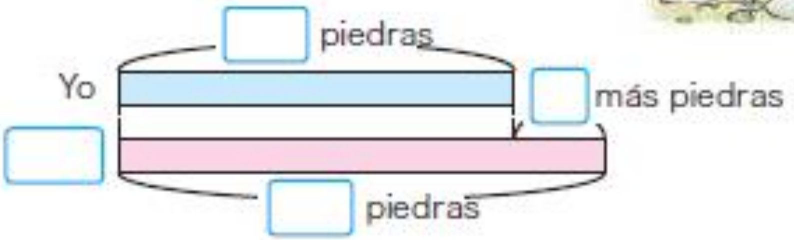
① ¿Cuál es la diferencia en el número de alumnos de esos grupos?



② ¿Cuánto es más pequeño el grupo 1 que el grupo 2?

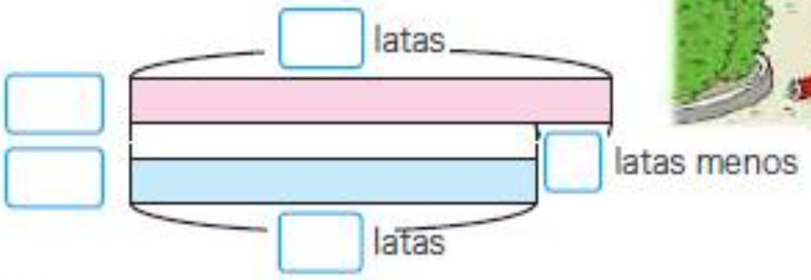
③ ¿Cuántos alumnos más hay en el grupo 2 que en el grupo 1?

5 Recogí 18 piedras bonitas.
El profesor recogió 4 más que yo.
¿Cuántas piedras recogió el profesor?



6 Recolecté 31 latas. Akiko recogió 5 menos que yo.

¿Cuántas latas recolectó Akiko?



7 Tomaron una foto a nuestro grupo. Unos niños ocuparon las 8 sillas que estaban al frente. Otros 13 niños permanecieron de pie.

¿Cuántos niños aparecen en la foto?

8 Unos niños están formados.

Resuelve los siguientes problemas.

① Takeo es el cuarto desde el frente. Yoko es la quinta persona detrás de Takeo.

¿Qué lugar ocupa Yoko en la fila contando desde el frente?

② Hay 9 niños adelante de Kunio.

¿Qué lugar ocupa Kunio en la fila contando desde el frente?

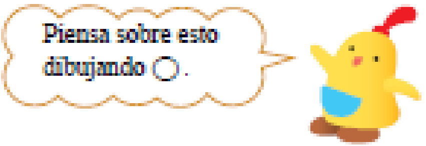
③ Susumu es el octavo contando desde el frente. Yukio es el segundo niño adelante de Susumu.

¿Qué lugar ocupa Yukio en la fila contando desde el frente?

④ Hiroko es el quinto desde el frente y séptimo desde atrás. ¿Cuántos niños hay en total?

9 Hay 6 niños enfrente de Yukie y 8 niños detrás de ella.

¿Cuántos niños hay en total?

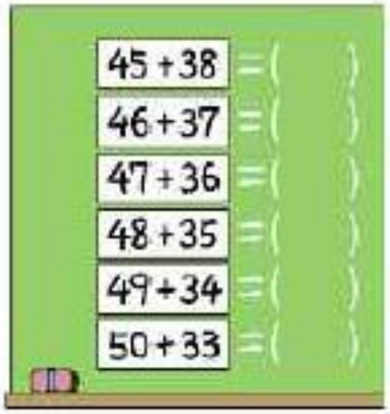


Sumas con la misma respuesta

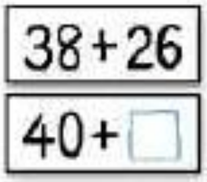
Haz las sumas que se indican en estas tarjetas.

① Alinea las tarjetas comenzando con el sumando menor y termina con el mayor.

② ¿Qué notas?



Piensa cómo inventar problemas con sumas que tengan la misma respuesta.



① Las tarjetas de suma con la misma respuesta están alineadas. ¿Qué número va en el ☐?

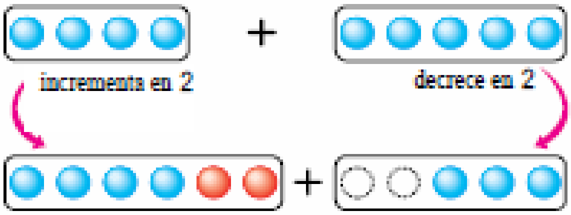
Cuando aumentas el valor de un sumando agregándole una cantidad, puedes crear otra suma con la misma respuesta si disminuyes el otro sumando en la misma cantidad.

② Usemos una suma sencilla para ver cómo inventar sumas con la misma respuesta.

4+5=9

incrementa en 2 ↓ ↓ decrece en 2

6+3=9



¿Qué números van en el ☐?

Escribe también las respuestas para las sumas.

① 29+87= 30 + ☐

② 34+77= ☐ + 80

③ 92+29= 90 + ☐

Usa este método para inventar sumas que tengan la misma respuesta usando los siguientes números.

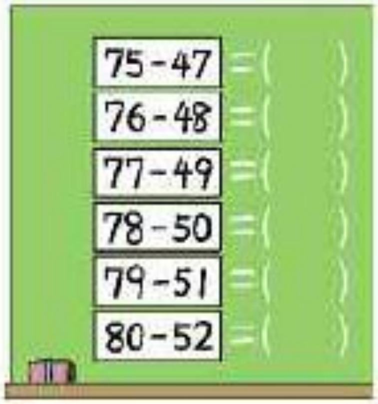
① 48+33 ② 56+86

Restas con la misma respuesta

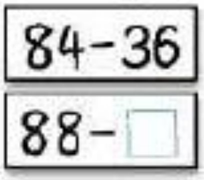
Haz las restas que se indican en estas tarjetas.

① Ordena las tarjetas comenzando con el minuendo más pequeño y terminando con el mayor.

② ¿Qué notas?

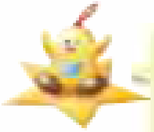


Piensa cómo inventar restas que tengan la misma respuesta.



① Las tarjetas de restas con la misma respuesta están alineadas.

¿Qué número va en el ☐?

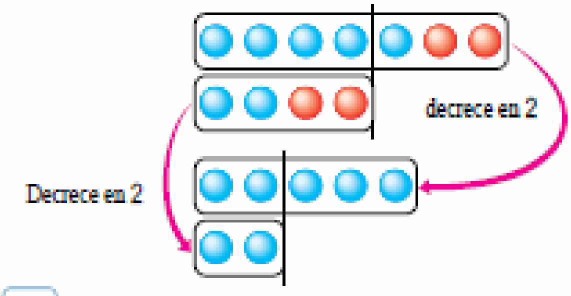


En la resta, cuando incrementas el minuendo en un número, puedes crear otra resta con la misma respuesta si incrementas el sustraendo en el mismo número.

En la resta, si disminuyes el minuendo y el sustraendo en el mismo número, puedes crear otra resta con la misma respuesta.

② Usemos una resta sencilla para ver cómo inventar restas que tengan la misma respuesta.

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] 7 \arrow[d, bend right, "\text{decrece en 2}"'] & - & 4 \arrow[d, bend left, "\text{decrece en 2}"] & =3 \\ 5 & - & 2 & =3 \end{tikzcd}$$



▶ ¿Qué números van en el ☐?

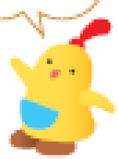
También escribe la respuesta de las restas.

① 25−18= 27 −☐

② 37−25= 32 −☐

③ 97−65=☐− 60

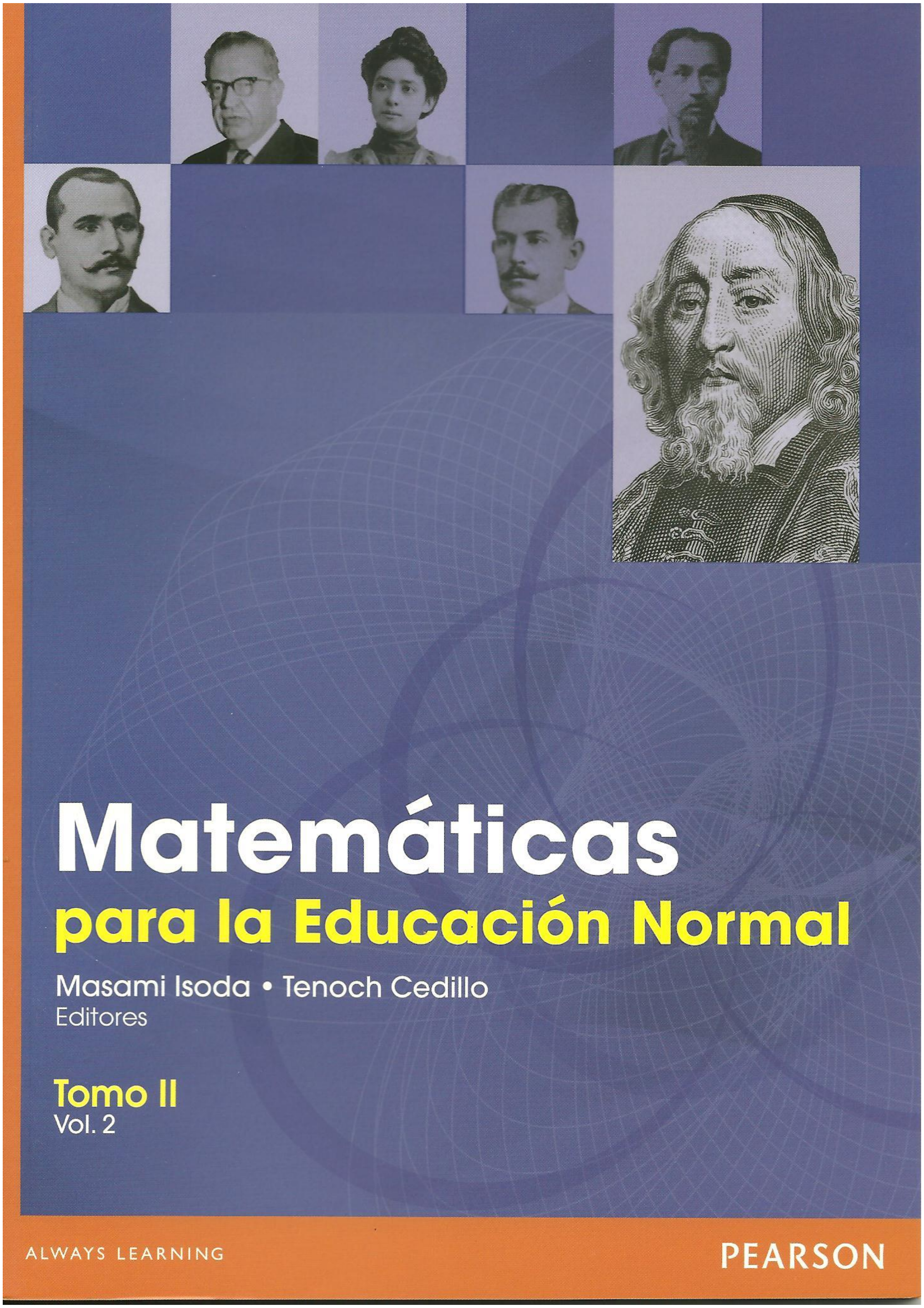
Si tenemos un número sencillo en el sustraendo el cálculo es más fácil.



▶ Usa este método para crear restas con la misma respuesta empleando los siguientes números.

① 42−29 ② 63−37

TOMO II VOL 2



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

Tomo II
Vol. 2

ALWAYS LEARNING

PEARSON

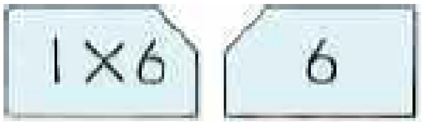
La tabla de multiplicación de 1 × □

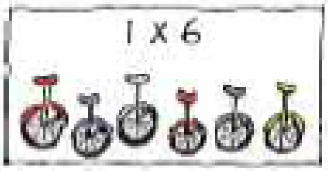
1 Una familia hizo una fiesta de cumpleaños. Prepararon 3 caramelos, 2 naranjas y un pastel para cada persona. ¿Cuántas de estas cosas necesitaron si asistieron a la fiesta 4 personas?

Caramelos 3 × 4 = □
Naranjas 2 × 4 = □
Pastel □ × □ = □

2 Hagamos una tabla de multiplicación para 1 × □.

3 Hagamos tarjetas y dibujos de la tabla de multiplicación para 1 × □.





La tabla de multiplicación de 1 x □

1 × 1 = 1 ··· una vez uno es $\overset{\text{uno}}{1}$
1 × 2 = 2 ··· una vez dos es $\overset{\text{dos}}{2}$
1 × 3 = 3 ··· una vez tres es $\overset{\text{tres}}{3}$
1 × 4 = 4 ··· una vez cuatro es $\overset{\text{cuatro}}{4}$
1 × 5 = 5 ··· una vez cinco es $\overset{\text{cinco}}{5}$
1 × 6 = 6 ··· una vez seis es $\overset{\text{seis}}{6}$
1 × 7 = 7 ··· una vez siete es $\overset{\text{siete}}{7}$
1 × 8 = 8 ··· una vez ocho es $\overset{\text{ocho}}{8}$
1 × 9 = 9 ··· una vez nueve es $\overset{\text{nueve}}{9}$

2 Comparemos las respuestas cuando el multiplicando es 3 y cuando el multiplicador es 3.

① Comparemos la respuesta de 3×5 y la respuesta de 5×3.

$$\boxed{3}\times\boxed{5}=\boxed{5}\times\boxed{3}$$

② ¿Qué es lo que observas?

En la multiplicación la respuesta es la misma si intercambiamos el multiplicando y el multiplicador.

3 Escribe los números que faltan en el $\square$.

① $3\times8=\square\times3$ ② $4\times\square=7\times4$

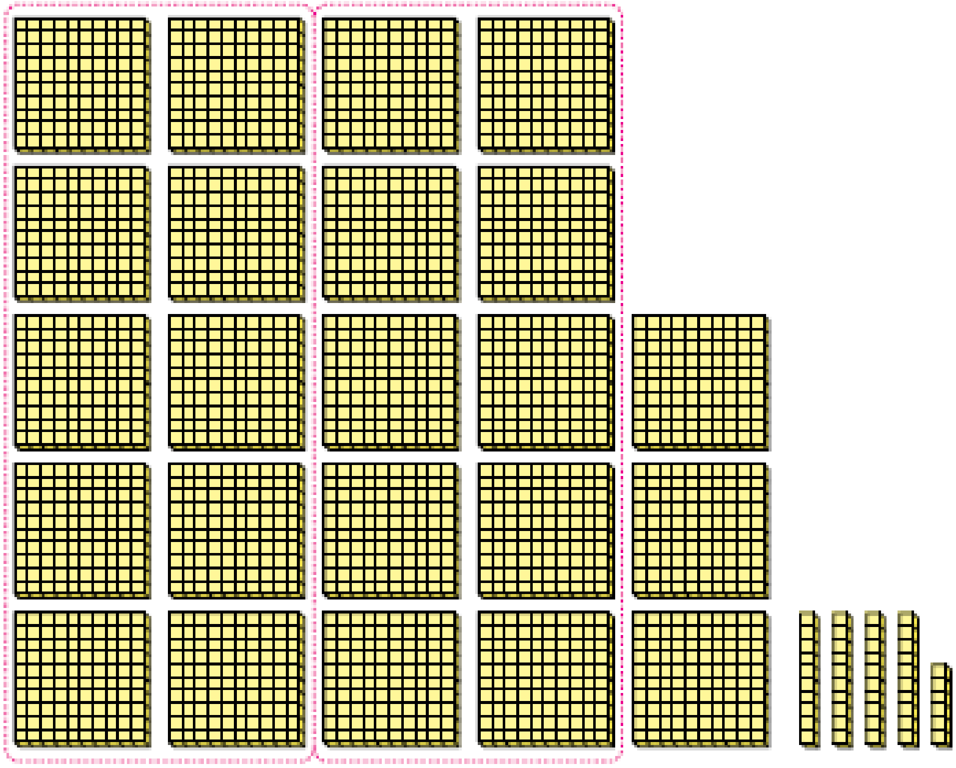
③ $\square\times5=5\times6$ ④ $9\times2=2\times\square$

Encontremos todas las expresiones multiplicativas para las siguientes respuestas.

① 9 ② 12 ③ 36 ④ 54

14 Números mayores que 1000

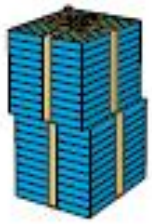
Cuenta el número de granos de arroz que hay en un tazón.



1 ¿Cuántos □ hay?

① ¿Cuántos grupos de 100 hay?

② ¿Cuántos grupos de 1000 se forman?



Cuando hay 2 grupos de 1000,

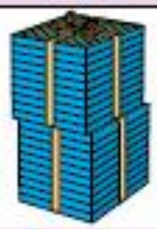
lo llamamos "**dos mil**"

③ ¿Cómo puedes decir el número total de granos de arroz?

El número que está formado por la suma de dos mil, trescientos, cuarenta y seis se llama ``**dos mil trescientos cuarenta y seis**".

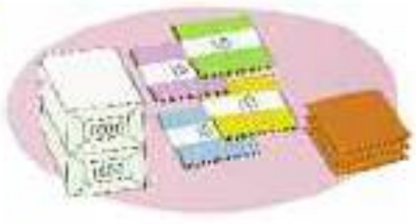
Este número se escribe así: **2346**.

El lugar que ocupa el 2 en el número 2346 se llama "**unidades de millar**".

millares	centenas	decenas	unidades
			
dos mil	tres cientos	cuarenta	seis
2	3	4	6

2 ¿Cuántas hojas de papel hay?

①



② 3 grupos de mil y 9 grupos de cien.

③ 5 grupos de mil y 7 grupos de diez.

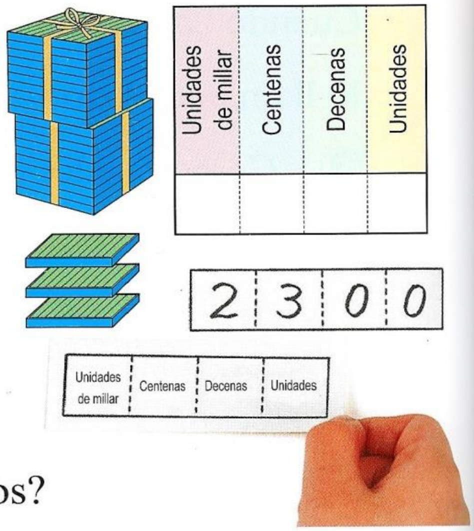
	millares	centenas	decenas	unidades
①				
②				
③				

3 Cuenta el número de □.

Cada paquete tiene 10 cajas
y cada caja tiene 10 □.

① ¿Cuántos hay en total?

② ¿Cuántos grupos de 100 se necesitan para obtener 2 300?



4 ¿Cuáles son los siguientes números?

① El número que se construye con 7 grupos de 1 000.

② El número que se construye con 60 grupos de 100.

5 Expresa con palabras los siguientes números.

① 6 472 ② 3 085 ③ 1 509 ④ 7 003

6 Escribe las siguientes cantidades usando números arábigos.

① Tres mil setecientos cuarenta y cinco.

② Siete mil veintiocho.

③ Tres mil uno. ④ Cinco mil.

7 Escribe las siguientes cantidades usando números arábigos.

① El número que es la suma de 3 grupos de 1 000, 9 grupos de 100, 2 grupos de 10 y 7 grupos de 1.

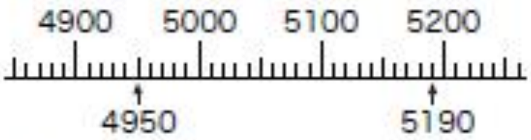
② El número que es la suma de 6 grupos de 1 000 y 2 grupos de 10.

③ El número que es la suma de 9 grupos de 1 000 y 1 grupo de 1.

④ El número que es la suma de 18 grupos de 100.

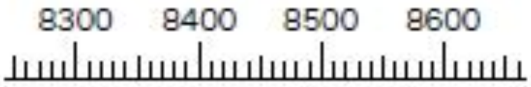
8 ¿Qué número es mayor?

① 4950, 5190



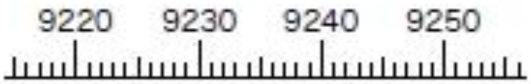
millares	centenas	decenas	unidades

② 8340, 8610



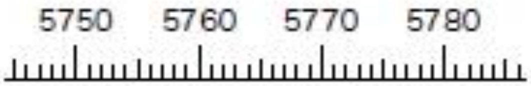
millares	centenas	decenas	unidades

③ 9253, 9238



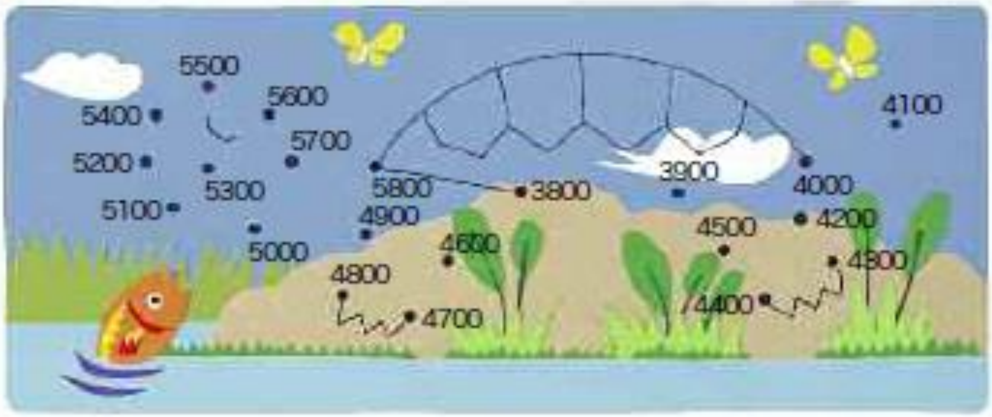
millares	centenas	decenas	unidades

④ 5769, 5764



millares	centenas	decenas	unidades

9 Traza líneas para conectar estos números del más chico al más grande.



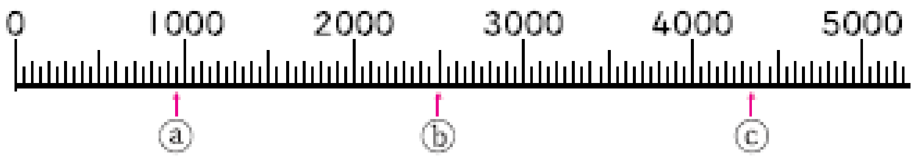
10 Usa la recta numérica de abajo para responder lo siguiente.

① ¿Qué números corresponden a ⓐ , ⓑ y ⓒ ?

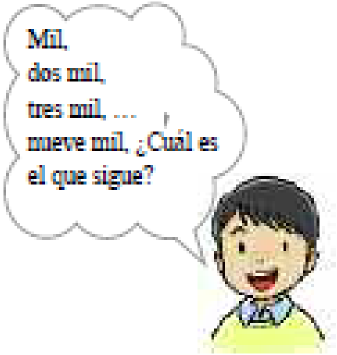
② Dibuja una ↑ para señalar el punto de la recta que corresponde a 3200.

③ Escribe el número que es 800 unidades mayor que 3200.

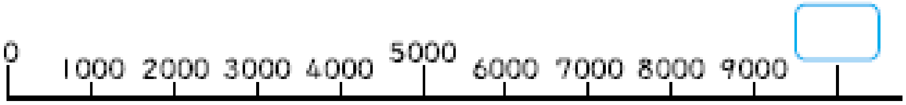
Luego escribe el número que es 300 unidades menor que 3200.



11 ¿Cuántas hojas de papel hay?



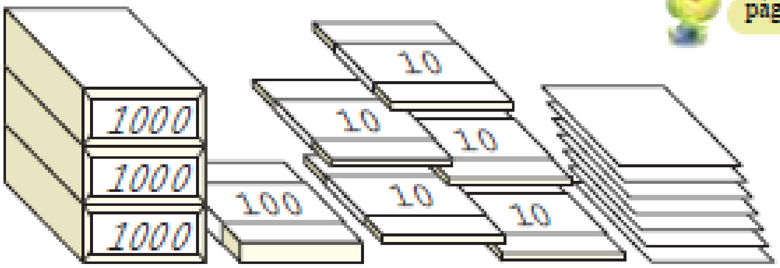
El número formado por 10 grupos de 1000 se llama "**diez mil**" y se escribe 10 000.



Ejercicios

1 ¿Cuántas hojas de papel hay?

página 57



2 Lee los siguientes números.

página 58

① 7492 ② 2018 ③ 6501 ④ 8001

3 Escribe los siguientes números.

página 58, 60

① El número que es la suma de 7 grupos de 1000, 5 grupos de 100 y 4 grupos de 1.

② El número que es la suma de 50 grupos de 100 y 50 grupos de 1.

③ El número que es 1000 unidades mayor que 8000.

④ El número que es 500 unidades menor que 4000.

4 Para el número 5800, escribe los números correctos en el ☐ de abajo.

páginas 58,60

① El 5 indica que hay 5 grupos de ☐.

② 5800 se forma con ☐ grupos de 100.

③ El número que es 200 unidades mayor que 5800 se construye a partir de ☐ grupos de 1000.

problemas

1 Escribe los siguientes números.

① El número que es la suma de 8 grupos de 1000 con 4 grupos de 100 y 6 grupos de 1.

② El número que es la suma de 43 grupos de 100 y 60 grupos de 1.

③ El número que es 1000 unidades mayor que 5000.

④ El número que es 200 unidades menor que 7000.

2 Analiza el número 7400, escribe los números correctos en el ☐ de abajo.

① 7 indica que hay 7 grupos de ☐.

② 7400 es un número que es ☐ grupos de 100.

③ El número que es 400 unidades menor que 7400 está formado por ☐ grupos de 1000.

3 Escribe los números que faltan en los ☐ de manera que la respuesta en cada caso sea 7620.

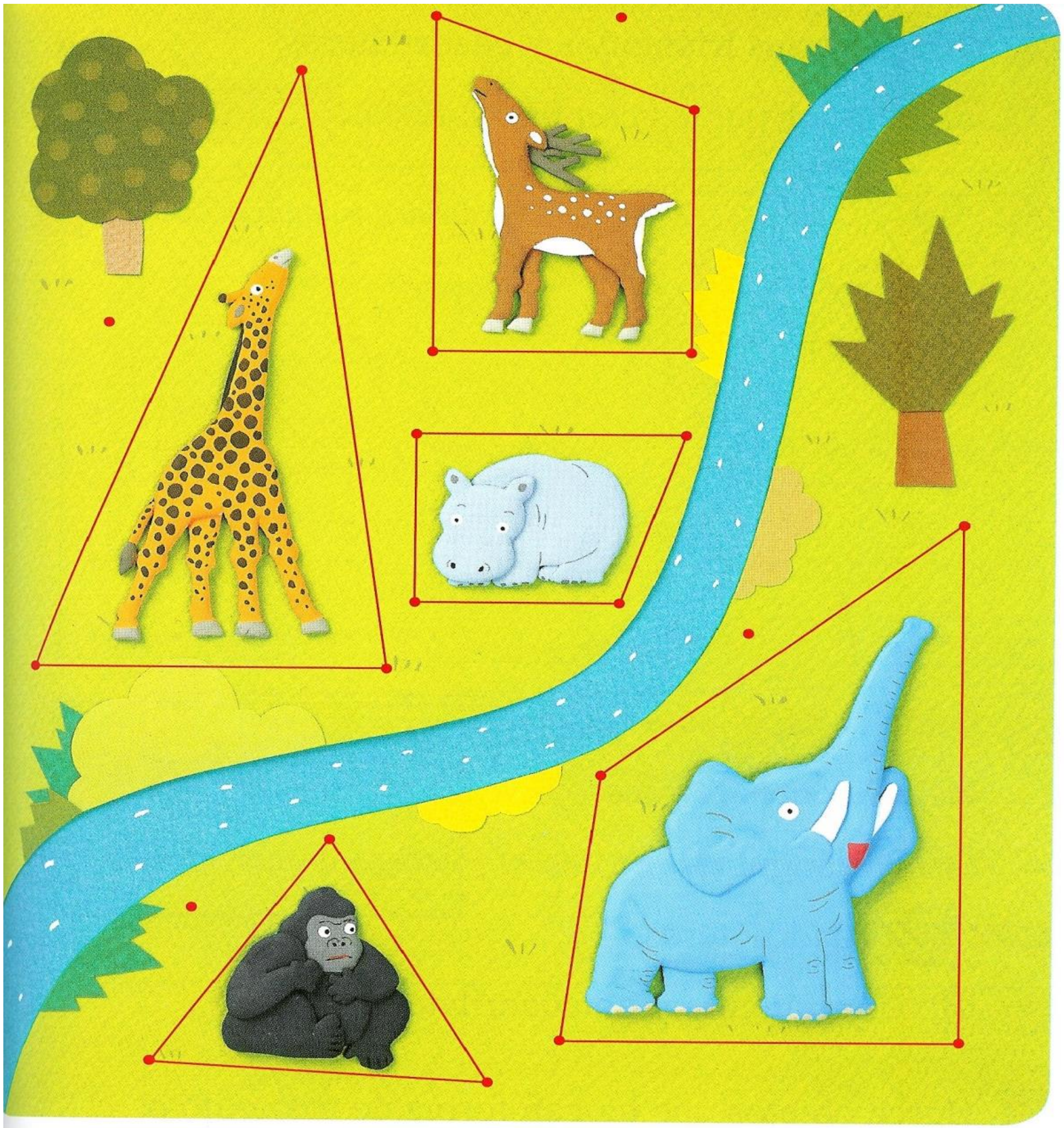
① El número que es ☐ grupos de 10.

② El número que es la suma de ☐ grupos de 1000, ☐ grupos de 100 y ☐ de 10.

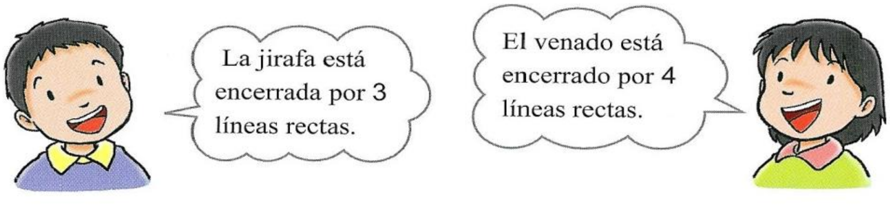
③ El número que es la suma de ☐ grupos de 1000 y ☐ de 10.

④ El número que es la suma de ☐ grupos de 100 y ☐ de 10.

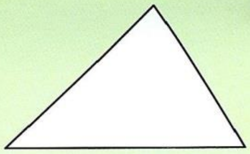
Ir a la página 63 Ir a la página 81 Ir a la página 87



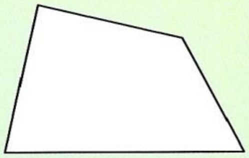
2 Separa en 2 grupos las figuras que se formaron con líneas rectas.



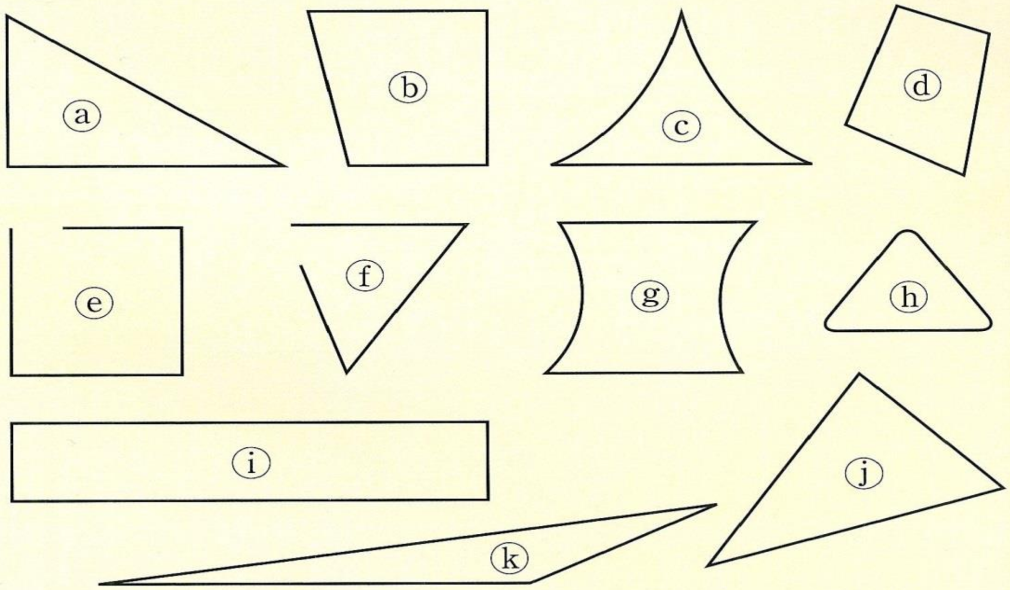
La figura que se construyó usando 3 líneas rectas se llama "triángulo".



La figura que se construyó usando 4 líneas rectas se llama "cuadrilátero".

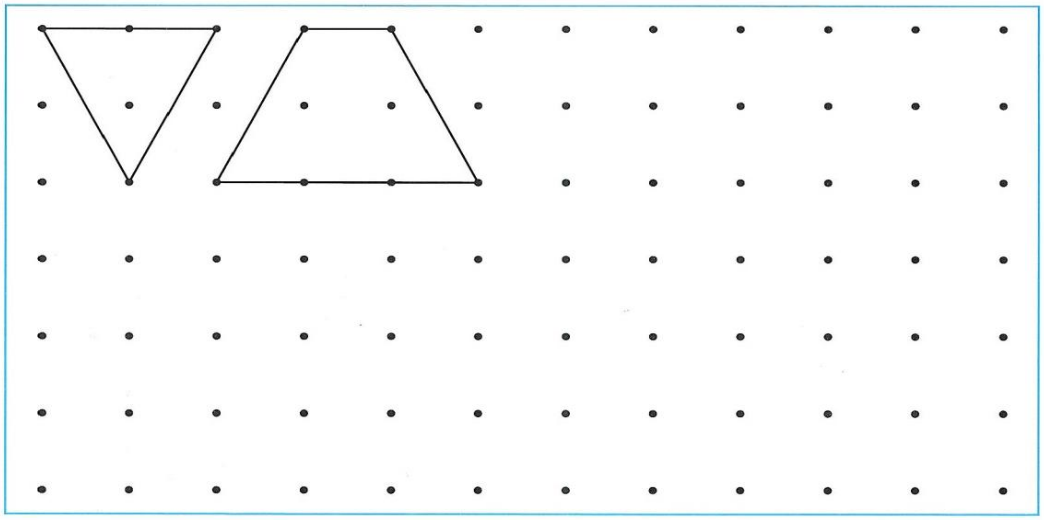


3 Encuentra los triángulos y cuadriláteros.

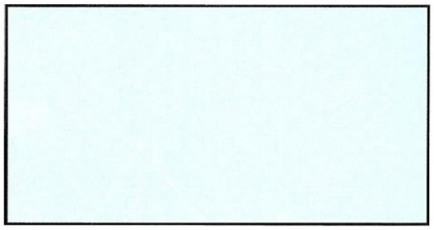


Encuentra las figuras que no son triángulos ni cuadriláteros. Piensa por qué razón estas formas son diferentes.

4 Dibuja varios triángulos y cuadriláteros uniendo los puntos con líneas rectas.



5 Corta el papel para hacer las siguientes formas.

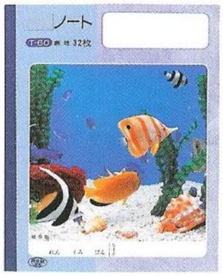


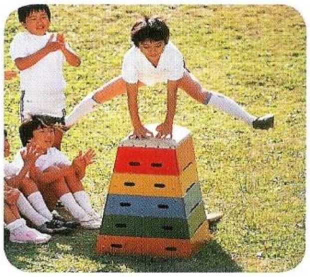
① 2 triángulos.

② 2 cuadriláteros.

③ Un triángulo y un cuadrilátero.

6 Busca objetos que tengan forma de triángulo o cuadrilátero.

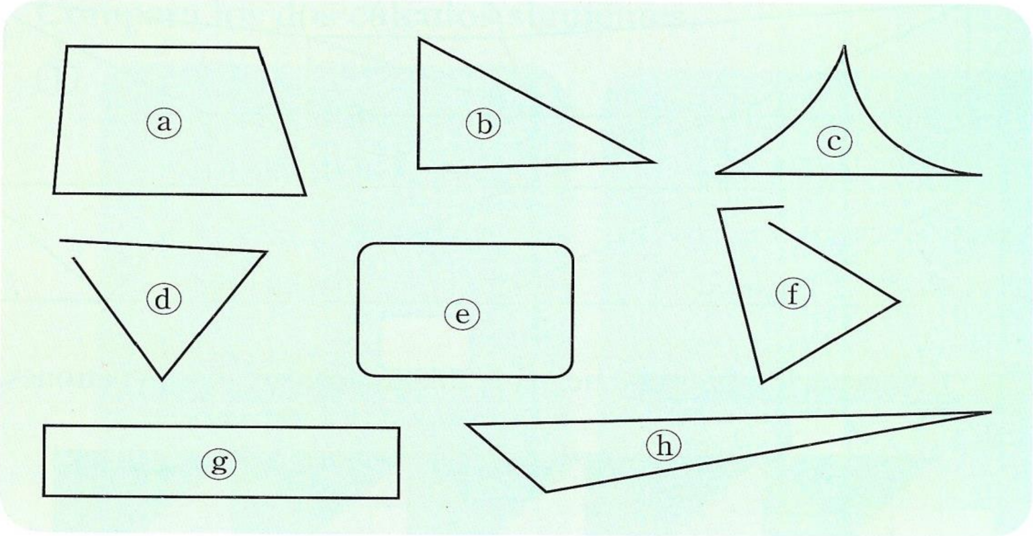




Ejercicios

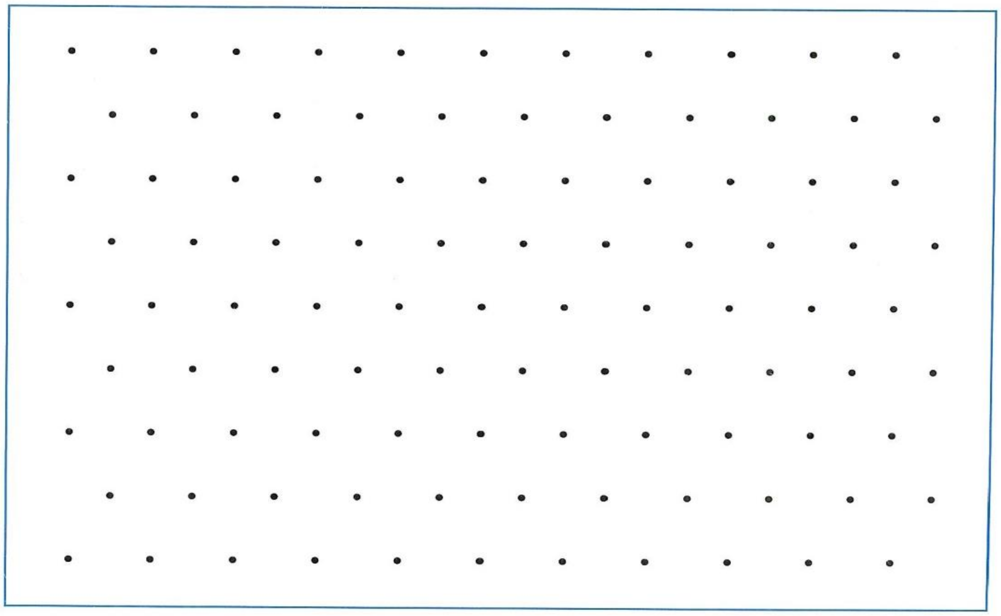
1 Busca triángulos y cuadriláteros.

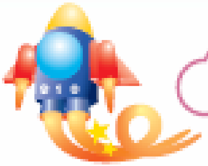
Página 67



2 Dibuja varios triángulos y cuadriláteros uniendo los puntos con líneas rectas.

Página 68





Encuentra la respuesta para 3×12

▶ Encuentra la respuesta para 3×12 usando 3×□.

① Observa la tabla de multiplicación del 3. ¿Notas cosas interesantes? Cuéntale a los demás lo que estás pensando.

3×1= 3

3×2= 6

3×3= 9

3×4=12

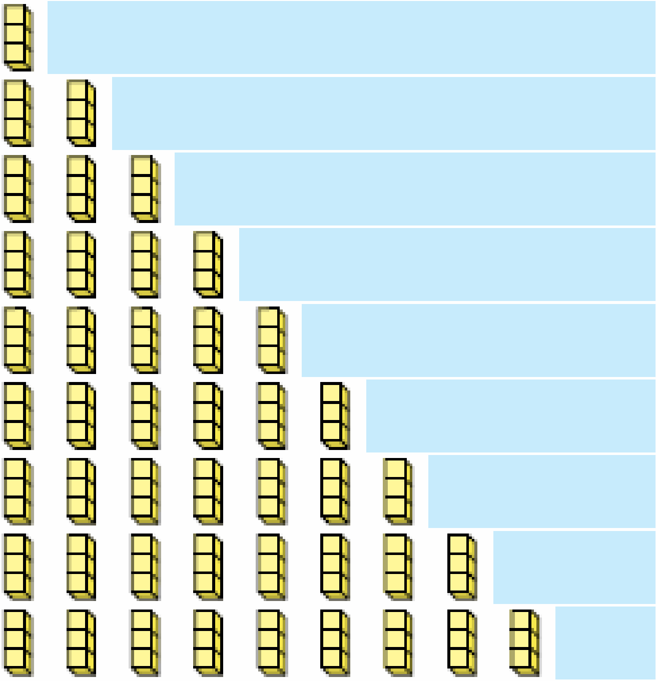
3×5=15

3×6=18

3×7=21

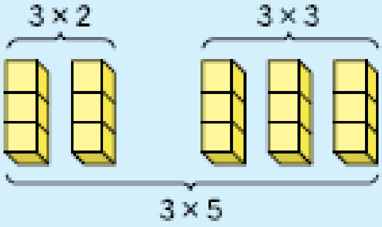
3×8=24

3×9=27



El descubrimiento de Eiko ▼

La suma de la respuesta a 3 × 2 y la respuesta a 3 × 3 es la respuesta a 3 × 5.

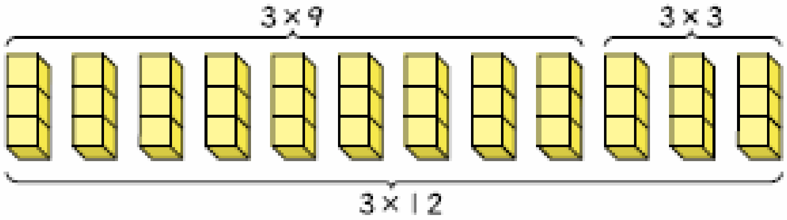


② Vamos a obtener la respuesta de 3× 12 usando lo que hemos aprendido y lo que descubrió Eiko.

La idea de Nobuaki ▼

Las respuestas aumentan en 3 cada vez: 3×9=27, 3×10=30, 3×11=33. Entonces 3×12=36.

La idea de Chizuko ▼



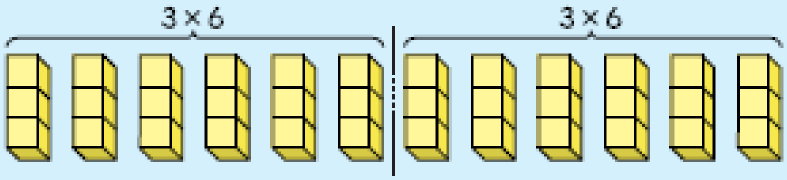
Si sumamos la respuesta a la pregunta 3 × 9 y la respuesta a 3 × 3, podemos obtener la respuesta a la pregunta 3 × 12.

Es decir, 27 + 9 = 36.

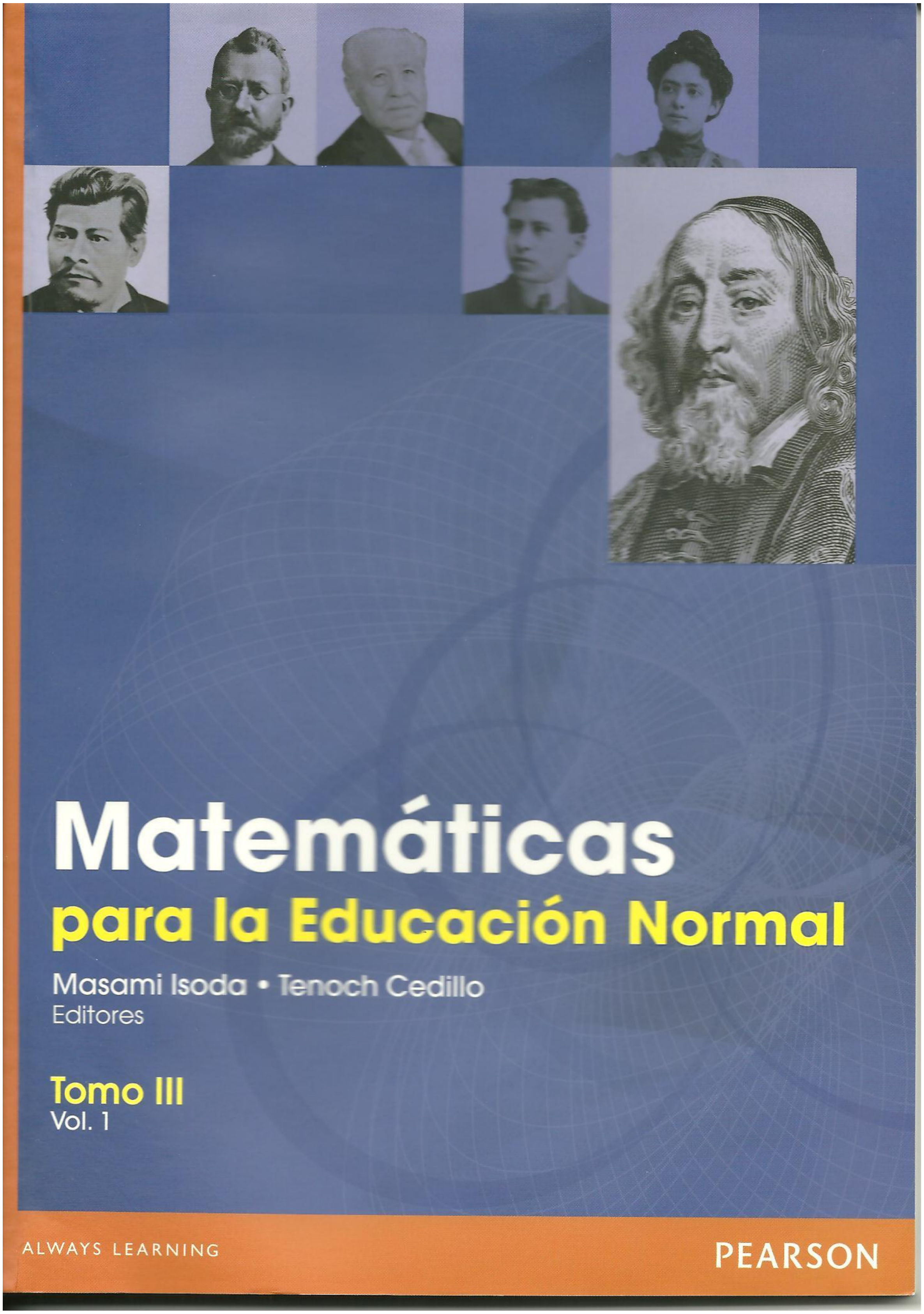
la idea de Masakuni ▼

Si dividimos la tabla en 6, 3×6=18.

Como 3×12 son 2 grupos de 3×6, obtenemos 18+18=36.



TOMO III VOL. 1



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

Tomo III
Vol. 1

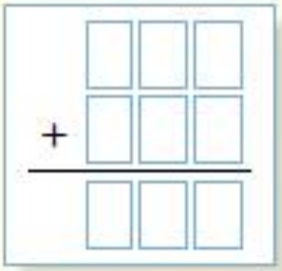
ALWAYS LEARNING

PEARSON

¿Puedes hacer esto?

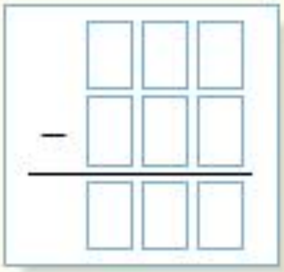
Cálculos usando los números del 1 al 9

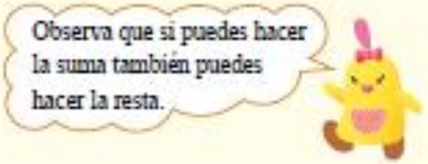
- Hay tarjetas numeradas del 1 al 9.

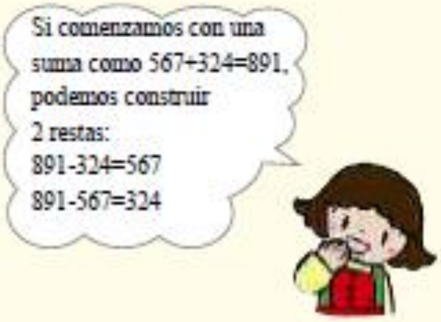


① Usa los cuadrados de la derecha para crear una suma donde se use cada uno de los nueve números.

② ¿Cómo es en la resta? Pon las 9 tarjetas en los cuadros ☐







2 Multiplicación

Multiplicador

Multiplicando	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1									
2							14		
3									
4									
5									
6									
7		14							
8									
9									

1 Las reglas de la multiplicación

1 Piensa en la tabla de multiplicación.

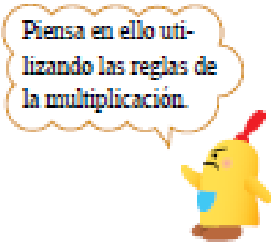
① ¿Con qué cálculos se tiene la respuesta 14?

② Escribe todas las respuestas que faltan en los cuadros vacíos.

③ Encuentra los cálculos que tienen las respuestas 27 y 48.

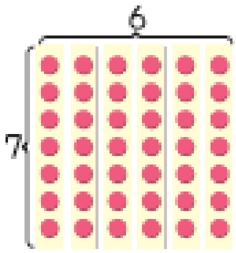
Escribamos las reglas de la multiplicación.

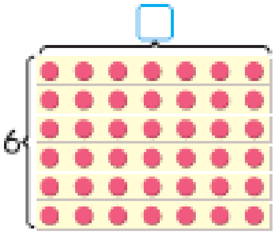
2 Vamos a encontrar varias reglas para la expresión que tiene la misma respuesta que 7X6.



① ¿Qué números van en los ☐ de abajo?

7x6=☐ 6x ☐=☐





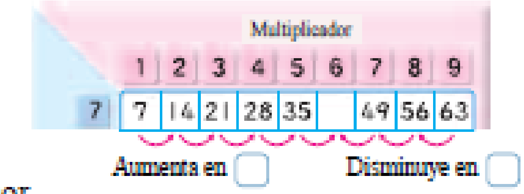
7x6=6x ☐

En la multiplicación, las respuestas son las mismas si el multiplicando y el multiplicador intercambian sus lugares.

El símbolo = se lee "**igual**". Esto significa que la expresión que está a la izquierda de este símbolo es equivalente a la que está a la derecha.

② ¿Cuántas unidades es mayor la respuesta de 7x6 que la de 7x5?

7x6=7x5+ ☐



	Multiplicador								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
7	7	14	21	28	35		49	56	63

Aumenta en ☐ Disminuye en ☐

③ ¿Cuántas unidades es menor la respuesta de 7x6 que la de 7x7?

7x6=7x7- ☐

En la multiplicación, si el multiplicador aumenta en 1, la respuesta aumenta el número de unidades que representa el multiplicando. Y si el multiplicador disminuye en 1, la respuesta disminuye el número de unidades que representa el multiplicando.

④ En la multipicación 7×6 descompondremos el multiplicando y el multiplicador.

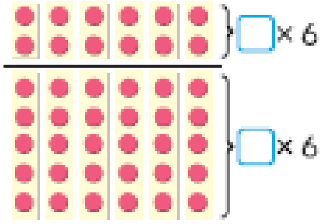
ⓐ Separemos el multiplicando en dos partes.

7×6 <

2 × 6 = ☐

☐ × 6 = ☐

juntos ☐



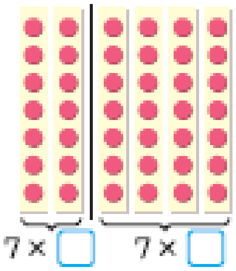
ⓑ Separemos el multiplicador en dos partes.

7×6 <

7 × 2 = ☐

7 × ☐ = ☐

juntos ☐



En la multiplicación podemos calcular descomponiendo el multiplicando o el multiplicador y luego sumamos las respuestas.

Escribe los números correctos en el ☐.

① 8×7= ☐ ×8

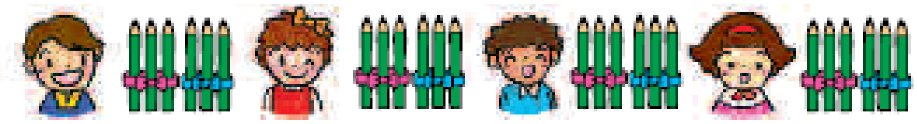
② 9× ☐ =3×9

③ 4×6 es mayor que 4×5 en ☐.

④ 5×8 es menor que 5×9 en ☐.

3 Cada alumno recibe dos manojos de 3 lápices.

¿Cuántos lápices se necesitan para 4 estudiantes?



① Veamos las respuestas que dieron a este problema Yoko y Yasuo.

$3\times 2 = 6$

$6\times 4 = \square$

$2\times 4 = 8$

$3\times 8 = \square$

② Ahora construye una expresión matemática que represente lo anterior.

$\underbrace{3\times 2}\times 4$

El número de lápices para cada alumno

$3\times \underbrace{2\times 4}$

El número de manojos

$(3\times 2)\times 4 = 3\times(2\times 4)$

$\underbrace{\underbrace{(3\times 2)}_{6}\times 4}_{24}$

$\underbrace{3\times \underbrace{(2\times 4)}_{8}}_{24}$

En la multiplicación, la respuesta es siempre la misma aunque cambiemos el orden en que realizamos la operación.

Hagamos las siguientes multiplicaciones cambiando el orden en que las realizamos.

① 2×3×3 ② 2×4×2 ③ 2×2×3

2 Multiplicación con 0

Gana puntos en un juego

Acierta en el blanco con las fichas y obtendrás tarjetas con puntos. El alumno que obtenga más puntos es el ganador.

1 Veamos cuántos puntos tiene Kazuko.

Puntaje de Kazuko

Puntos por sector en el blanco	5	3	1	Total
Números de tarjetas	1	2	7	10
Puntaje				

1 tarjeta con valor de 5 puntos 5 × ☐ = ☐

2 tarjetas con valor de 3 puntos 3 × ☐ = ☐

7 tarjetas con valor de 1 punto 1 × ☐ = ☐

Puntos por tarjeta Número de tarjetas Puntos

2 Veamos cuántos puntos tiene Hiroshi.

Puntaje de Hiroshi

Puntos por sector en el blanco	5	3	1	0	Total
Números de tarjetas	2	0	4	4	10
Puntaje					

① Escribe una expresión matemática para obtener los siguientes puntajes.

2 tarjetas que valen 5 puntos cada una… ☐

0 tarjetas que valen 3 puntos cada una… ☐

4 tarjetas que valen 1 punto cada una… ☐

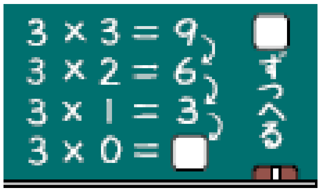
4 tarjetas que valen 0 puntos cada una… ☐

¿Qué expresión matemática tenemos cuando se usa el 0?

Piensa cómo obtener la respuesta al multiplicar por 0.

② Calcula el puntaje total para las tarjetas con valor de 3 puntos.

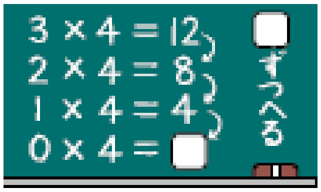
3× 0 = ☐



Disminuye en ☐

③ Calcula el puntaje total para las tarjetas con valor de 0 puntos.

0 × 4 = ☐



Disminuye en ☐

Cualquier número multiplicado por 0 es igual a 0.

0 multiplicado por cualquier número es igual a 0.

④ ¿Cuántos puntos tiene Hiroshi?

3 ¿Qué significa 0 × 0 en este juego?

4 Construye una tabla para 0 × ☐.

① 6 × 0 ② 2 × 0 ③ 0 × 7 ④ 0 × 5 ⑤ 0 × 0

③ Multiplicación con 10

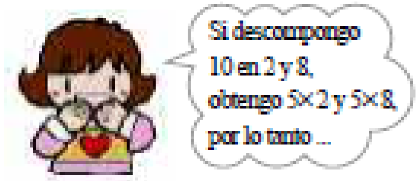
1 ¿Cuántas calcomanías hay en total?

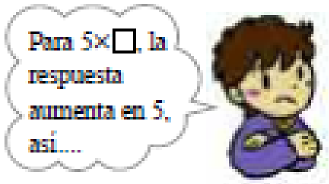
① Escribe dos multiplicaciones para calcular el número total de calcomanías.

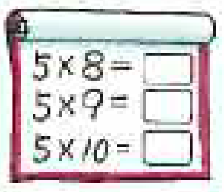
☐ × ☐   ☐ × ☐

Piensa cómo multiplicar por 10 usando las reglas de la multiplicación.

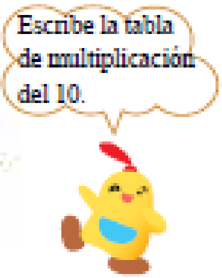
② Piensa cómo obtener la respuesta de 5 × 10.







③ Calcula la respuesta para 10 × 5.



1 Hagamos estas multiplicaciones.

① 6 × 10   ② 8 × 10   ③ 10 × 4   ④ 10 × 9

2 ¿Cuál es la respuesta para 10 × 10?

4 Multiplicación con 10 y con 100

1 Hay 3 lápices que cuestan 40 yenes cada uno. ¿Cuánto debe pagarse por los 3?

① Escribe una expresión matemática.

☐ × ☐

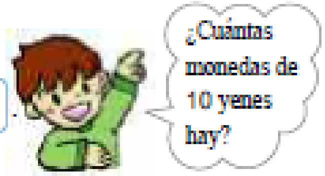
precio de 1 lápiz — número de lápices

4 × 3 = ☐

40 × 3 = ☐

② Piensa cómo calcular esto.

Hay 12 grupos de 10, lo cual corresponde a ☐.



2 Hay 3 rebanadas de pastel que cuestan 200 yenes cada uno. ¿Cuánto cuestan en total?

① Escribe una expresión matemática.

☐

② Piensa cómo calcular esto.

Hay 6 grupos de 100, esto nos da ☐.

2 × 3 = ☐

200 × 3 = ☐

① 20 × 4 ② 30 × 5 ③ 80 × 2 ④ 50 × 6

⑤ 300 × 2 ⑥ 400 × 3 ⑦ 600 × 4 ⑧ 800 × 5

Ejercicios

1 Haz las siguientes multiplicaciones — páginas 25, 28~30

① 0 × 9　② 6 × 0　③ 4 × 10　④ 10 × 8

⑤ 3 × 2 × 4　⑥ 4 × 2 × 5　⑦ 3 × 3 × 10

⑧ 50 × 3　⑨ 60 × 5　⑩ 300 × 3　⑪ 600 × 7

2 Escribe los números correctos en el ☐. — página 23

① 3 × 8 = 8 × ☐　② 4 × ☐ = 6 × 4

③ 8 × 5 = 8 × 4 + ☐　④ 6 × ☐ = 6 × 5 − 6

3 Escribe los números correctos en el ☐. — página 24

① 8×6 <
8 × 3 = ☐
8 × ☐ = ☐
juntos ☐

② 9×8 <
5 × 8 = ☐
☐ × 8 = ☐
juntos ☐

Escribe lo que has aprendido sobre la multiplicación.

★Lo que entendiste.

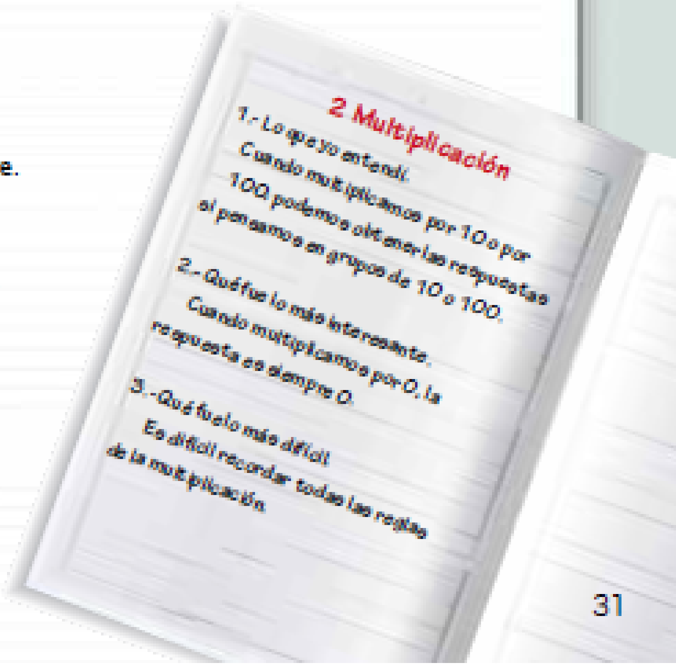
★Qué fue lo más interesante.

★Qué fue difícil.

★Las buenas ideas de otros alumnos.

★Qué deseas hacer a continuación.

¿Algo más?



2 Multiplicación

1.- Lo que yo entendí.
Cuando multiplicamos por 10 o por 100, podemos obtener las respuestas si pensamos en grupos de 10 o 100.

2.- Qué fue lo más interesante.
Cuando multiplicamos por 0, la respuesta es siempre 0.

3.-Qué fue lo más difícil
Es difícil recordar todas las reglas de la multiplicación

Problemas

1 Escribe los números correctos en el ☐.

□Entender las reglas de la multiplicación por 0.

① 0×4= ☐　② 1×0= ☐　③ 5×6= ☐ ×5

④ 3×9 es mayor que 3×8 en ☐ unidades.

⑤ 4×3 es menor que 4×4 en ☐ unidades.

2 Haz las siguientes multiplicaciones.

□Entender la multiplicación por 0, con ( ) y con decenas y centenas.

① 0×8　② 7×0　③ 0×0　④ 2×10　⑤ 10×6

⑥ (2×2)×5　⑦ 4×(2×3)　⑧ (2×5)×9

⑨ 30×3　⑩ 20×9　⑪ 200×4　⑫ 700×3

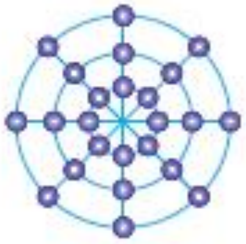
3 Hay 4 lápices y cada uno tiene un precio de 300 yenes.

¿Cuánto cuestan en total los 4 lápices?

□ Traducir una frase mediante una expresión matemática y obtener la respuesta.

4 Calcula el número total de ● utilizando la tabla de multiplicación.

Escribe una expresión matemática que muestre cómo obtener la respuesta.



□Entender cómo usar la multiplicación en diferentes problemas.

Ir a la página 33


Multiplicador

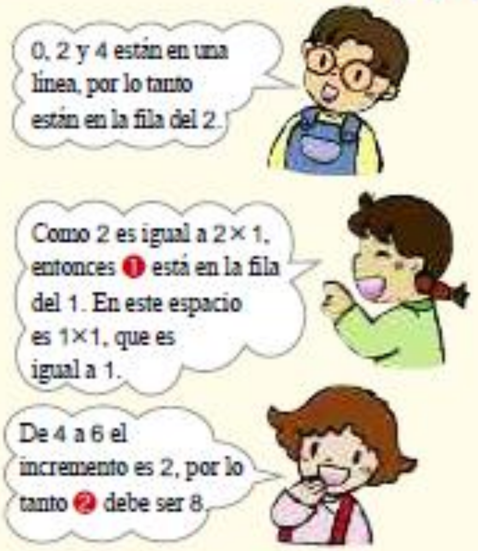
Multiplicando	0	1	2	3	4	5
0	0	0	0	0	0	0
1	0	1	2	3	4	5
2	0	2	4	6	8	10
3	0	3	6	9	12	15
4	0	4	8	12	16	20
5	0	5	10	15	20	25
6	0	6	12	18	24	30
	0	7	14	21	28	35

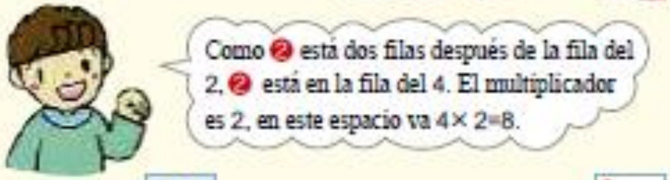
¿ Puedes hacer esto ? El gusano de la tabla de multiplicar

- Aquí hay una parte de la tabla de multiplicar.

Escribe las respuestas en los espacios vacíos.

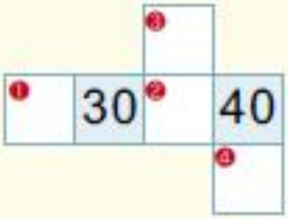
Ejemplo



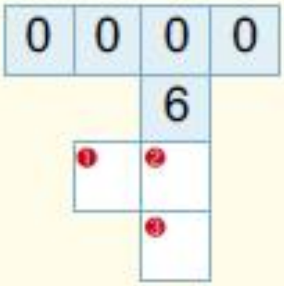


①

②



③



④

Pensemos en los cálculos

1 Coloca diferentes números en el ☐ y escribe una expresión matemática para calcular cuántos dulces hay en total.

Hay ☐ dulces en cada bolsa. Hay 4 bolsas. ¿Cuántos dulces hay en total?

Si escribo un 3 en el ☐.

$\boxed{3} \times 4 = 12$

Si escribo un 5 en el ☐.

$\boxed{5} \times 4 = 20$

Si escribo un 6 en el ☐.

$\boxed{6} \times 4 = 24$

Si escribo un 7 en el ☐.

$\boxed{7} \times 4 = 28$

Si escribo un 12 en el ☐.

$\boxed{12} \times 4 = \boxed{}$

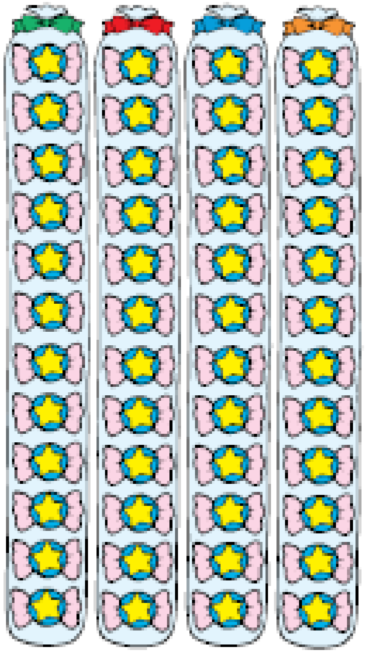
Si escribo un 18 en el ☐.

$\boxed{18} \times 4 = \boxed{}$

2 Hay 12 dulces en cada bolsa.

Hay 4 bolsas.

¿Cuántos dulces hay en total?



① Escribe una expresión matemática para calcular la respuesta.

$$\boxed{} \times \boxed{}$$

número en cada bolsa

número de bolsas

② Piensa cómo calcular utilizando lo que has aprendido.

Encuentra diferentes formas de hacer este cálculo y explícalo usando dibujos y expresiones matemáticas.

Podemos obtener la respuesta de 12+12+12+12.
¿Pero podemos obtener la respuesta usando la tabla de multiplicación?

Cuando el multiplicador aumenta en 1, la respuesta aumenta en 12 y ...

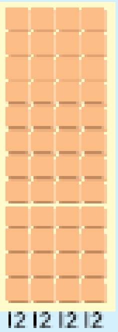
$12 \times 1 = 12$

$12 \times 2 = 24$

$12 \times 3 = 36$

$12 \times 4 = \boxed{}$

aumentó en 12



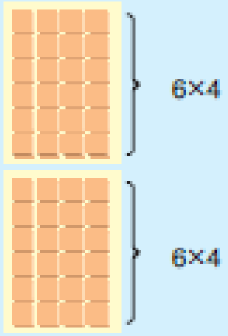
Él usó una regla de la multiplicación.

La Idea de Hiroko ▼

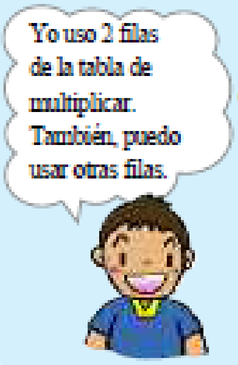
12 puede separarse en 6 y 6, entonces 12 × 4 es igual a dos veces 6 × 4.

12 × 4 <
6 × 4 = 24
6 × 4 = 24

Total ☐



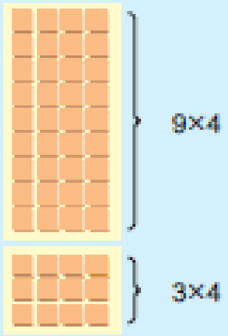
La Idea de Takeshi ▼



12 puede separarse en 9 y 3, de modo que puedo usar las filas de 9 y 3.

12 × 4 <
9 × 4 = 36
3 × 4 = 12

Total ☐

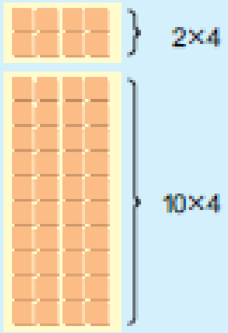


La Idea de Kaori ▼

Yo sé cómo multiplicar por 10, por lo tanto separo 12 en 2 y 10.

12 × 4 <
2 × 4 = 8
10 × 4 = 40

Total ☐

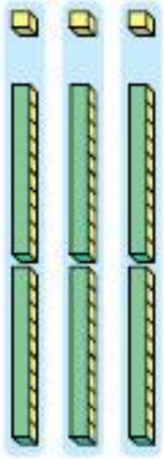


3 Calcula la respuesta a 18 × 4 de diferentes formas.

3 Multiplicación en la forma vertical

1 Cálculo de (número de 2 dígitos) × (número de 1 dígito)

1 Las niñas compraron 3 hojas de papel especial para dibujo en 21 yenes cada hoja. ¿Cuál es el costo total?

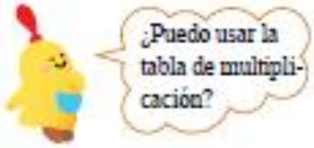

21×3

① Escribe una expresión matemática para calcular la respuesta.

☐ × ☐

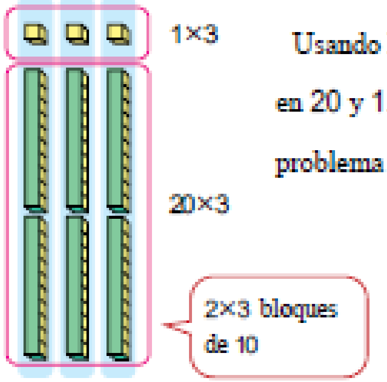
costo de cada hoja
número de hojas

② Piensa cómo calcular esto.



Piensa cómo calcular (número de 2 dígitos) × (número de 1 dígito)

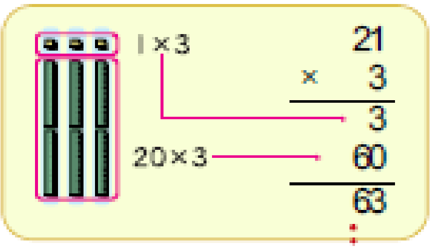
Cómo calcular 21×3



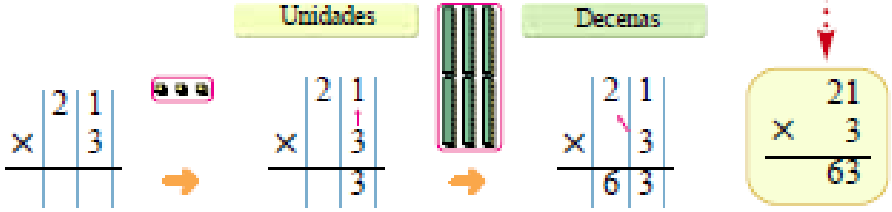
Usando las decenas y las unidades, separamos 21 en 20 y 1. Así, podemos calcular la respuesta de este problema usando 1 × 3 y 20 × 3.

21 × 3
1 × 3 = ☐
20 × 3 = ☐
Total ☐

③ Vamos a explicar cómo calcular 21 × 3 en la forma vertical.



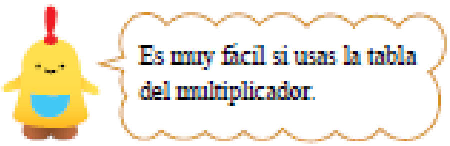
Cálculo de 21×3 en la forma vertical

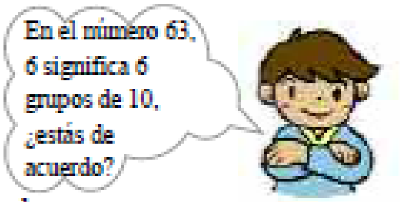


Alinea los lugares de las unidades y de las decenas verticalmente.

1 vez 3 es igual a 3. 3 va en el lugar de las unidades.

3 veces 2 es igual a 6. 6 va en el lugar de las decenas.





Hagamos estos cálculos en la forma vertical.

① 34 × 2 ② 23 × 3 ③ 42 × 2 ④ 11 × 4

2 Pensemos cómo calcular en la forma vertical.

① 71×4

$$\begin{array}{r|c|c|} & 7 & 1 \\ \times & & 4 \\ \hline & & \boxed{} \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|c|c|} & 7 & 1 \\ \times & & 4 \\ \hline \boxed{} & \boxed{} & 4 \end{array}$$

4 veces 1 es igual a 4.
$\boxed{}$ va en el lugar de las unidades

4 veces 7 es igual a 28
8 va en el lugar de las decenas.
$\boxed{}$ está en el lugar de las centenas.

② 13×7

$$\begin{array}{r|c|c|} & 1 & 3 \\ \times & & 7 \\ \hline & {}^{2} & 1 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|c|c|} & 1 & 3 \\ \times & & 7 \\ \hline & {}^{2} & 1 \\ & 7 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{rcc} & 1 & 3 \\ \times & & 7 \\ \hline & \boxed{} & \boxed{} \end{array}$$

7 veces 3 es igual a 21.
El 1 va en el lugar de las unidades y el 2 se cambia al lugar de las decenas porque significa 2 grupos de 10.

7 veces 1 es igual a 7.
En el lugar de las decenas,
7+2 es igual a $\boxed{}$

③ 95×3

$$\begin{array}{r|c|c|} & 9 & 5 \\ \times & & 3 \\ \hline & {}^{1} & 5 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r|c|c|} & 9 & 5 \\ \times & & 3 \\ \hline & {}^{1} & 5 \\ 2 & 7 & \end{array} \rightarrow \begin{array}{rccc} & & 9 & 5 \\ \times & & & 3 \\ \hline & \boxed{} & \boxed{} & \boxed{} \end{array}$$

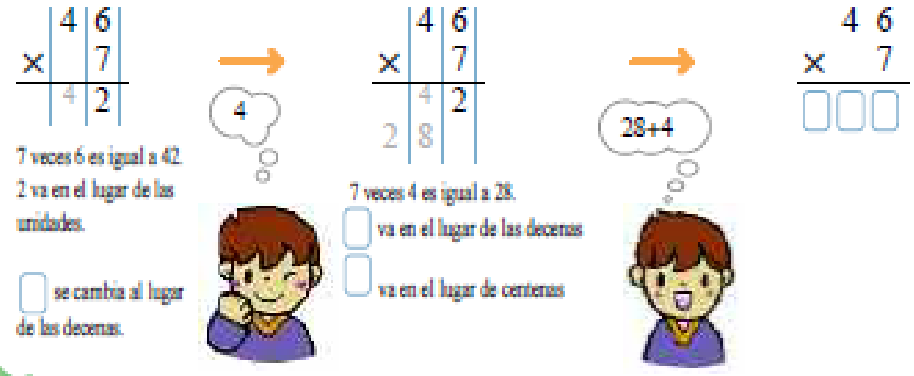
3 veces 5 es igual a 15.
$\boxed{}$ va en el lugar de las unidades.
El 1 se cambia al lugar de las decenas.

3 veces 9 es igual a 27.
27 + 1= $\boxed{}$
El número en el lugar de las decenas es $\boxed{}$.
El número en el lugar de las centenas es $\boxed{}$.

Haz estas multiplicaciones en la forma vertical.

① 93×3 ② 41×5 ③ 63×2 ④ 30×8
⑤ 14×7 ⑥ 13×5 ⑦ 24×3 ⑧ 49×2
⑨ 64×3 ⑩ 85×9 ⑪ 18×6 ⑫ 26×4

3 Piensa cómo calcular 46x7 en la forma vertical.



7 veces 6 es igual a 42. 2 va en el lugar de las unidades.

□ se cambia al lugar de las decenas.

7 veces 4 es igual a 28.

□ va en el lugar de las decenas

□ va en el lugar de centenas

Haz estas multiplicaciones en la forma vertical.

① 59×7 ② 35×9 ③ 65×8 ④ 84×6

Ejercicios

1 Haz estas multiplicaciones en la forma vertical. páginas 38-40

① 15×3 ② 24×4 ③ 47×2 ④ 12×6

⑤ 42×6 ⑥ 63×7 ⑦ 58×4 ⑧ 74×9

⑨ 38×8 ⑩ 35×6 ⑪ 75×4 ⑫ 80×5

2 Hay 4 rebanadas de pastel que cuestan 55 yenes cada uno. ¿Cuál es el costo de las cuatro rebanadas de pastel? página 39

3 ¡Descubre el mensaje oculto! Haz las multiplicaciones y ordena de menor a mayor las respuestas. páginas 38-40

l 73×8	r 87×9	a 93×8	e 68×4	o 30×9
o 57×8	c 42×9	a 12×8	s 46×6	ñ 31×5

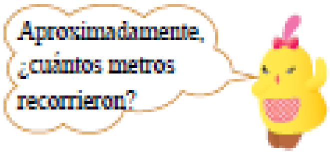
□ ○○○○○○○○○○ □

2 (Número de 3 dígitos) × (número de 1 dígito)

1 El sendero que bordea la laguna tiene 213 m de largo. Los niños corrieron alrededor de la laguna 3 veces. ¿Cuántos metros corrieron en total?

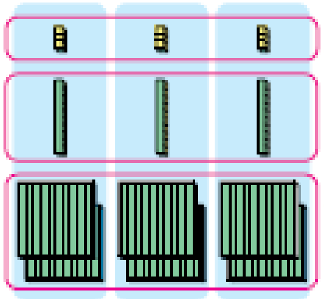
① Escribe una expresión matemática

☐



② Pensemos cómo calcularlo.

Cómo calcular 213x3



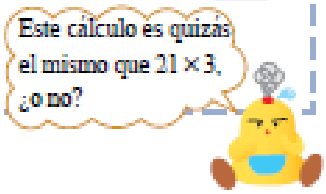
213 × 3

3 × 3 = 9

10 × 3 = 30

200 × 3 = 600

Total ☐



③ Cómo calcular en la forma vertical.

Cómo calcular 213 × 3 en la forma vertical

Unidades

$$\begin{array}{rrrr} & 2 & 1 & 3 \\ \times & & & 3 \\ \hline & & & \square \end{array}$$

→

Decenas

$$\begin{array}{rrrr} & 2 & 1 & 3 \\ \times & & & 3 \\ \hline & & \square & 9 \end{array}$$

→

Centenas

$$\begin{array}{rrrr} & 2 & 1 & 3 \\ \times & & & 3 \\ \hline & \square & 3 & 9 \end{array}$$

Haz estas multiplicaciones en la forma vertical.

① 142 × 2 ② 423 × 2 ③ 312 × 3 ④ 121 × 4

2 Expliquemos cómo hacer multiplicaciones intercambiando números a los lugares superiores.

① $\begin{array}{c|c|c|c|} & 4 & 6 & 1 \\ \times & & & 3 \\ \hline & & & 3 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 4 & 6 & 1 \\ \times & & & 3 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & 8 & 3 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 4 & 6 & 1 \\ \times & & & 3 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & 8 & 3 \\ 1 & 2 & & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 4 & 6 & 1 \\ \times & & & 3 \\ \hline 1 & 3 & 8 & 3 \end{array}$

② $\begin{array}{c|c|c|c|} & 8 & 7 & 6 \\ \times & & & 7 \\ \hline & & {\scriptstyle 4} & 2 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 8 & 7 & 6 \\ \times & & & 7 \\ \hline & & {\scriptstyle 4} & 2 \\ & 4 & 9 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 8 & 7 & 6 \\ \times & & & 7 \\ \hline & {\scriptstyle 5} & 3 & 2 \\ 5 & 6 & & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 8 & 7 & 6 \\ \times & & & 7 \\ \hline 6 & 1 & 3 & 2 \end{array}$

③ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 3 & 3 & 4 \\ \times & & & 3 \\ \hline & & {\scriptstyle 1} & 2 \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 3 & 3 & 4 \\ \times & & & 3 \\ \hline & & {\scriptstyle 1} & 2 \\ & & 9 & \end{array}$ $\quad$ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 3 & 3 & 4 \\ \times & & & 3 \\ \hline & {\scriptstyle 1} & 0 & 2 \\ & 9 & & \end{array}$ ➡ $\begin{array}{c|c|c|c|} & 3 & 3 & 4 \\ \times & & & 3 \\ \hline 1 & 0 & 0 & 2 \end{array}$

3 Expliquemos cómo multiplicar con 0 en la forma vertical.

① $\begin{array}{r} 320 \\ \times \quad 4 \\ \hline 1280 \end{array}$ $\quad$ ② $\begin{array}{r} 405 \\ \times \quad 8 \\ \hline 3240 \end{array}$ $\quad$ ③ $\begin{array}{r} 700 \\ \times \quad 6 \\ \hline 4200 \end{array}$

1 Haz estas multiplicaciones en la forma vertical.

① 321 × 4 ② 413 × 3 ③ 341 × 5 ④ 731 × 9

⑤ 654 × 3 ⑥ 235 × 6 ⑦ 364 × 8 ⑧ 749 × 7

⑨ 128 × 8 ⑩ 429 × 7 ⑪ 556 × 9 ⑫ 667 × 6

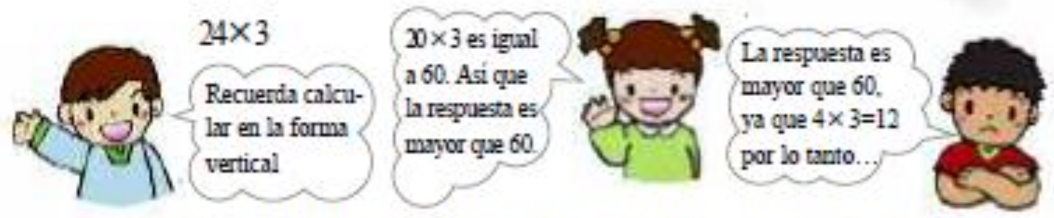
⑬ 420 × 7 ⑭ 302 × 9 ⑮ 706 × 3 ⑯ 600 × 2

2 Hay 8 pelotas cuyo costo es de 525 yenes cada una. ¿Cuál es el costo total?

3 Cálculo mental

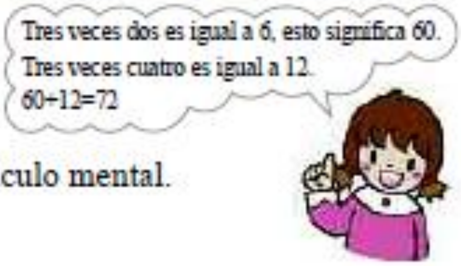
1 Hay 3 dulces que cuestan 24 yenes cada uno.

¿Cuál es el costo total? Intenta calcular la respuesta sin usar la forma vertical.



Cuando calcules mentalmente, utiliza el método que se muestra a la derecha.

$$\overset{❶}{\underset{❷}{24 \times 3}}$$



2 Intenta calcular 76 × 4 usando cálculo mental.

Haz estas multiplicaciones usando cálculo mental.

① 34 × 2　② 17 × 3　③ 25 × 6　④ 58 × 9

1 Haz estas multiplicaciones en la forma vertical. páginas 41-42

① 324 × 2　② 254 × 6　③ 483 × 5

④ 112 × 9　⑤ 527 × 7　⑥ 638 × 8

2 Hay 6 peces que cuestan 125 yenes cada uno.

¿Cuál es el costo total?

página 42

(Número de 4 dígitos)×(número de 1 dígito)

1 Hay 3 libros que cuestan 2415 yenes cada uno.

¿Cuál es el costo total?

① Escribe una expresión matemática.

☐

② Piensa cómo calcularla.

2415×3

5×3= ☐

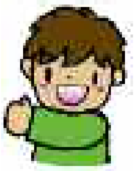
10×3= ☐

400×3= ☐

2000×3= ☐

Total ☐

Es bueno calcular en cada lugar, como lo hiciste con números de 3 dígitos.



El multiplicando es un número de 4 dígitos, ¿no es así?

③ Calcula en la forma vertical.

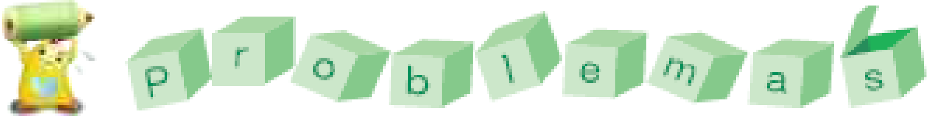
	2	4	1	5
×				3

Debes empezar multiplicando en el lugar de menor valor y luego ir subiendo.

2 Hay 5 tarjetas marcadas 0, 1, 2, 3 y 4

Coloca las tarjetas sin usar el 4 en la expresión matemática de abajo para que inventes problemas del tipo (número de 4 dígitos) x (número de 1 dígito). ¿Cuál combinación de tarjetas da la respuesta mayor?

☐ ☐ 4 ☐ × ☐



1 Escribe los números correctos en el ☐

□Comprender cómo calcular (número de 3 dígitos)x(número de 1 dígito).

Separamos el cálculo de 384 × 7 en 4 × ☐, 80 × ☐ y 300 × ☐ y luego sumamos las 3 respuestas.

$$384\times 7 \left\langle \begin{array}{r} 4\times 7 = \boxed{} \\ 80\times 7 = \boxed{} \\ 300\times 7 = \boxed{} \\ \hline \text{Total}\ \boxed{} \end{array}\right.$$

2 Haz estas multiplicaciones en la forma vertical.

□Comprender cómo multiplicar en la forma vertical.

① 22 × 4 ② 45 × 6 ③ 64 × 8

④ 223 × 3 ⑤ 379 × 7 ⑥ 584 × 5

3 Encuentra los errores que hay en estas multiplicaciones y escribe las respuestas correctas.

□Encontrar errores en los cálculos y corregirlos.

① $\begin{array}{r} 85 \\ \times\ \ 3 \\ \hline 2415 \end{array}$ ② $\begin{array}{r} 276 \\ \times\ \ \ 4 \\ \hline 804 \end{array}$ ③ $\begin{array}{r} 504 \\ \times\ \ \ 2 \\ \hline 108 \end{array}$

( ) ( ) ( )

4 Fueron al zoológico 3 niños y 3 adultos. Cada boleto para niño costó 180 yenes y para los adultos 340 yenes cada uno. ¿Cuál fue el costo de los 6 boletos?

□Expresar una frase mediante una expresión matemática y encontrar la respuesta usando las reglas de la multiplicación.

Ir a la página 46

Ir a la página 95

¿Puedes hacer esto?

Construyamos problemas de multiplicación.

1 Escribe un número del 0 al 9 en cada ☐ para inventar multiplicaciones. Luego haz los cálculos.

①
$$\begin{array}{rr} & \square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array}$$

②
$$\begin{array}{rr} & \square\,\square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array}$$

2 Escribe un número del 0 al 9 en cada ☐ para hacer multiplicaciones distintas que tengan la misma respuesta. Puedes usar el mismo número más de una vez.

Ejemplo

$$\begin{array}{rr} & \boxed{1}\,\boxed{2} \\ \times & \boxed{4} \\ \hline & 4\;\;8 \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & \boxed{2}\,\boxed{4} \\ \times & \boxed{2} \\ \hline & 4\;\;8 \end{array}$$

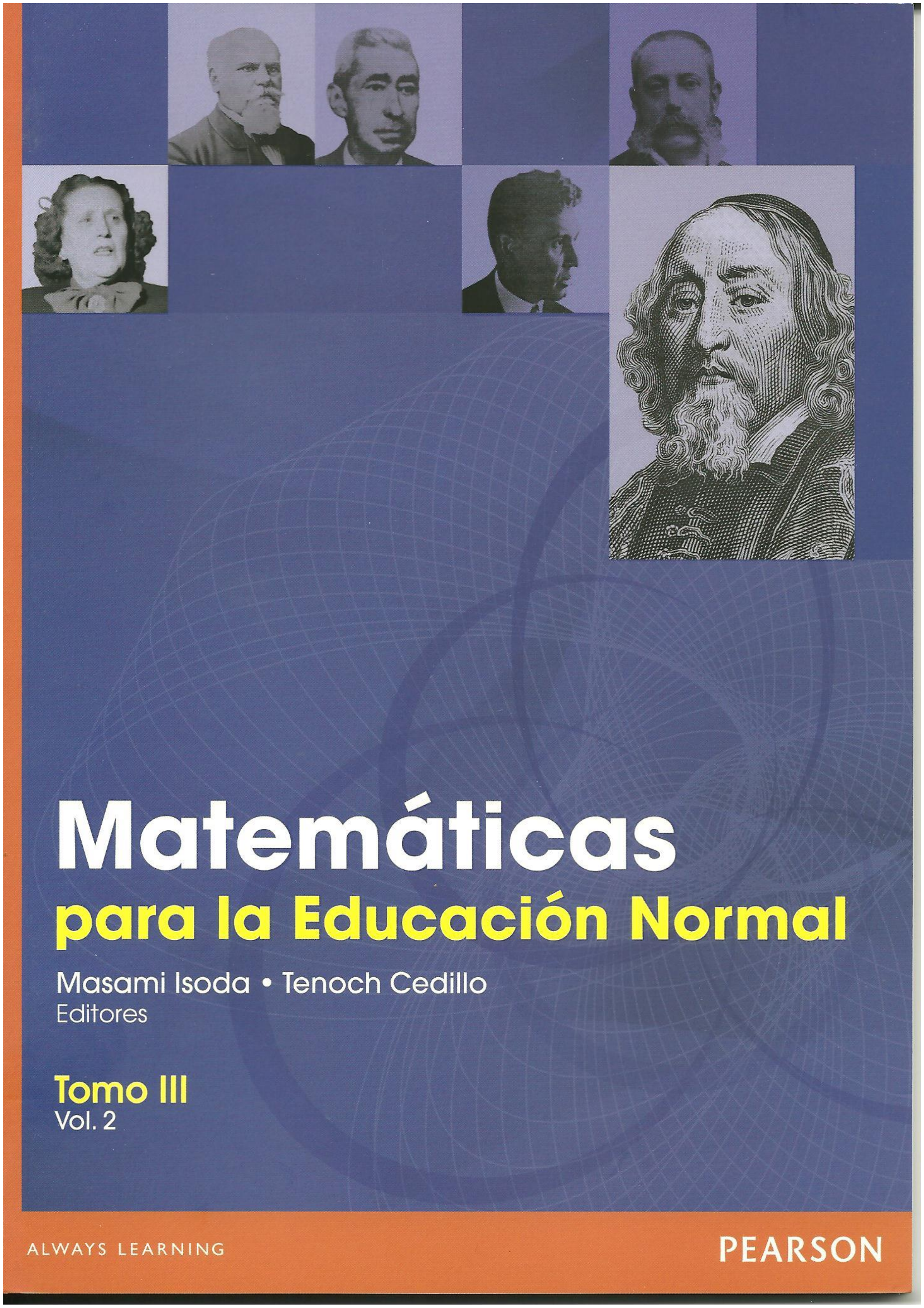
$$\begin{array}{rr} & \square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & \square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & \square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & \square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array}$$

$$\begin{array}{rr} & \square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{rr} & \square\,\square \\ \times & \square \\ \hline \end{array}$$

3 Inventa 6 multiplicaciones del tipo (número de 2 dígitos) x (número de 1 dígito) usando solamente los números 2, 3 y 5. ¿Cuál combinación da la respuesta más grande?

TOMO III VOL. 2



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

Tomo III
Vol. 2

ALWAYS LEARNING

PEARSON

8 División

Hay 12 caramelos.

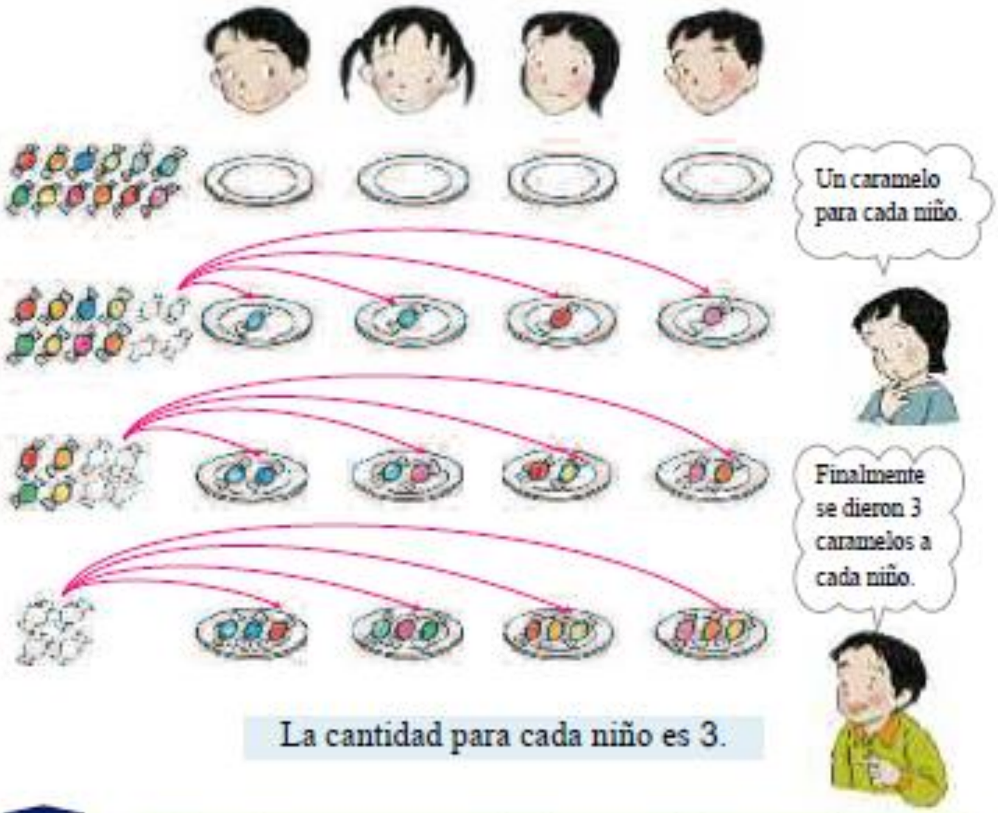
1 División

Cómo dar a cada niño la misma cantidad de caramelos

1 Los 4 niños quieren repartir equitativamente los 12 caramelos entre cada uno de ellos. ¿Cuántos caramelos debe recibir cada niño?

Descubramos una operación matemática para repartir equitativamente los caramelos.

Los 4 niños repartieron equitativamente los 12 caramelos de la siguiente manera.



La cantidad para cada niño es 3.

Cuando se reparten equitativamente 12 caramelos entre 4 niños, a cada uno le tocan 3.

Este reparto se expresa con la operación 12 ÷ 4 = 3 y se lee “12 entre 4 es igual a 3.”

$$\underset{\text{Número total de caramelos}}{12} \div \underset{\text{Número total de niños}}{4} = \underset{\text{Caramelos por niño}}{3}$$

Respuesta: 3 caramelos.

2 Escribe en los □ las expresiones matemáticas y resuelve los problemas repartiendo bloques a cada niño.

① Reparte equitativamente 6 bloques a 3 niños.

□ ÷ □ = □

② Reparte equitativamente 15 bloques a 5 niños.

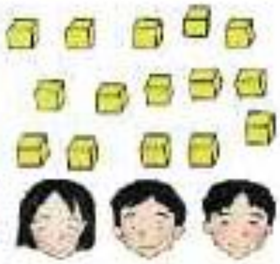
□ ÷ □ = □

③ Ahora cambia la cantidad de bloques, y de niños. Resuelve estos nuevos problemas.

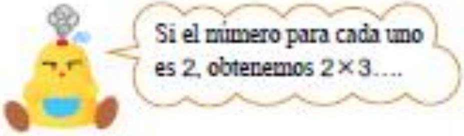
A las expresiones matemáticas como $12 \div 4 = 3$ y $6 \div 3 = 2$ se les llama "**división**".

Las operaciones en **1** y **2** se usan para repartir cosas equitativamente entre niños, de manera que cada uno reciba la misma cantidad.

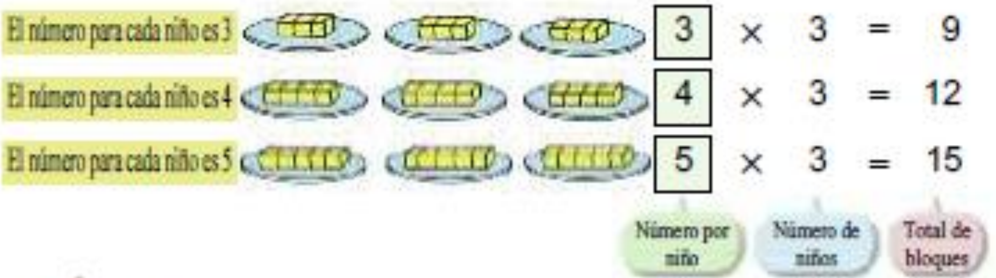
3 Reparte equitativamente 15 bloques entre 3 niños. ¿Cuántos bloques debe recibir cada uno?



$15 \div 3$



Piensa cómo obtener la respuesta sin usar los bloques.



El número para cada niño es 3 $\boxed{3} \times 3 = 9$

El número para cada niño es 4 $\boxed{4} \times 3 = 12$

El número para cada niño es 5 $\boxed{5} \times 3 = 15$

La respuesta para 15 ÷ 3 es el número correcto para ☐ × 3 = 15.

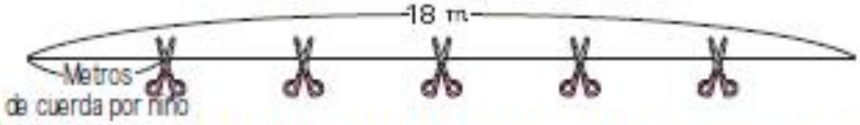
La respuesta puede encontrarse en el renglón del 3 de la tabla de multiplicar.

4 Divide equitativamente 10 dℓ de jugo entre 5 niños. ¿Cuántos dℓ de jugo recibe cada uno?

☐ ÷ ☐ = ☐

1 Dividimos equitativamente una cuerda de 18 m entre 6 niños.

¿Cuántos metros de cuerda recibe cada niño?



2 ¿Qué renglón de la tabla de multiplicar puedes utilizar para hacer las siguientes divisiones? Encuentra la respuesta de cada una de ellas.

① 8÷2 ② 21÷7 ③ 72÷9 ④ 28÷4

⑤ 20÷5 ⑥ 56÷8 ⑦ 21÷3 ⑧ 54÷6

5 Inventa un problema con base en la siguiente ilustración.

① Chocolate

El problema de Yukie

☐ rebanadas de chocolate se dividieron equitativamente entre ☐ niños. ¿Cuántas rebanadas se dan a cada niño?

② 18 dℓ de jugo

6 Haz las siguientes divisiones.

① 14÷2　② 4÷2　③ 27÷9　④ 40÷5　⑤ 32÷8

⑥ 12÷2　⑦ 18÷3　⑧ 45÷9　⑨ 42÷7　⑩ 16÷8

⑪ 24÷4　⑫ 25÷5　⑬ 12÷6　⑭ 49÷7　⑮ 24÷3

Hagamos un libro acerca de la división (1)

¿Cuántos grupos?

7 Tienes 12 galletas, debes repartir 4 galletas a cada niño.

¿Para cuántos niños te alcanzan las galletas?

"Tienes 12 galletas, debes repartir 4 galletas a cada niño. Alcanzó para 3 niños". También puedes expresar esto mediante la división 12 ÷ 4 = 3.

12	÷	4	=	3
Galletas		Galletas por niño		Número de niños

Respuesta: 3 niños

En el ejemplo anterior usamos la división para encontrar cuántos niños pueden recibir la misma cantidad de galletas.

8 Se repartieron equitativamente 8 naranjas y a cada niño le tocaron 2. ¿Cuántos niños había?

☐	÷	☐	=	☐
Número de naranjas		Naranjas por niño		Número de niños

9 Se repartieron 15 bloques entre varios niños, cada niño recibió 3 bloques. ¿Para cuántos niños alcanzaron los bloques?

Para 3 niños $3 \times \boxed{3} = 9$

Para 4 niños $3 \times \boxed{4} = 12$

Para 5 niños $3 \times \boxed{5} = 15$

Bloques por niño — Número de niños — Total de bloques

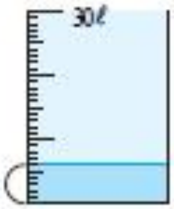
$15 \div 3$

La respuesta a $15 \div 3$ es ☐ porque $3 \times$ ☐ $= 15$. Podemos obtener la respuesta de $15 \div 3$ usando el renglón del 3 en la tabla de multiplicar.

$15 \div 3 =$ ☐
Tres por **tres** es 9.
Tres por **cuatro** es 12.
Tres por **cinco** es 15.

10 Hay 30 dℓ de leche. Si tomas 6 dℓ de leche cada vez, ¿cuántas veces puedes tomar leche?

☐ $\div$ ☐ $=$ ☐



Queremos guardar 24 lápices en cajas. En cada caja caben 6 lápices, ¿cuántas cajas necesitamos?

Hagamos un libro acerca de la división (2)

11 Observa la ilustración de la derecha e inventa un problema donde se use la operación 10 ÷ 5.

División para encontrar el número en cada grupo.

① Repartimos equitativamente 10 jitomates en ☐ platos.

¿Cuántos jitomates hay en cada plato? ☐

10 ÷ 5 = 2

División para encontrar el número de grupos.

② Tenemos 10 jitomates.

Ponemos ☐ jitomates en cada plato. ¿Cuántos platos necesitamos?

10 ÷ 5 = 2

① es el cálculo para obtener ☐ en ☐ × 5 = 10.

② es el cálculo para obtener ☐ en 5 × ☐ = 10.

Ambas respuestas pueden calcularse usando que "5 por 2 es 10".

Puedes encontrar la respuesta a una división usando el renglón del divisor en la tabla de multiplicar.

$$\underbrace{10}_{\text{dividendo}} \div \underbrace{5}_{\text{divisor}} = \underbrace{2}_{\text{respuesta}}$$

12 Inventa un problema que se pueda resolver con la operación 32 ÷ 8.

Realiza las siguientes divisiones. ¿Qué renglón de la tabla de multiplicar puedes usar para encontrar la respuesta?

① 9 ÷ 3 ② 24 ÷ 8 ③ 10 ÷ 2 ④ 32 ÷ 4 ⑤ 35 ÷ 5

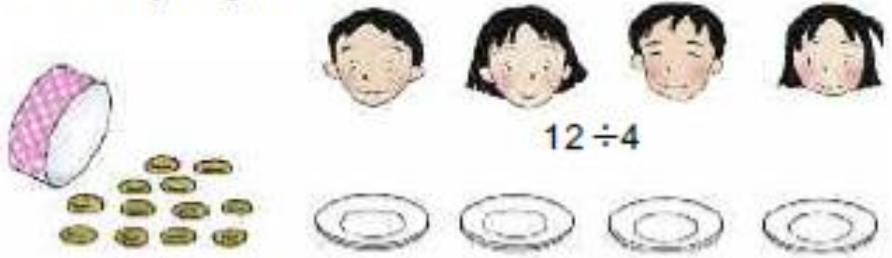
⑥ 6 ÷ 2 ⑦ 36 ÷ 9 ⑧ 45 ÷ 5 ⑨ 14 ÷ 7 ⑩ 48 ÷ 6

⑪ 20 ÷ 4 ⑫ 56 ÷ 7 ⑬ 48 ÷ 8 ⑭ 40 ÷ 5 ⑮ 81 ÷ 9

② División con 1 o 0

1 4 niños quieren repartir equitativamente unas galletas. ¿Cuántas galletas recibirá cada uno?

① Cuando hay 12 galletas



12 ÷ 4

② Cuando hay 4 galletas

4 ÷ 4

③ Cuando no hay galletas

0 ÷ 4

2 Hay una botella de 6 dℓ de jugo de naranja. Si se vierte 1 dℓ en algunos vasos, ¿cuántos vasos se necesitan?

6 ÷ 1

Realiza las siguientes operaciones.

① 6 ÷ 1　② 9 ÷ 9　③ 7 ÷ 7　④ 0 ÷ 5　⑤ 0 ÷ 8

⑥ 3 ÷ 1　⑦ 5 ÷ 1　⑧ 1 ÷ 1　⑨ 8 ÷ 1　⑩ 0 ÷ 1

Ejercicios

1 Haz las siguientes divisiones:

Páginas 6-7, 10-11

① $35 \div 7$　② $72 \div 9$　③ $18 \div 6$

④ $28 \div 4$　⑤ $12 \div 3$　⑥ $21 \div 3$

⑦ $20 \div 4$　⑧ $30 \div 5$　⑨ $64 \div 8$

⑩ $36 \div 6$　⑪ $8 \div 2$　⑫ $16 \div 2$

⑬ $81 \div 9$　⑭ $63 \div 7$　⑮ $42 \div 6$

⑯ $4 \div 1$　⑰ $8 \div 8$　⑱ $0 \div 2$

2 Escribe los números que faltan en los $\square$.

páginas 6, 9

① $5\times\square=15$　② $7\times\square=28$

③ $3\times\square=24$　④ $9\times\square=36$

⑤ $\square\times 6=28$　⑥ $\square\times 3=9$

⑦ $\square\times 4=32$　⑧ $\square\times 8=48$

3 En la cesta hay 28 jitomates pequeños.

página 10

① Si a cada niño se le dan 4 jitomates, ¿para cuántos niños alcanza?

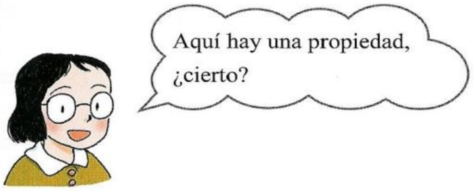
② Si se reparten los jitomates entre 4 niños, ¿Cuántos jitomates recibe cada uno?

Uso de las propiedades para calcular

1 Escribe una lista de expresiones matemáticas para la división entre 3.

3 ÷ 3 = ☐
6 ÷ 3 = ☐
9 ÷ 3 = ☐
12 ÷ 3 = ☐
15 ÷ 3 = ☐
18 ÷ 3 = ☐
21 ÷ 3 = ☐
24 ÷ 3 = ☐
27 ÷ 3 = ☐
☐ ÷ 3 = ☐
⋮

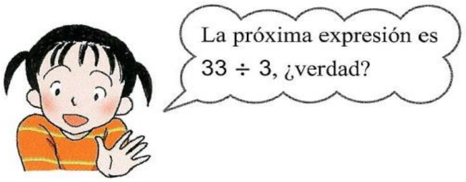
① Si sumas 3 al dividendo, ¿qué pasa en las respuestas?

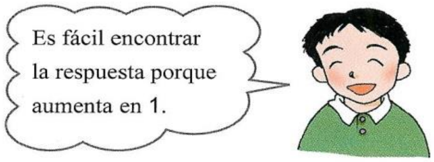


② ¿Cuál es la expresión que sigue?

27 ÷ 3 = ☐ ?
☐ ÷ 3 = ☐

③ ¡Suma 3 otra vez!



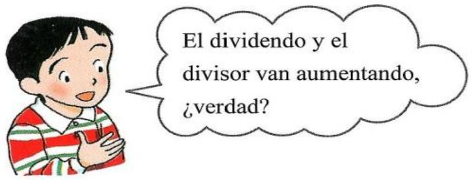


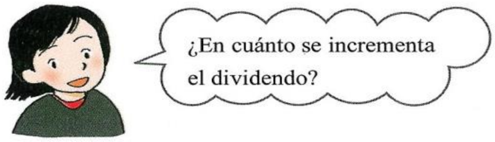
2 Haz lo mismo para la división entre 4.

3 Escribe una lista de divisiones en las cuales la respuesta sea 3.

☐ ÷ 1 = 3
☐ ÷ 2 = 3
☐ ÷ 3 = 3
☐ ÷ 4 = 3
☐ ÷ 5 = 3
☐ ÷ 6 = 3
☐ ÷ 7 = 3
☐ ÷ 8 = 3
☐ ÷ 9 = 3
☐ ÷ ☐ = 3
⋮

① ¿Qué propiedad es esa?

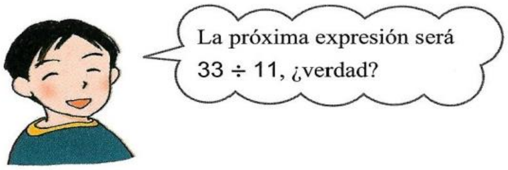




② ¿Cuál será la siguiente expresión?

☐ ÷ 9 = 3
☐ ÷ ☐ = 3

③ ¿Qué puedes concluir?



4 Haz lo mismo con divisiones en las que la respuesta sea 4.

Problemas

1 Los niños quieren compartir 36 tarjetas de color.

- Calcular el “número en cada grupo” y “el número de grupos”.

① Si reparten las tarjetas entre 9 niños, ¿cuántas tarjetas recibirá cada uno?

② Si cada niño recibe 9 tarjetas, ¿para cuántos niños alcanzará el papel?

2 Realiza las siguientes divisiones.

- Hacer divisiones usando la tabla de multiplicación.

① 27 ÷ 3　② 30 ÷ 6　③ 18 ÷ 2　④ 56 ÷ 8　⑤ 36 ÷ 4

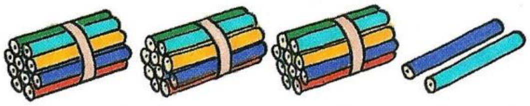
⑥ 20 ÷ 5　⑦ 21 ÷ 7　⑧ 63 ÷ 9　⑨ 15 ÷ 5　⑩ 42 ÷ 6

⑪ 16 ÷ 4　⑫ 49 ÷ 7　⑬ 28 ÷ 7　⑭ 54 ÷ 9　⑮ 72 ÷ 8

⑯ 7÷1　⑰ 3 ÷ 3　⑱ 0 ÷ 6　⑲ 2 ÷ 1　⑳ 5 ÷ 5

3 Construye un problema donde se use la división 32 ÷ 4. Escribe los números correctos en el ☐.

- Construir un problema a partir de una expresión dada.



División para encontrar el número en cada grupo.
Hay ☐ lápices. Se reparten por igual entre ☐ niños.
¿Cuántos lápices recibirán? ☐

División para encontrar el número de grupos.
Hay ☐ lápices. Cada niño recibe ☐ lápices. ¿Cuántos niños recibirán lápices? ☐

4 Inventa un problema con la expresión 54 ÷ 6 como lo hiciste en la sección 3.

- Construir problemas para calcular el número en cada grupo y el número de grupos.

☐ Ir a la página 16　☐ Ir a la página 94　☐ Ir a la página 98

¿Puedes hacer esto? ¿Qué número va en el ☐?

Encuentra el número correcto para cada ☐ usando la multiplicación y la división. Usa la multiplicación cuando leas de derecha a izquierda. Usa la división cuando leas de arriba hacia abajo.

EJEMPLO

	63	
2	❶	14
	❷	

(1) Usando la multiplicación, 2 × ❶ = 14

Entonces 7 va en el ❶.

(2) Usando la división, 63 ÷ 7 = ❷

Entonces 9 va en ❷.

①

	64	
4		32

②

	24	
5		20

③

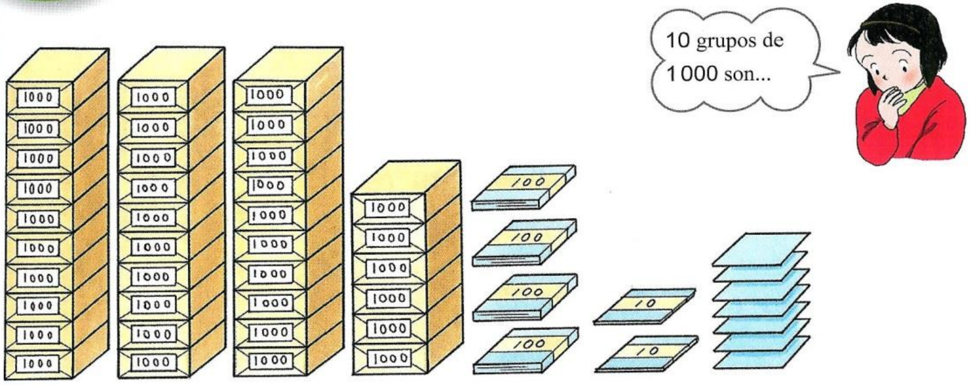
		49
	4	

Inventa otros problemas y resuélvelos con tus compañeros.

Intenta resolver el siguiente problema.

	48		28		18		25	
3		18					5	
			7		9			

10 Números grandes



1 El lugar de diez millares

1 ¿Cuántas hojas de papel hay en la figura de arriba?

① Si hacemos paquetes de diez mil hojas, ¿cuántos paquetes tenemos?

3 grupos de diez mil se escribe 30 000 y se lee "**treinta mil**". También se escribe "**30 mil**"

② ¿Cuántas hojas de papel hay?

3 grupos de diez mil, 6 grupos de mil, 4 grupos de cien, 2 grupos de 10 y 7 grupos de uno suman 36 427. Este número se lee "**treinta y seis mil cuatrocientos veintisiete**"

Decenas de millar	Unidades de millar	Centenas	Decenas	Unidades
3	6	4	2	7

7 grupos de uno
2 grupos de diez
4 grupos de cien
6 grupos de mil
3 grupos de diez mil

Veamos cómo expresar números mayores que 10 000.

2 En la tabla de la derecha escribe estas cantidades y léelas en voz alta. Cuida la posición de cada dígito.

① El número que es la suma de 2 grupos de diez mil, 4 grupos de mil, 9 grupos de cien, 1 grupo de diez y 8 de uno.

② El número que es la suma de 7 grupos de diez mil y 860.

③ El número que es la suma de 8 grupos de diez mil y 9 grupos de diez.

④ El número que es la suma de 4 grupos de diez mil.

	Decenas de millar	Unidad de millar	Centenas	Decenas	Unidades
	🟨	🟪	🟦	🟩	🟨
①					
②					
③					
④					

1 Lee los siguientes números.

① 48219 ② 98056 ③ 28000 ④ 70006

2 Escribe las siguientes cantidades con números arábigos.

① Ochenta y seis mil doscientos cincuenta y nueve.

② Cincuenta mil treinta y dos.

③ Veinte mil ochocientos.

3 ¿Qué números se forman?

① El número que es la suma de 3 grupos de diez mil, 9 grupos de mil y 5 grupos de diez.

② El número que es la suma de 8 grupos de diez mil y 2 grupos de cien.

3 En 1997 fueron a ver el futbol 23490000 personas. Piensa en este número.

Estadio Yokohama (Ciudad de Yokohama en la Prefectura de Kanagawa)

Estructura de números grandes

	Decenas de millón	Unidades de millón	Centenas de millar	Decenas de millar	Unidades de millar	centenas	decenas	unidades
Diez mil				1	0	0	0	0
10 grupos de diez mil son cien mil			1	0	0	0	0	0
10 grupos de cien mil es un millón.		1	0	0	0	0	0	0
10 grupos de un millón son diez millones. →	1	0	0	0	0	0	0	0
	2	3	4	9	0	0	0	0

① ¿Cuántas decenas de millón, unidades de millón, centenas de millar y decenas de millar hay en este número?

② Lee en voz alta el número 23490 000.

4 Usa tarjetas numeradas para formar números grandes. Al terminar lee en voz alta cada uno de ellos.

| 1 | 3 | 9 | 6 | 8 | 4 | 7 |
| 5 | 4 | 7 | 0 | 3 | 0 | 8 | 2 |

1 Lee en voz alta los siguientes números.

① Número de estudiantes en las escuelas primarias de Japón en 2003. 7 226 910

② Número de reproductores de discos compactos que se fabricaron en Japón en 2002: 13 950 000

2 Escribe las siguientes cantidades con números arábigos.

① Habitantes en Osaka en 2003: ocho millones seiscientos cuarenta y tres mil seiscientos setenta y siete.

② Número de automóviles en Japón en 2003: setenta y cuatro millones doscientos veintisiete mil ochocientos ochenta y nueve.

2 La estructura de los números grandes

1 Escribe las siguientes cantidades con números arábigos y léelos en voz alta.

① El número que es la suma de 3 grupos de diez mil, 7 grupos de mil y 1 grupo cien.

② El número que es la suma de 351 grupos de decenas de mil y 480.

③ El número que es la suma de 2 grupos de decenas de millón, 7 grupos de unidades de millón y 9 grupos de centenas de millar.

	decenas millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades
①								
②								
③								

2 Piensa en el número 24 570 000.

① ¿Cuántas decenas de millón, unidades de millón, centenas de millar y decenas de millar hay?

② ¿Cuántos grupos de 10 000 hay?

③ ¿Cuántos grupos de 1 000 hay?

24 570 000 también se escribe como 24 millones 570 mil.

1 Escribe y lee a tu compañero los siguientes números

① El número que es la suma de 3 grupos de cien mil y 8 grupos de diez mil.

② El número que es la suma de 25 grupos de cien mil y 4 grupos de diez mil.

③ El número que es la suma de 5 grupos de 1 millón, 2 grupos de diez mil y 9 grupos de cien.

2 Escribe los números correctos en el ☐.

430 mil yenes es ☐ billetes de 10000 yenes o ☐ billetes de 1000 yenes

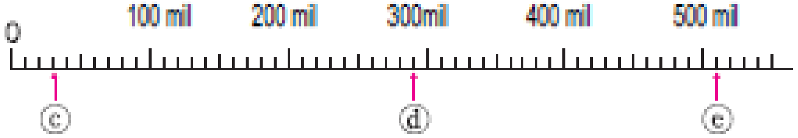
3 Observa las 2 rectas numéricas y responde.

① ¿En qué unidad está expresada la escala en cada recta?

② ¿Qué números corresponden a ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ y ⓔ?

(1)

(2)



4 Escribe los números correctos en los ☐

① 99 998 — 99 999 — ☐ — 100 001 — ☐

② 2 millones 900 mil — 2 millones 950 mil- —

☐ — 3 millones 50 mil- — ☐

5 Compara los siguientes números,

¿cuál de ellos es mayor?

① 386 020 , 378 916

② 978 650 , 1 081 000

1 Escribe el número correcto en los ☐ .

① 99 900 — 99 950 — ☐ — 100 050 — ☐

② 5 millones 980 mil — ☐ — 6 millones 20 mil —

☐ — 6 millones 60 mil

2 Ordena los siguientes números de menor a mayor.

① (30 001 , 190 000, 210 003 , 99 900)

② (400 000, 94 000 , 170 000 , 240 000)

3 10 veces, 100 veces y dividir en 10

10 piezas y 10 veces significan lo mismo.

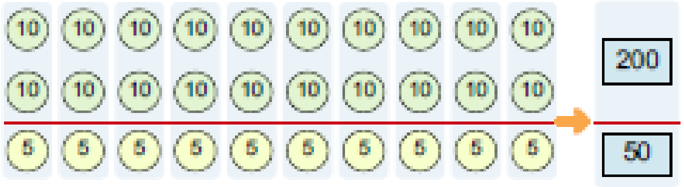
1 Cada caramelo cuesta 20 yenes, ¿cuánto hay que pagar si compras 10 caramelos?

20 × 10 = ☐

[illegible]	decenas	unidades
	2	0
2	0	0

10 veces

2 ¿Cuánto es 10 veces 25?



[illegible]	decenas	unidades
	2	5
2	5	0

10 veces

25 × 10 = ☐

Piensa en 25 como la suma de 20 y 5.

3 ¿Cuánto es 100 veces 25?

[illegible]	[illegible]	decenas	unidades
		2	5
	2	5	0
2	5	0	0

10 veces

10 veces

100 veces

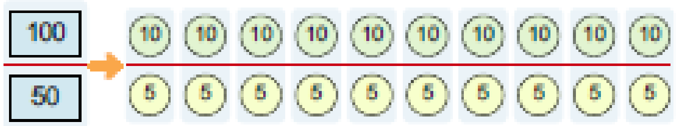
25 × 100 = ☐

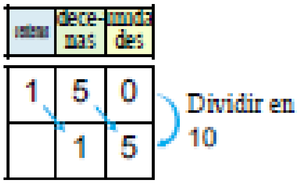
Cada cifra de un número que se multiplica por 10 se mueve a la siguiente posición de mayor valor y luego se añade un 0 a su derecha. Cada cifra de un número que se multiplica por 100 se mueve 2 posiciones y luego se añade 00 al final.

Calcula cuánto es 10 veces y 100 veces cada uno de los siguientes números.

① 56 ② 34 ③ 70 ④ 803

4 ¿Qué respuesta obtienes al dividir 150 entre 10?

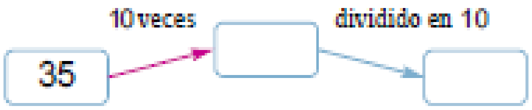


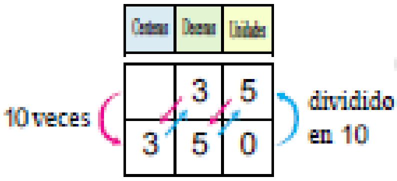


150 ÷ 10 = ☐

Al dividir un número entre 10 cada cifra se mueve un lugar hacia una posición de menor valor. Si el número tiene un 0 en las unidades, el 0 se anula.

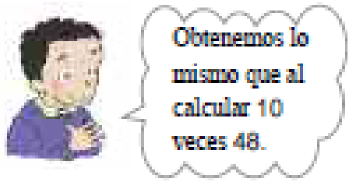
5 ¿Cuánto es 10 veces 35? Divide el resultado entre 10.





6 Calcula cuánto es 100 veces 48.

Luego divide el resultado entre 10.



Divide los siguientes números entre 10.

① 70 ② 500 ③ 640 ④ 850

Ejercicios

1 Escribe las siguientes cantidades con números arábigos. página 36

① El número que es la suma de 5 grupos de diez mil, 4 grupos de 1000, 7 grupos de 1000 y 2 grupos de 1.

② El número que es la suma de 250 grupos de diez mil y 180.

③ El número que es la suma de 7 grupos de 10 millones, 6 grupos de 100 mil y 3 grupos de 10 mil.

④ El número que es la suma de 30 grupos de 100 mil y 50 grupos de 100.

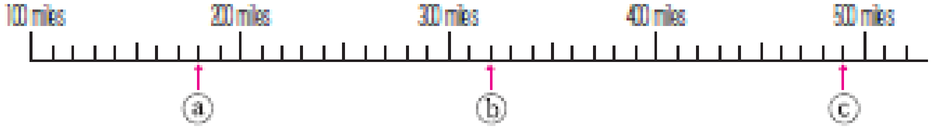
⑤ El número que es 100 mil menor que 1 millón.

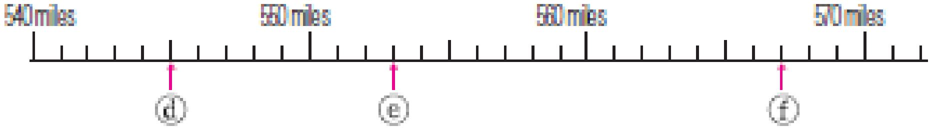
2 Escribe los números correctos en los ☐. página 37

① 11000 — ☐ — 12000 — 12500 — ☐ — ☐

② 3 millones 220 mil — ☐ — ☐ — 3 millones 280 mil — ☐ — 3 millones 320mil.

3 Escribe los números que corresponden a los incisos ⓐ, ⓑ, ⓒ, ⓓ, ⓔ y ⓕ. página 37

①


②


4 ¿Cuál número es mayor? página 37

① 333 300 o 34 330　　② 5 482 941 o 5 482 899

5 Calcula cuánto es 100 veces cada uno de los siguientes números y luego divide el resultado entre 10. página 39

① 23　② 40　③ 111　④ 605

Cálculo con números grandes

1 Hagamos 7356 + 8421 en la forma vertical.

	7	3	5	6
+	8	4	2	1

2 Juega con las tarjetas $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$, $\boxed{7}$ y $\boxed{8}$.

Forma números de 4 cifras para hacer sumas y restas con ellos.

La operación de Takeshi

$$\begin{array}{r} \boxed{6}\boxed{1}\boxed{4}\boxed{5} \\ +\ \boxed{7}\boxed{3}\boxed{2}\boxed{8} \\ \hline \end{array}$$

La operación de Keiko

$$\begin{array}{r} \boxed{4}\boxed{8}\boxed{1}\boxed{2} \\ -\ \boxed{3}\boxed{5}\boxed{7}\boxed{6} \\ \hline \end{array}$$

① Forma con las tarjetas dos números de 4 cifras de manera que obtengas el mayor resultado al sumarlos.

② Ahora intenta con una resta, ¿cuándo se obtiene el menor resultado?

3 En 2002 había 1 190 000 estudiantes en tercer grado y 1 200 000 en cuarto grado en las primarias de Japón.

¿Cuántos estudiantes habían en tercer y cuarto grado?

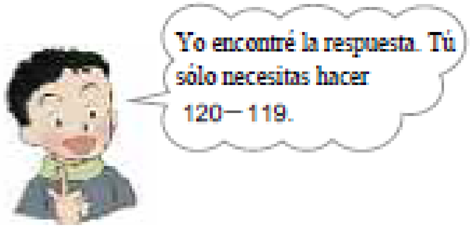
① Escribe la expresión matemática para resolver el problema.

\+

② Piensa cómo calcular esto.

4 ¿Cuál es la diferencia entre el número de estudiantes en tercer y cuarto grado?

−

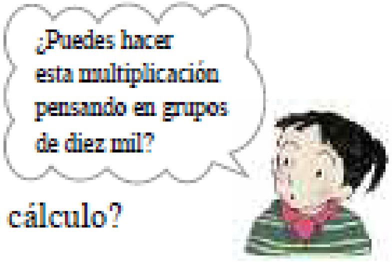


5 Hay 5 computadoras con un valor de 230 000 yenes cada una.

¿Cuánto debes pagar si quisieras comprar todas?

① Escribe la expresión para calcular el costo total.

② ¿Qué se te ocurre para realizar este cálculo?



problemas

1 Escribe las siguientes cantidades con números arábigos y lee en voz alta cada uno.

• Entender la estructura de números grandes y cómo leerlos.

① El número que es la suma de 3 grupos de diez mil, 6 grupos de 1000 y 8 grupos de 100.

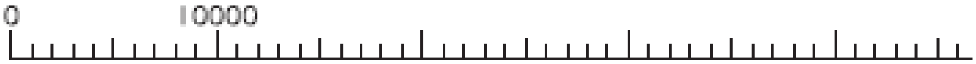
② El número que es la suma de 48 grupos de diez mil y 270.

③ El número que es la suma de 5 grupos de 10 millones, 9 grupos de millón y 2 grupos de 100 mil.

④ El número que es la suma de 2 grupos de 100 mil y 35 grupos de 1000.

2 Marca con una flecha dónde están los siguientes números en la recta numérica. • Leer escalas en una recta numérica.

① 2000 ② 18 000 ③ 30 000 ④ 45 000



3 Escribe los números correctos en los ☐. • Entender cómo ordenar números.

① 19 850 — ☐ — 19 950 — 20 000

② 19 800 — 19 900 — ☐ — 20 100

4 Juega con las 8 tarjetas para formar números de 8 cifras. 0 0 3 3 6 6 9 9

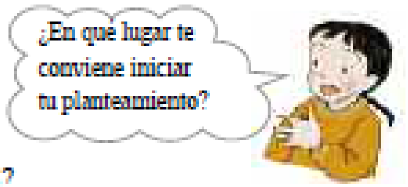
• Comprender el tamaño de los números grandes.

① Forma el mayor número posible.

② Forma el menor número posible.

③ ¿Qué número es el tercero más grande?

④ ¿Qué número es el tercero más pequeño?



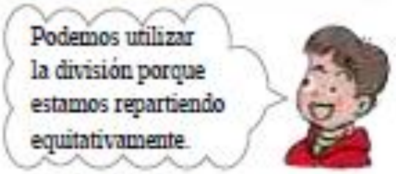
Ir a la página 44

11 División con resto

Hay 20 manzanas y 23 naranjas. Ponemos 4 de cada una en algunas bolsas.

1 División con resto

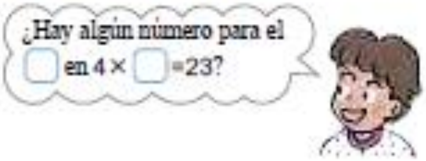
1 ¿Cuántas bolsas necesitas para guardar las 23 naranjas si se meten 4 en cada bolsa?



① Escribe una expresión matemática para resolver el problema.

☐ ÷ ☐

Total de manzanas | Manzanas en cada bolsa



② Pensemos cómo resolverlo.

Pensemos cómo resolver un problema de división con resto.

La idea de Hiroshi ▼

Yo hago grupos de 4 naranjas

La idea de Yoko ▼

Yo uso la fila del 4 en la tabla de multiplicación.

Para 4 bolsas $4\times\boxed{4} = 16$, me sobran 7, ¡el resto es 7!

Para 5 bolsas $4\times\boxed{5} = 20$, me sobran 3, ¡el resto es 3!

23

Para 6 bolsas $4\times\boxed{6} = 24$, ¡Me falta 1 naranja para llenar las 6 bolsas!

Hay 5 bolsas de naranjas y 3 naranjas más.

Esto se escribe como sigue:

$23 \div 4 = 5$, resto 3 Respuesta: 5 bolsas y el resto es 3.

Como en $23 \div 4$ tenemos resto, decimos que 23 "no es divisible entre 4". Como en $20 \div 4$ el resto es cero, decimos que 20 "es divisible" entre 4.

2 Se van a repartir equitativamente 24 castañas entre 5 niños.

¿Cuántas castañas recibirá cada niño y cuál será el resto?

Imagina que vas a repartir 34 tarjetas entre tus amigos. Si a cada uno le vas dando 6, ¿cuántos de ellos recibirán tarjetas y cuántas te sobran?

Divisor y tamaño del resto

3 A la derecha se muestran algunas divisiones cuyo divisor es 4. Haz las operaciones y escribe los números correctos en el ☐.

¿Qué notas en los restos?

Dividendo		Divisor		Respuesta	Resto
15	÷	4	=	3	Resto 3
14	÷	4	=	3	Resto 2
13	÷	4	=	3	Resto 1
12	÷	4	=	3	
11	÷	4	=	2	Resto 3
10	÷	4	=	2	Resto 2
9	÷	4	=	2	Resto 1
8	÷	4	=	2	
7	÷	4	=	1	Resto ☐
6	÷	4	=	1	Resto ☐
5	÷	4	=	1	Resto ☐
4	÷	4	=	1	

En la división el resto siempre debe ser menor que el divisor.

4 Corrige los errores en las siguientes divisiones:

① 45 ÷ 3 = 6, Resto 9 ② 55 ÷ 7 = 8, Resto 1

1 Realiza las siguientes operaciones.

① 9÷2 ② 7÷4 ③ 5÷3 ④ 22÷3 ⑤ 51÷6

⑥ 47÷8 ⑦ 38÷4 ⑧ 50÷7 ⑨ 33÷5 ⑩ 60÷7

2 Repartamos 66 tarjetas.

① Si repartes equitativamente 66 cartas entre 9 niños, ¿cuántas cartas debe recibir cada uno? ¿Cuál es el resto?

② Si se dan 9 tarjetas a cada niño, ¿cuántos niños recibirán tarjetas? ¿Cuál es el resto?

2 Resolvamos estos problemas

1 Ayúdame a repartir estas 40 pelotas acomodando 6 en cada caja. ¿Cuántas cajas necesito?

2 En el grupo de Yasuko hay 28 estudiantes

① Si se forman equipos de 5 niños, ¿cuántos equipos se pueden formar y cuántos niños no quedan en un equipo de 5?

② El grupo se dividió en equipos de 5 y 6 niños y no sobró ninguno. ¿Cuántos grupos de 5 y 6 formaron?

3 Resuelve este problema de división con resto.

¿Cuántos pastelillos hay? ☐ ¿Cuántos platos hay? ☐

Si pones el mismo número de pastelillos en cada plato, ¿cuántos caben en cada plato? ¿Cuántos pastelillos sobran?

Ejercicios

1 Haz estas divisiones.

página 47

① 29÷3 ② 36÷5 ③ 17÷6

④ 43÷9 ⑤ 34÷7 ⑥ 55÷8

2 Si repartes equitativamente 48 lápices entre 7 niños, ¿cuántos recibe cada uno y cuál es el resto?

página 46

3 Se tienen 30 rebanadas de pastel que hay que transportar en cajas donde caben 4 rebanadas en cada una. ¿Cuántas cajas necesitas para transportar todas las rebanadas?

página 48

4 Haz las siguientes operaciones e ilumina con colores diferentes las divisiones donde el resto sea 2, el resto sea 1 y en las que el resto es cero.

página 47

17÷5	29÷9	38÷4	47÷5	34÷4	23÷3	74÷9	44÷7
47÷9	25÷3	82÷9	21÷4	50÷6	14÷2	42÷7	63÷9
38÷6	17÷3	23÷7	29÷7	66÷8	18÷6	26÷4	20÷4
27÷5	38÷9	7÷3	25÷8	20÷3	5÷1	54÷9	56÷7
58÷7	32÷5	11÷9	10÷9	16÷7	42÷5	8÷6	48÷8
30÷7	31÷5	17÷4	9÷8	58÷8	81÷9	21÷3	15÷5

División en la forma vertical

1 Si tienes 62 hojas de papel para origami y las repartes equitativamente entre 7 compañeros, ¿cuántas hojas recibirá cada niño y cuál es el resto?

62÷7

Podemos resolver problemas de división usando la forma vertical tal como lo hicimos para la suma y la multiplicación. La forma vertical de la división es la siguiente.

Cómo calcular 62÷7 en la forma vertical

Escribe la división en su forma vertical como se muestra a la derecha.

(1) Escribe 8 arriba en la posición de las unidades del número 62.

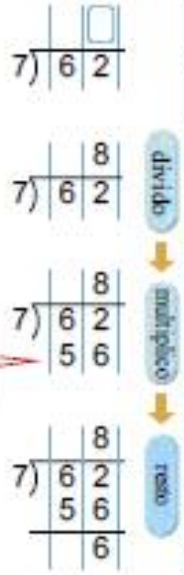
(2) Como "siete por ocho es 56", escribimos 56 debajo de 62, decenas con decenas y unidades con unidades.

(3) Resta 56 de 62 para obtener el resto, es igual a 6.

(4) Observa que el resto (6) es menor que el divisor (7).

Siete por nueve es 63 , ¡me pasé! Siete por ocho es 56, ¡8 es el número indicado!

56 es el número que se da a los niños.



2 Haz estas divisiones en la forma vertical.

① 13÷2 ② 22÷7 ③ 32÷5

④ 29÷6 ⑤ 57÷8 ⑥ 42÷9

⑦ 14÷7 ⑧ 40÷5 ⑨ 9÷4

Forma de escritura $7\overline{)62}$

(1) 62

(2)) 62

(3) $\overline{)62}$

(4) $7\overline{)62}$

Problemas

1 Encuentra los errores en los siguientes cálculos y anota la respuesta correcta en el ☐.

• Entender el significado de la división con resto.

① 28÷3 = 8, Resto 4

② 37÷5 = 8, Resto 3

2 ¿Cómo reparto equitativamente 46 mandarinas entre 6 niños?

• Cómo usar el resto en diferentes problemas.

① ¿Cuántas recibirá cada niño y cuál es el resto?

② ¿Cuántas mandarinas más se necesitan para dar 8 a cada niño?

3 Haz los siguientes cálculos.

• Hacer división con resto.

① 33÷8　② 48÷5　③ 17÷4

④ 26÷7　⑤ 56÷9　⑥ 41÷6

⑦ 11÷2　⑧ 39÷7　⑨ 74÷9

4 Los 20 alumnos del grupo subirán en lanchas para tres personas. ¿Cuántas lanchas se necesitan?

• Pensar en qué hacer con el resto.

Ir a la página 52　Ir a la página 96

¿Puedes hacer esto? El juego de la división

- Se tienen tarjetas numeradas del 1 al 9.

$\boxed{1}\quad\boxed{2}\quad\boxed{3}\quad\boxed{4}\quad\boxed{5}\quad\boxed{6}\quad\boxed{7}\quad\boxed{8}\quad\boxed{9}$

Elige 3 tarjetas para hacer divisiones.

$\boxed{}\,\boxed{} \div \boxed{}$

Reglas del juego.

① Acomoda las 9 tarjetas boca abajo y elige 3.

② La tarjeta mayor será el divisor.

③ Forma el dividendo usando las otras 2 tarjetas.

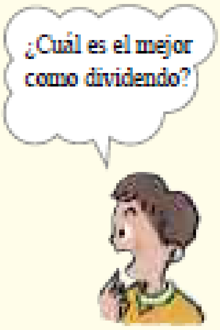
④ Trata de construir divisiones que dejen restos pequeños.

Ejemplo

Tarjetas elegidas $\boxed{1}$, $\boxed{3}$, $\boxed{5}$

- El número mayor es $\boxed{5}$ entonces el divisor será $\boxed{5}$.

$\boxed{}\,\boxed{} \div \boxed{5} = \boxed{}$



- El dividendo puede ser $\boxed{1}\,\boxed{3}$ o $\boxed{3}\,\boxed{1}$.
- Elige el divisor que deje el menor resto.

- ¡Juega en pareja con un compañero! ¡Gana el que obtenga el menor resto!

Cálculo de múltiplos

Hagamos una cinta métrica

1 Hagamos una cinta para medir.

① Haz una cinta cuya longitud sea 2  como se muestra arriba.

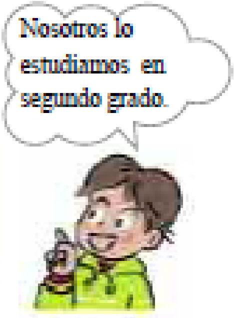
¿Dónde debemos cortarla? ¿Cuántos cm mide?

$4 \times 2 = \boxed{}$

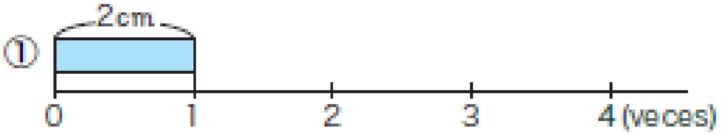
② Ahora construye una cinta cuya longitud sea 3  como se muestra arriba. ¿Dónde debemos cortarla? ¿Cuántos cm mide?

$4 \times 3 = \boxed{}$

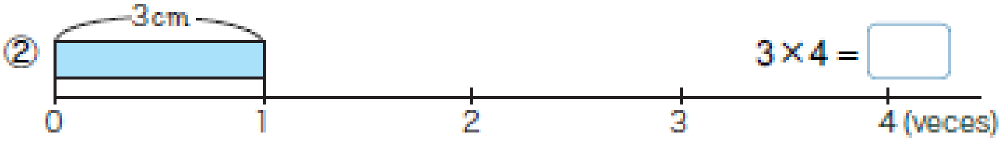
"1 vez", "2 veces" y "3 veces".



2 Calcula cuánto es 4 veces las siguientes longitudes.

①


$2 \times 4 = \boxed{}$

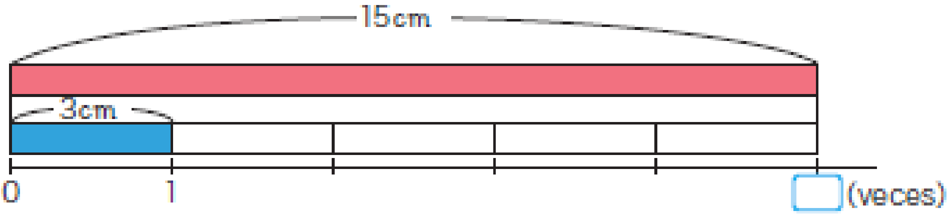
②


$3 \times 4 = \boxed{}$

3 Una cafetera eléctrica se llena de agua si se vierten en ella 8 tazas de 2 dℓ. ¿Con cuántos dℓ de agua se llena la cafetera?

4 Hiromi tiene 15 cm de cinta roja y 3 cm de cinta azul.

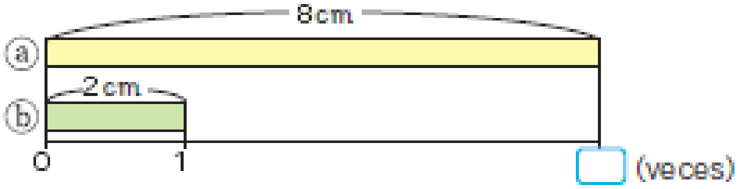
¿Con cuántas cintas azules logras la longitud de la cinta roja?



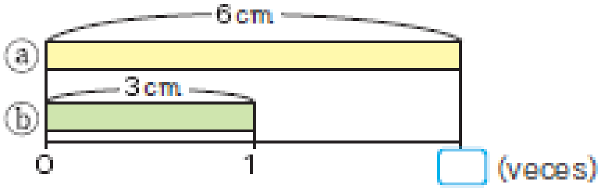
Si 3 cm se considera como 1 grupo, 15 cm son 5 grupos de 3 cm. Esto se lee como "15 cm es 5 veces 3 cm." Para saber cuántas veces debemos tomar 3 cm para que sea igual a 15 cm, calcula 15 ÷ 3.

5 ¿Cuántas veces la cinta ⓑ es igual a la cinta ⓐ?

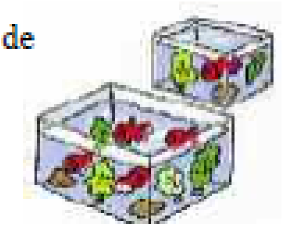
①



②



6 El acuario del salón de ciencias naturales tiene una capacidad de 24 ℓ de agua. El acuario del salón de tercero es de 6ℓ, ¿cuántas veces cabe el agua del acuario del salón en el acuario de la Sala de Ciencias?



Repaso 2

1 Haz las siguientes divisiones. ⑧ ⑪

① 9÷3 ② 24÷8 ③ 54÷6 ④ 36÷4
⑤ 63÷7 ⑥ 2÷2 ⑦ 4÷1 ⑧ 0÷3
⑨ 7÷2 ⑩ 24÷5 ⑪ 43÷8 ⑫ 32÷9

2 Imagina que tienes 45 tarjetas. ⑧ ⑪

① Si las divides equitativamente entre 5 niños, ¿cuántas tarjetas recibe cada uno?

② Si guardas 5 tarjetas en cada bolsa, ¿cuántas bolsas necesitas?

③ Si guardas 8 tarjetas en cada bolsa, ¿cuántas bolsas necesitas y cuántas tarjetas sobran?

3 Escribe las siguientes cantidades con números arábigos. ⑩

① El número que es la suma de 2 grupos de un millón, 4 grupos de cien mil y 6 grupos de diez mil.

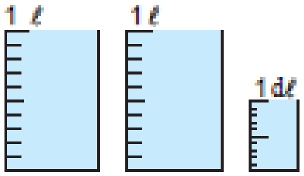
② El número que es la suma de 467 grupos de diez mil y 283.

③ El número que es 100 veces 1560.

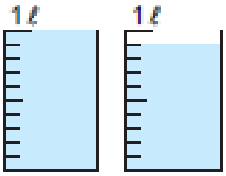
④ El número que resulta al dividir 1560 entre 10.

4 ¿Cuánta agua hay en cada grupo de recipientes? ⑦

①



②



Pensemos cómo calcular

1 Coloca números diferentes en los ☐ para que hagas distintos cálculos. Escribe las expresiones matemáticas para obtener el número total de calcomanías y haz las operaciones.

Si ordenas las calcomanías que se muestran en la página 57, acomodando 23 por línea obtienes ☐ columnas. ¿Cuántas calcomanías hay en total?

Si escribo 3 en el ☐,
23 × 3 = ☐.

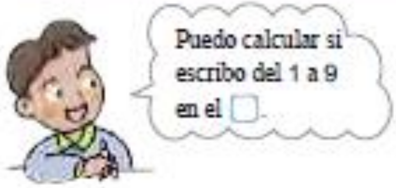
Si escribo 5 en el ☐,
23 × 5 = ☐.

Si escribo 6 en el ☐,
23 × 6 = ☐.

Si escribo 7 en el ☐,
23 × 7 = ☐.

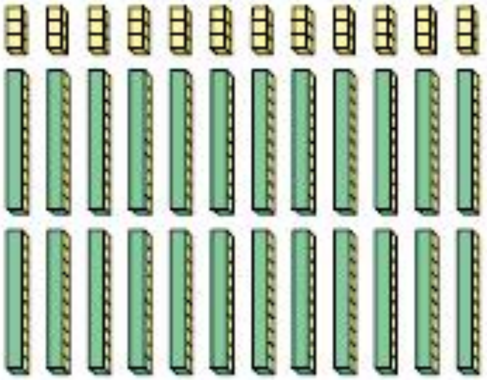
Si escribo 12 en el ☐,
23 × 12 = ☐.

Si escribo 15 en el ☐,
23 × 15 = ☐.



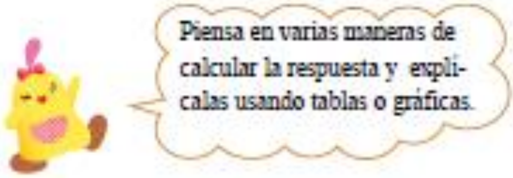
2 A la derecha se muestra una planilla de 12 columnas con 23 calcomanías en cada una.

¿Cuántas calcomanías hay en total?



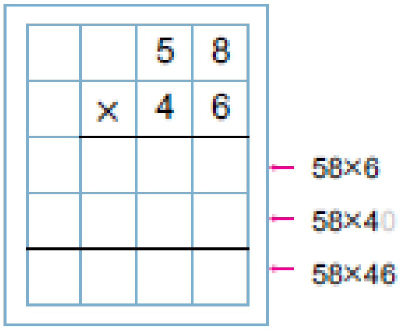
① Escribe una expresión matemática para calcular el número de calcomanías.

② Imagina de qué otra forma puedes encontrar la respuesta.

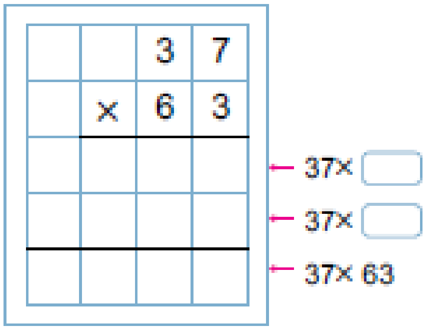


3 Piensa cómo hacer estos problemas en la forma vertical.

① 58×46

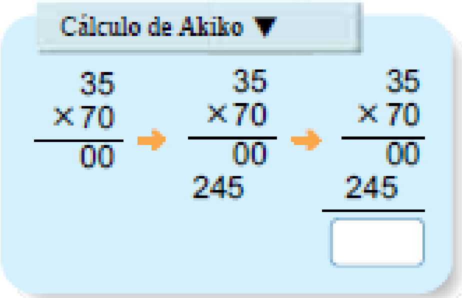


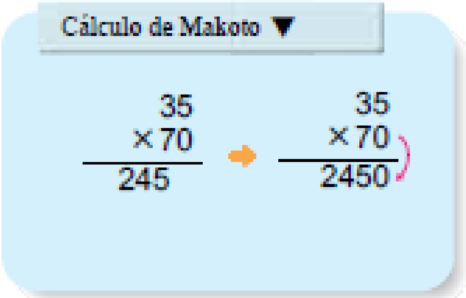
② 37×63



4 Piensa cómo calcular 35 × 70 en la forma vertical.

① Akiko y Makoto calcularon 35 × 70, ¿puedes explicar sus procedimientos?





② ¿Es igual 70 × 35 que 35 × 70? Compara los resultados.

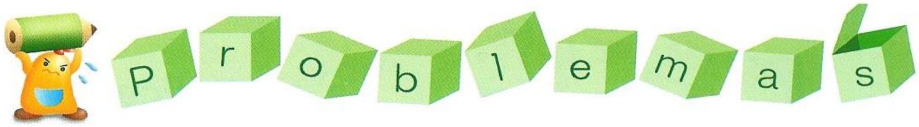
1 Realiza las siguientes multiplicaciones en la forma vertical.

① 38 x 57 ② 23 × 68 ③ 57 × 87 ④ 74 × 86

⑤ 29 × 44 ⑥ 28 × 49 ⑦ 46 × 97 ⑧ 78 × 84

⑨ 38 × 40 ⑩ 75 × 80 ⑪ 25 × 70 ⑫ 60 × 65

2 Si compras 20 pliegos de papel a 98 yenes cada uno, ¿cuánto hay que pagar?



Problemas

1 ¿Cómo podemos calcular 45 × 63?

- Entender cómo multiplicar en la forma vertical.

① Suma la respuesta de 45 × 3 a la respuesta de 45 × ☐.

② ⓐ se obtiene al multiplicar ☐ × ☐.

③ ⓑ se obtiene al multiplicar ☐ × ☐, y este significa 270 grupos de ☐.

$$\begin{array}{rl} 45 & \\ \times\ 63 & \\ \hline 135 & \leftarrow \text{ⓐ} \\ 270 & \leftarrow \text{ⓑ} \\ \hline 2835 & \end{array}$$

2 Comprueba el resultado de las siguientes multiplicaciones, utiliza la forma vertical. Encuentra los errores y corrígelos.

Multiplicar correctamente en la forma vertical.

①

$$\begin{array}{r} 48 \\ \times\ 65 \\ \hline 240 \\ 288 \\ \hline 528 \end{array}$$

②

$$\begin{array}{r} 54 \\ \times\ 94 \\ \hline 206 \\ 456 \\ \hline 4766 \end{array}$$

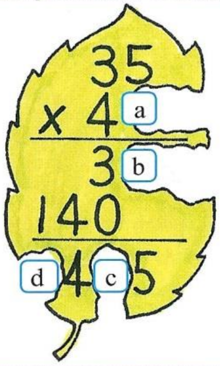
3 Los alumnos usaron 43 hojas de papel para hacer un uniforme. Si hicieron 38 informes, ¿cuántas hojas de papel utilizaron en total?

- Expresar un problema como una expresión y calcular la respuesta.

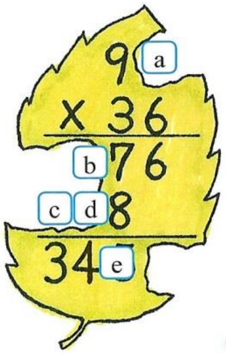
4 Escribe en los ☐ los números que faltan.

- Entender el procedimiento de la multiplicación y resolver problemas.

①



②

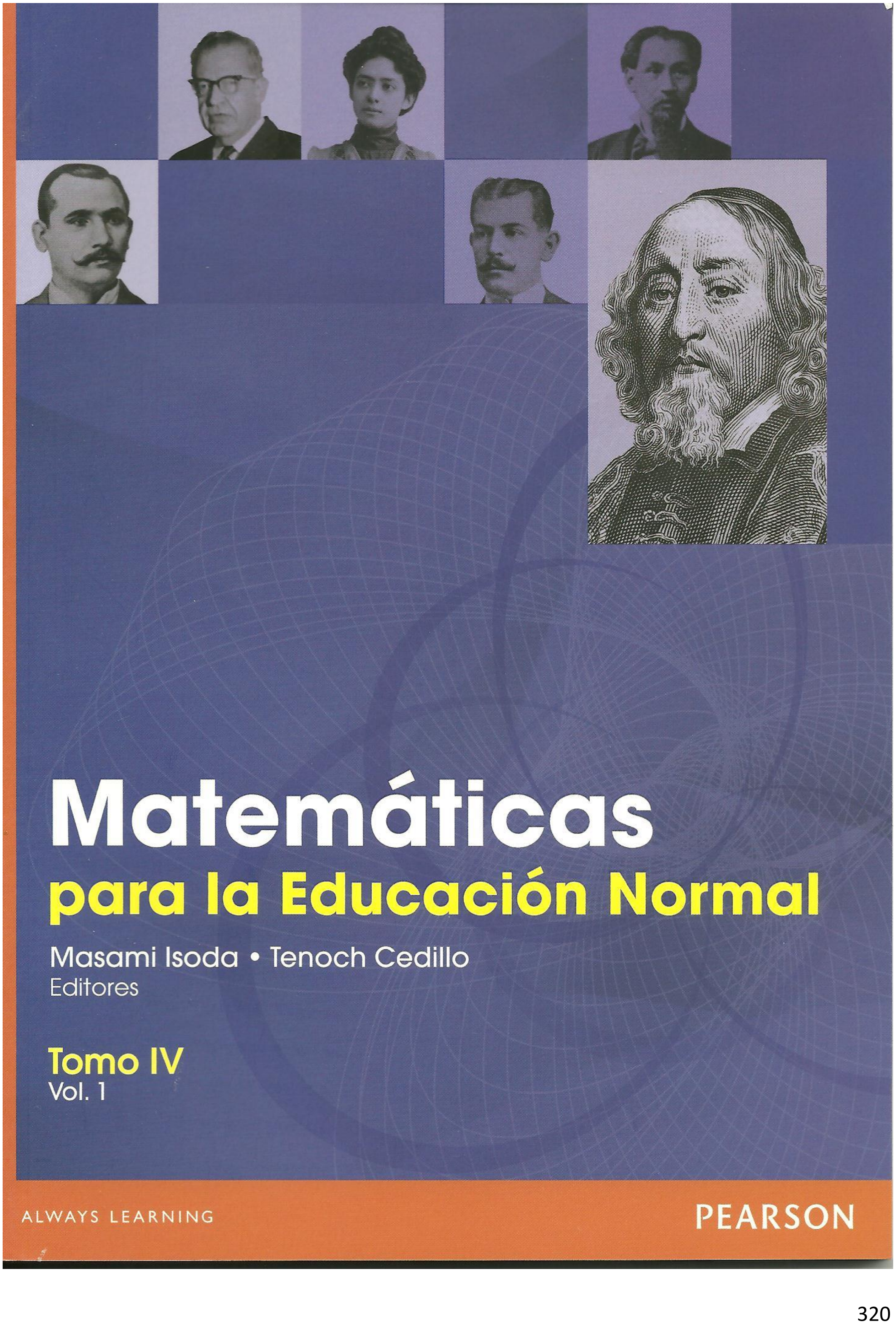


☐ Ir a la página 66

☐ Ir a la página 97

☐ Ir a página 102

TOMO IV VOL. 1



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

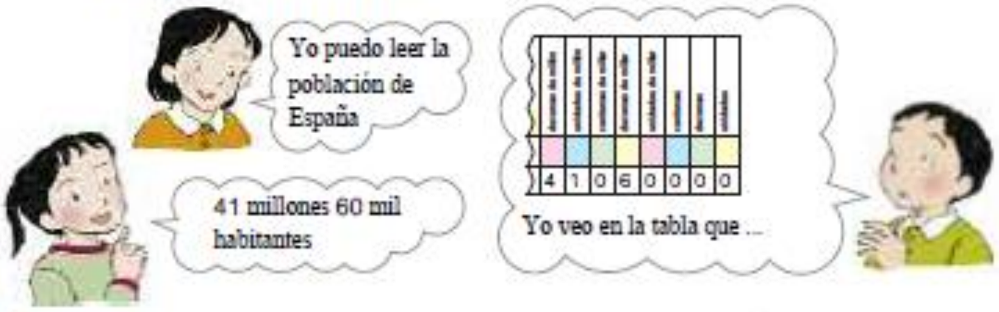
Tomo IV
Vol. 1

ALWAYS LEARNING

PEARSON

1 Números grandes

Arriba se muestra el número de habitantes de varios países. ¿Cuántos habitantes tiene cada país?



¿Cuál de los países tiene un número de habitantes con 8 dígitos? Lee el número de habitantes de estos países.

(Año 2003)

1 Números grandes

1 Veamos cómo leer la población de Japón:

127,654,000 personas

① ¿En qué lugar está el número 2?

② ¿Cuántos grupos de 10 millones están representados por el número 1?

Veamos cómo leer y escribir números más grandes que una decena de millones.

El número que es igual a 10 grupos de 10 millones se escribe 100, 000, 000 y se lee "**cien millones**". Una centena de millón es igual a 10 000 grupos de diez mil.

③ Leamos la población de Japón.

Millones			Miles			Cientos		
centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades
1	2	7	6	5	4	0	0	0

El número de arriba se lee "ciento veintisiete millones seiscientos cincuenta y cuatro mil"

2 Escribe y lee los números que corresponden a la población de Estados Unidos, China y la de todo el mundo.

	Miles de millones			Millones			Miles			Cientos		
	centenas de millar de millón	decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades
E.E.U.U.				2	9	4	0	4	3	0	0	0
China												
El Mundo												

El número 6,301,463,000 se lee “seis mil trescientos un millones cuatrocientos sesenta y tres mil” (6 mil 301millones 463 mil).

3 Escribe los siguientes números.

① 10 grupos de cien millones son mil millones y se escribe como ______.

② 10 grupos de mil millones son diez mil millones y se escribe como ______.

③ 10 grupos de cien mil millones son un billón y se escribe como ______.

4 Esta es la distancia que recorre la luz en un año:

9,460,000,000,000 *Km*

① ¿En qué lugar está el 4 en ese número?

② ¿Cuántas centenas de millar de millón expresa el 9 en ese número?

10 veces 100 mil millones se escribe
1,000,000,000,000 y se lee "**un billón**".
También se escribe "1 billón".
Un billón es igual a un millón de millones
(1,000,000 de millones).

	Miles de millones			Millones			Miles			Cientos		
unidades de billón	centenas de millar de millón	decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidad de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidad de millar	centenas	decenas	unidades
9	4	6	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Km

③ Lee el número que describe la distancia que recorre la luz en un año.

5 El siguiente número es la distancia de la Estrella Polar a la Tierra. Léelo.

	Billones			Miles de millones			Millones			Miles			Cientos			
unidades de millar de billón	centenas de billón	decenas de billón	unidades de billón	centenas de millar de millón	decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades	
4	0	6	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	*Km*

6 Lee los siguientes números.

① 30,600,000,000 *Kg* (cantidad de papel que se usó en Japón en 2002)

② 193,000,000,000,000 ℓ (reserva de petróleo en Japón en 2002)

Los números grandes se leen empezando por la derecha, en un número muy grande cada grupo de 3 dígitos se separa con comas.

Para leer números grandes

$$\underbrace{9}_{\text{Miles de billones}},\underbrace{387}_{\text{Billones}},\underbrace{416}_{\text{Miles de millón}},\underbrace{025}_{\text{Millones}},\underbrace{710}_{\text{Miles}},\underbrace{364}_{\text{Cientos}}$$

¡Usa una coma para separar el número en grupos de 3 dígitos! Empieza por la derecha.

2 Números enteros

1 Veamos el número 6,441,900,000,000,000.

① ¿Qué valor representa 44 en ese número? ¿Millones o billones?

② ¿Cuántas veces más grande es el valor del 4 de la izquierda que el del 4 de la derecha?

10 veces

	Billones			Miles de millones			Millones			Miles			Cientos		
unidades de millar de billón	centenas de billón	decenas de billón	unidades de billón	centenas de millar de millón	decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades
6	4	4	1	9	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Observa que cuando un número se multiplica por 10 se aumenta un cero a la derecha, por esto el número se mueve un lugar a la izquierda.

Todos los números se expresan usando el 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 y 9. Estos números son los "digitos".

En general, los números como 0, 1, 305 y 36,000,000 se llaman "**números enteros**".

2 Observa el número 30,980,000,000,000 en la tabla de abajo.

Escribe en el ☐ los dígitos que se piden.

① 30,980,000,000,000 está formado por 30 grupos de 1 billón y ☐ grupos de mil millones.

② 30,980,000,000,000 está formado por ☐ grupos de 10 billones, ☐ grupos de 100 mil millones y 8 grupos de 10 mil millones.

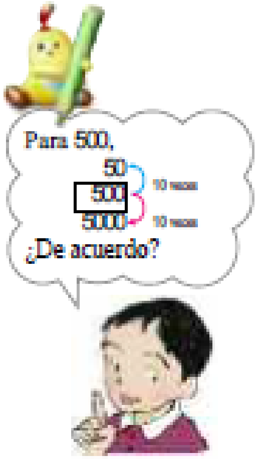
③ 30,980,000,000,000 está formado por ☐ grupos de 100 millones.

	Billones			Miles de millones			Millones			Miles			Cientos		
unidades de millar de billón	centenas de billón	decenas de billón	unidades de billón	centenas de millar de millón	decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades
		3	0	9	8	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

30,980,000,000,000 también se escribe 30 billones 980 mil millones.

3 Escribe y lee las siguientes cantidades: 10 veces y 100 veces 3,256,900 . Luego divide 3,256,900 entre 10, escribe y lee el resultado.

	Miles de Millones			Millones			Miles			Cientos		
	centenas de millar de millón	decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidades de millar	centenas	decenas	unidades
10 veces						3	2	5	6	9	0	0
100 veces 10												



4 Escribe en la tabla de abajo el resultado de 10 mil veces 10 mil y 10 mil veces 100 millones. Luego esos números.

	Billones			Miles de millones			Millones			Miles			Cientos		
unidades de millar de billón	centenas de billón	decenas de billón	unidades de billón	centenas de millar de millón	decenas de millar de millón	unidades de millar de millón	centenas de millón	decenas de millón	unidades de millón	centenas de millar	decenas de millar	unidad de millar	centenas	decenas	unidades

5 ¿Cuál número es más grande?

① 110,950,000 o 111,095,000

② 213,610,000 o 203,161,000

1 Escribamos estas cantidades con números.

① El total de 20 grupos de 1 billón y 2500 grupos de 100 millones

② El total de 4 grupos de 10 billones, 7 grupos de 10 mil millones y 3 grupos de 100 mil.

2 ¿Cuántas centenas de millón hay en 870,000,000,000?

3 Escribe estos números.

① 10 veces 6 mil millones.

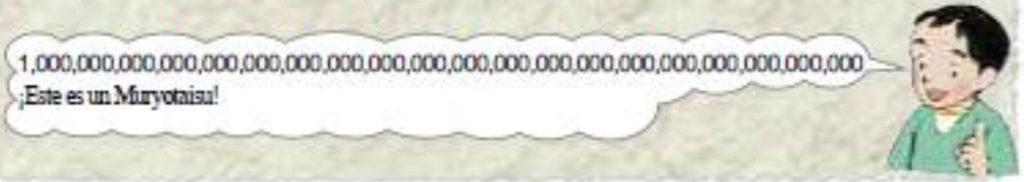
② 100 veces 400 mil

③ 80 mil millones dividido en 10.

Números más grandes que 100 billones

- Hemos aprendido que un billón es 1 millón de millones (un 1 seguido de 12 ceros). Un trillón es 1 millón de billones (un 1 seguido de 18 ceros).
- Un cuatrillón es un número muy grande, es un millón de trillones (un 1 seguido de 24 ceros). Por ejemplo, si contamos diciendo un número cada segundo, nos tomaría cerca de 30 millones de años contar desde 1 a un cuatrillón.
- Hay números más grandes que 1 cuatrillón. El quintillón, sextillón, septillón, octillón, nonillón…
  El sistema japonés de conteo es como sigue: unidad, decena, centena, miles; unidad, decena, centena, miles (man); unidad, decena, centena, miles (oku); unidad, decena, centena, miles (cho)… Por ejemplo, el número 31 4159 2653 5897 se lee "31 cho, 4159 oku, 2653 man, 5897. Cada sección se lee separadamente, 4159 oku se lee "cuatro mil ciento cincuenta y nueve oku".
  El sistema japonés de conteo se creó en China. Se encuentra en el libro titulado Jinkuoki que escribió Mitsuyoshi Yoshida en 1627. En ese libro aparece el número Gogasha, se dice que éste es el número de granos de arena que hay en el Río Ganges. El número Muryotaisu es un 1 seguido de 60 ceros.

Jinkoki(塵劫記)



Ejercicios

1 Repasemos lo que has aprendido sobre números grandes   páginas 6～7

① El número que se forma con 10 grupos de 10 millones es ______ .

El número que es 10 grupos de 100 billones es ______ .

② 100 millones es ______ grupos de 10 mil. Un trillón es ______ grupos de 100 millones.

2 Escribe las siguientes cantidades usando números y luego léelos.   páginas 8～9

① El total de 46 grupos de 1 trillón y 2375 grupos de 100 millones.

② El total de 20 grupos de 10 trillones y 40 grupos de 10 billones.

③ El número que resulta de 10 veces 180 billones.

④ El número que resulta al dividir 23 trillones entre 10.

Escribe en tu cuaderno lo que has aprendido acerca de números grandes. Aborda sobre los siguientes temas.

★Lo que entendiste.

★Lo que te interesó más.

★Lo que te fue difícil.

★Las ideas de tus compañeros.

★Lo que quieres hacer para continuar.

problemas

1 Escribe los números o las palabras correctas en el ☐.

· Entender los números grandes

① El 9 en 36,496,000,000 está en el lugar de ☐

② 465 billones es ☐ grupos de 1 billón.

③ Un trillón es igual a ☐ veces 10 billones.

2 Lee los siguientes números. · Leer números grandes

① La distancia del Sol a la Tierra: 149,600,000 *Km*

② Depósitos bancarios en 2003 en Japón: 735,000,000,000,000 yenes.

3 Escribe estas cantidades usando números.

Escribir números que se expresan en diferentes estilos.

① El número que corresponde a 100 veces 340 millones.

② El total de 3 grupos de 1 trillón y 48 grupos de 100 millones.

③ El número que corresponde a 58013 grupos de 100 millones.

4 Construye números de 10 cifras usando los 10 símbolos del 0 al 9.

· Comprender el tamaño del número con base en el sistema decimal.

① Escribe el número mayor.

② Escribe el número menor.

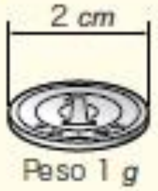
③ Escribe el número que está antes del número mayor.

④ Escribe el número que sigue al número menor.

Ir a la Pág. 13

¿ Puedes hacer esto ? Filas de monedas de 1 yen

- Calcula la longitud de filas formadas por monedas de 1 yen.



① ¿Qué longitud tiene cada fila?

10 monedas··· ______ *cm*

100 monedas··· ______ *cm* = ______ *m*

10000 monedas··· ______ *cm* = ______ *m*

100,000,000 monedas··· ______ *cm* = ______ *m*

= ______ *Km*

② La distancia de Tokio a Kagoshima es alrededor de 1000 *Km*. ¿Cuántas monedas de 1 yen necesitas para cubrir esta distancia?

③ La longitud del ecuador es aproximadamente 40,000 *Km*. ¿Cuántas monedas de 1 yen necesitas para rodear con un círculo a la Tierra?

Usando la calculadora

1 Suma cuatro números de 3 dígitos usando la calculadora como se muestra a continuación.

① 

Forma números de 3 dígitos, empieza en el 7 y continúa en el sentido de las manecillas del reloj.

789 + 963 + 321 + 147 = 2220

② 

Ahora comienza en el 8 y continúa en el sentido de las manecillas reloj.

896 + 632 + 214 + 478 = ☐

③ 

Ahora comienza en el 9 y continúa en el sentido contrario a las manecillas del reloj.

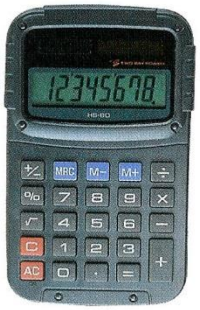
987 + 741 + 123 + 369 = ☐

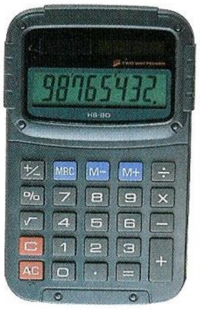
④ 

Ahora comienza en la tecla que quieras y continúa girando en el sentido del reloj o girando en el sentido contrario.

☐ + ☐ + ☐ + ☐ = ☐

2 Teclea números grandes en la calculadora y luego léelos.





3 Haz las siguientes sumas usando la calculadora.

① 27 272 727 + 25 252 525

② 18 181 818 + 35 353 535

③ 9 090 909 + 45 454 545

Separando números en grupos de 3

- Cuando escribimos números grandes es conveniente separarlos con un espacio para formar grupos de 3 dígitos. Lee los siguientes números.

3 División

1 Propiedades de la división

1 Hay 24 chocolates que se repartirán equitativamente entre ☐ niños. ¿Cuántos chocolates recibirá cada niño?

① Escribe números diferentes en el ☐ y calcula las respuestas.

Si los chocolates se reparten entre 4 niños, ¿cuántos recibirá cada uno? Si hay 8 niños, ¿cuántos chocolates recibirá cada uno?

Si hay 4 niños,

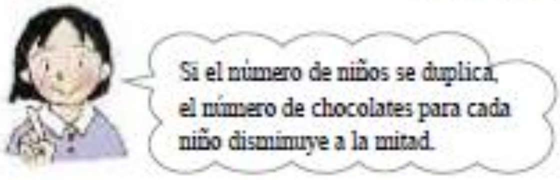
24 ÷ 4 = ☐

6 para cada niño

Si hay 8 niños,

24 ÷ 8 = ☐

3 para cada niño



Veamos qué propiedades hay para la división.

② ¿Qué propiedades hay para el divisor y la respuesta?

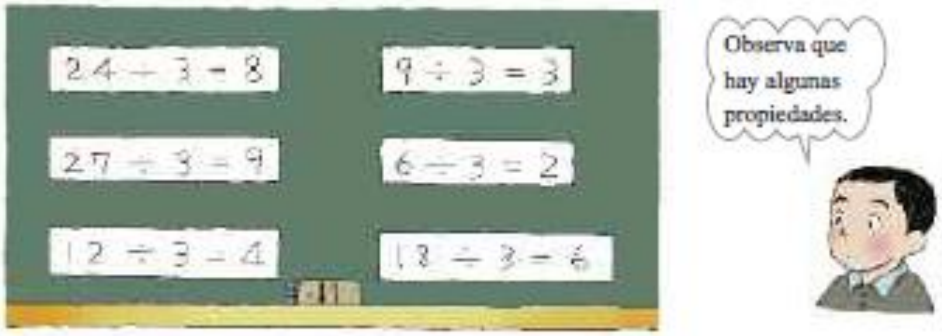
③ Comprueba esto en las siguientes divisiones.

$$\begin{tikzcd} 12\div2=6 \arrow[d, "\times\square"] \arrow[d, bend left=60, "\div\square"] \\ 12\div4=3 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 12\div3=4 \arrow[d, "\times\square"] \arrow[d, bend left=60, "\div\square"] \\ 12\div6=2 \end{tikzcd}$$

2 Analiza la siguiente situación: Se reparten □ chocolates. Si cada niño recibe 3, ¿cuántos niños hay?

① Escribe diferentes números en el □ y observa la relación que hay entre el □ y la respuesta.

$\square \div 3$

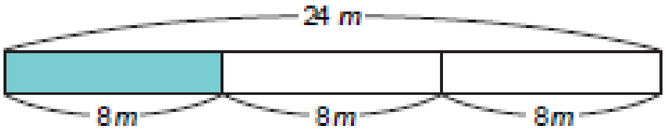


$$\begin{tikzcd} 12\div3=4 \arrow[d, "\times\square"] \arrow[d, bend left=60, "\times\square"] \\ 24\div3=8 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 27\div3=9 \arrow[d, "\div\square"] \arrow[d, bend left=60, "\div\square"] \\ 9\div3=3 \end{tikzcd}$$

② ¿Qué propiedades hay para el dividendo y la respuesta? Comprueba esto haciendo algunas divisiones.

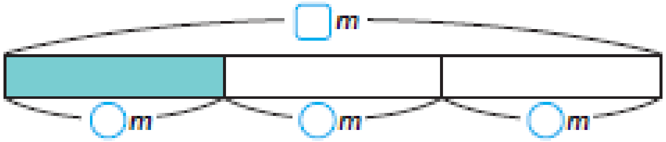
3 Analiza la siguiente situación: para hacer 3 segmentos de la misma longitud se cortó una cinta de ☐ metros en segmentos de ○ metros cada una.

① Si una cinta de 24 metros se corta en segmentos de 8 metros, ¿cuántas segmentos se forman?



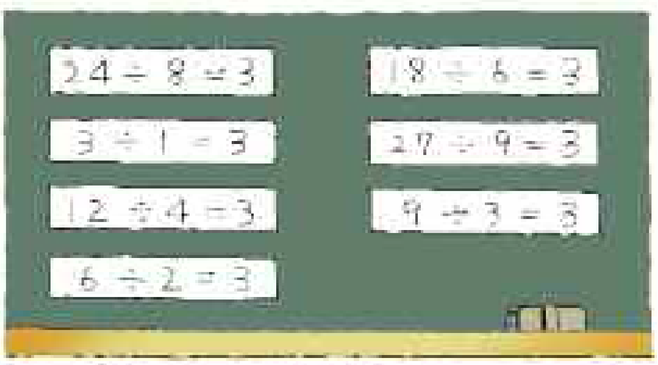
$$24 \div 8 = 3$$

② Expresa esto mediante una división usando el ☐ y el ○.



$$\square \div \bigcirc = 3$$

③ Encuentra los números correctos para el ☐ y el ○. ¿Notas que hay algunas propiedades que relacionan a estas operaciones?



24 ÷ 8 = 3
3 ÷ 1 = 3
12 ÷ 4 = 3
6 ÷ 2 = 3
18 ÷ 6 = 3
27 ÷ 9 = 3
9 ÷ 3 = 3

④ Compara las tarjetas $\boxed{12 \div 4 = 3}$ y $\boxed{6 \div 2 = 3}$.

$$\begin{tikzcd} 6 \arrow[d, "\times \square"] & \div & 2 \arrow[d, "\times \square"] & = & 3 \\ 12 & \div & 4 & = & 3 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 12 \arrow[d, "\div \square"] & \div & 4 \arrow[d, "\div \square"] & = & 3 \\ 6 & \div & 2 & = & 3 \end{tikzcd}$$

Si el dividendo y el divisor se multiplican por ☐, la respuesta de la división es la misma.

Si el dividendo y el divisor se dividen entre ☐, la respuesta es la misma.

⑤ Comprueba estas propiedades haciendo otras divisiones.

$$\begin{tikzcd} 9 \arrow[d, "\times \square"] & \div & 3 \arrow[d, "\times \square"] & = & 3 \\ 27 & \div & 9 & = & 3 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 6 \arrow[d, "\times \square"] & \div & 2 \arrow[d, "\times \square"] & = & 3 \\ 24 & \div & 8 & = & 3 \end{tikzcd}$$

$$\begin{tikzcd} 9 \arrow[d, "\div \square"] & \div & 3 \arrow[d, "\div \square"] & = & 3 \\ 3 & \div & 1 & = & 3 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd} 12 \arrow[d, "\div \square"] & \div & 4 \arrow[d, "\div \square"] & = & 3 \\ 3 & \div & 1 & = & 3 \end{tikzcd}$$

Podemos comprobarlo con 18÷6=3

En la división, la respuesta no cambia si el dividendo y el divisor se multiplican o dividen por el mismo número.

4 Usa esas propiedades para encontrar los números que faltan en las siguientes operaciones.

① $32 \div 8 = 8 \div \square$ ② $14 \div 2 = \square \div 8$

2 División de decenas y centenas

1 Si repartes equitativamente 80 cartulinas de colores entre 2 niños, ¿cuántas recibirá cada uno?

① Expresa ese problema con una división.

☐ ÷ ☐

Número total de hojas

Número de niños

② Representa esa división usando grupos de 10 hojas.

☐ ÷ ☐

Número total de hojas

Número de niños

③ ¿Cuántas cartulinas recibirá cada niño?

2 Si repartes equitativamente 800 cartulinas de colores entre 2 niños. ¿Cuántas hojas recibirá cada niño?

① Expresa mediante una división este problema.

② ¿Cuántas cartulinas debemos poner en cada grupo para reducir esa división a 8÷2?

③ ¿Cuántas cartulinas recibirá cada niño?

① 60÷2 ② 80÷4 ③ 600÷2 ④ 800÷4

4 División con números de un dígito

1 División en la forma vertical

1 Queremos repatir equitativamente 48 caramelos entre 9 niños. ¿Cuántos recibirá cada niño y cuántos sobrarán?

☐ ÷ ☐

Número total de caramelos

Número de niños

Cómo calcular 48÷9 en la forma vertical

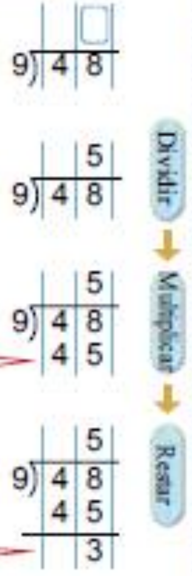
- Escribe una expresión como la de la derecha.

(1) Escribe 5 arriba del lugar de las unidades de 48.

(2) Escribe 45 debajo de 48 porque "9 x 5 = 45"

(3) Resta 45 de 48. El resto es 3.

(4) Observa que el resto 3 es menor que el divisor 9.

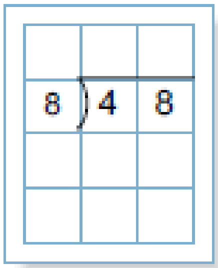


45 es el número de caramelos que se dan a los niños.

3 es el número de caramelos que sobran

La división puede ser calculada en la forma vertical tal como la suma y la multiplicación.

2 Queremos repartir equitativamente 48 caramelos entre 8 niños. ¿Cuántos caramelos recibirá cada uno? Piensa cómo calcular la respuesta usando la forma vertical. La operación 48 ÷ 8 puede resolverse en la forma vertical.



El orden al escribir

(1) 48

(2)) 48

(3) $\overline{)\,48}$

(4) 8$\overline{)\,48}$

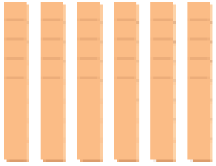
En una división la respuesta se llama "**cociente**"; 6 y 5 son el cociente en las operaciones de abajo. En una división el resto se llama "**residuo**", en la operación 48 ÷ 9 el cociente es 5 y el residuo es 3.

48	÷	8	=	6		48	÷	9	=	5		3
Dividendo		Divisor		Cociente		Dividendo		Divisor		Cociente		Residuo

3 Cómo comprobar que el cociente en una división es correcto.

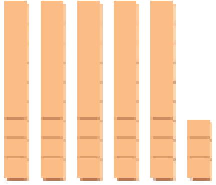
① 48 ÷ 8 = 6

8	×	6	=	☐
Divisor		Cociente		Dividendo



② 48 ÷ 9 = 5 residuo 3

9	×	5	+	3	=	☐
Divisor		Cociente		Residuo		Dividendo



Haz estas divisiones en la forma vertical y comprueba tus respuestas.

① 13÷2 ② 62÷7 ③ 32÷5 ④ 57÷8 ⑤ 7÷3

⑥ 21÷7 ⑦ 30÷6 ⑧ 54÷9 ⑨ 36÷4 ⑩ 8÷2

2 División con cocientes de dos dígitos

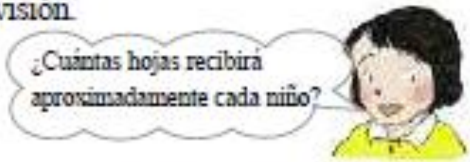
1 Queremos repartir equitativamente 69 hojas de papel de color entre 3 niños. ¿Cuántas hojas recibirá cada uno?

① Expresa este problema con una división.

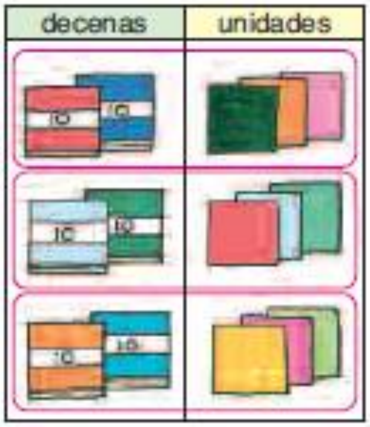
☐ ÷ ☐

Número total de hojas

Número de niños

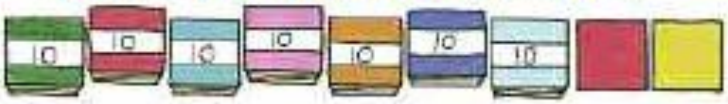


② Piensa cómo obtener el cociente de 69 ÷ 3 usando la idea que se muestra en la figura de la derecha.



69 ÷ 3
60 ÷ 3 = ☐
9 ÷ 3 = ☐
Total ☐

2 Queremos repartir equitativamente 72 hojas de papel de color entre 3 niños. ¿Cuántas hojas recibirá cada uno?



① Expresa este problema con una división. ☐ ÷ ☐

② Piensa cómo calcular la respuesta.

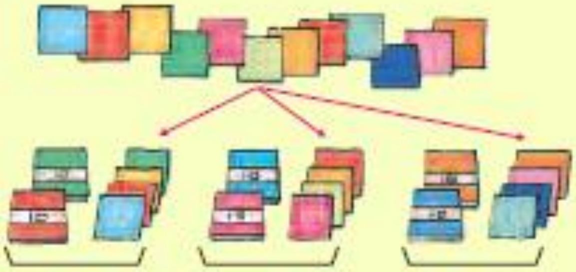
Piensa cómo hacer una división cuyo cociente es un número de 2 dígitos.

Cómo calcular 72÷3

(1) Vamos a repartir 7 paquetes de 10 hojas de papel de color entre 3 niños. ¿Cuántos paquetes recibirá cada niño y cuántas hojas sobrarán?

(2) Separemos las 10 hojas del paquete que sobra y agreguemos las 2 hojas que quedan

(3) Repartamos las 12 hojas que sobran entre los 3 niños.



(4) ¿Cuántas hojas recibirá cada niño?

Paquetes de 10…7÷3=2, sobra 1

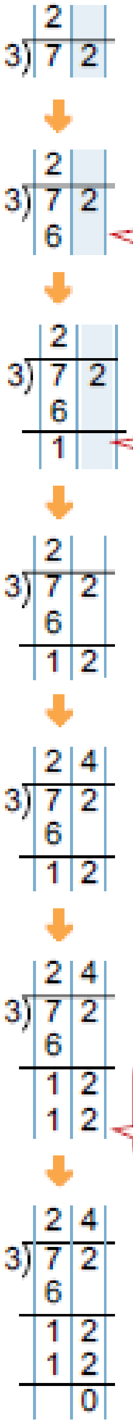
Hojas sobrantes … 12÷3=4

72÷3 < 60 ÷ 3 = ☐
12 ÷ 3 = ☐

Total ☐

Cómo calcular 72÷3 en la forma vertical

Lugar de las decenas



Dividir

7 ÷ 3 Cociente 2 residuo 1

Escribe 2 en el lugar de las decenas.

Multiplicar

3 × 2 = 6

El 6 significa que hemos repartido 6 de los 7 paquetes de10 hojas.

Restar

7 − 6 = 1

El residuo debe ser menor que el divisor.

Bajar

Baja el 2 al lugar de las unidades

Lugar de las unidades

Dividir

12 ÷ 3 = 4

Escribe 4 en el lugar de las unidades.

Multiplicar

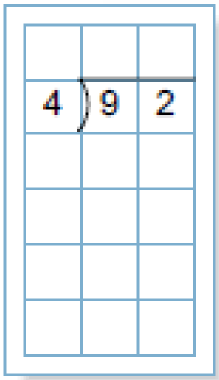
3 × 4 = 12

El 12 significa que hemos distribuido 12 hojas.

Restar

12 − 12 = 0

3 En la ilustración de abajo, el niño está calculando 92 ÷ 4 en la forma vertical. ¿Cuál es su error? Corrige el error y termina esa división.



Cuando haces una división en la forma vertical, empieza con el número que está en la posición de mayor valor.

Haz estas divisiones en la forma vertical.

① 54 ÷ 2 ② 68 ÷ 4

③ 34 ÷ 2 ④ 84 ÷ 3

4 Explica cómo se hicieron las divisiones en los incisos ① y ②.

① $$\begin{array}{r} 24 \\ 3\overline{)\,74} \\ 6 \\ \hline 14 \\ 12 \\ \hline 2 \end{array}$$

② $$\begin{array}{r} 34 \\ 2\overline{)\,69} \\ 6 \\ \hline 9 \\ 8 \\ \hline 1 \end{array}$$

5 ¿Cuál de estas dos divisiones se realizó correctamente?

ⓐ $$\begin{array}{r} 3 \\ 3\overline{)\,92} \\ 9 \\ \hline 2 \end{array}$$

ⓑ $$\begin{array}{r} 30 \\ 3\overline{)\,92} \\ 9 \\ \hline 2 \\ 0 \\ \hline 2 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 0 \\ 3\overline{)\,2} \\ 0 \\ \hline 2 \end{array}$$

¿de acuerdo?

① 85 ÷ 7 ② 94 ÷ 4 ③ 86 ÷ 3 ④ 75 ÷ 6

⑤ 68 ÷ 3 ⑥ 45 ÷ 2 ⑦ 85 ÷ 4 ⑧ 56 ÷ 5

⑨ 54 ÷ 5 ⑩ 82 ÷ 4 ⑪ 61 ÷ 2 ⑫ 42 ÷ 4

Ejercicios

1 Haz estas divisiones en la forma vertical.

páginas 40 - 42

① 78 ÷ 3 ② 96 ÷ 8 ③ 38 ÷ 2 ④ 55 ÷ 5

⑤ 48 ÷ 4 ⑥ 77 ÷ 6 ⑦ 56 ÷ 3 ⑧ 90 ÷ 7

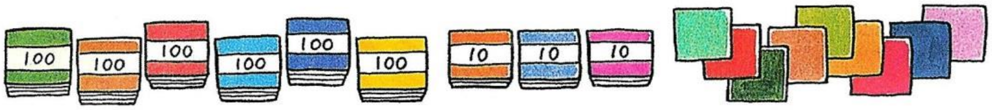
⑨ 83 ÷ 2 ⑩ 65 ÷ 3 ⑪ 98 ÷ 9 ⑫ 81 ÷ 4

2 6 niños fueron a la playa y recogieron 90 conchitas. ¿Cuántas conchitas les tocan a cada uno si se las reparten equitativamente?

páginas 40 - 42

3 Cálculo de (número de tres dígitos) ÷ (número de un dígito)

1 En mi escuela hay 639 hojas de papel de color. Se repartieron equitativamente entre 3 grupos, ¿cuántas hojas se dieron a cada grupo?



① Construye una división para este problema. $\boxed{}$

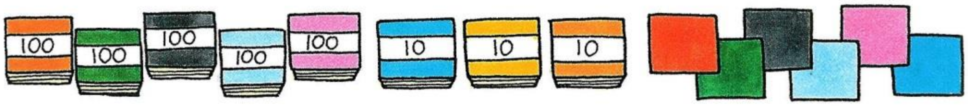
② Di aproximadamente cuántas hojas son para cada grupo.

③ Piensa cómo obtener la respuesta.

$$639 \div 3 \begin{cases} 600 \div 3 = \boxed{} \\ 30 \div 3 = \boxed{} \\ 9 \div 3 = \boxed{} \end{cases}$$

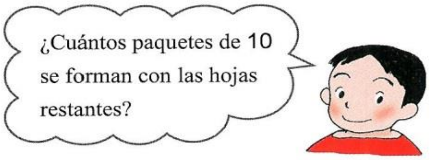
Total $\boxed{}$

2 Se repartirán equitativamente 536 hojas de papel de color entre 4 grupos. ¿Cuántas hojas recibirá cada grupo? Piensa cómo calcular la respuesta. $536 \div 4$



① Hagamos paquetes de 100 hojas.

$\underset{\text{Número de paquetes}}{5} \div 4 = \boxed{}$ residuo $\boxed{}$



② Reparte los paquetes de 10. $\boxed{} \div 4 = \boxed{}$ residuo $\boxed{}$

③ Reparte las hojas que sobraron. $\boxed{} \div 4 = \boxed{}$

④ ¿Cuántas hojas recibirá cada grupo? $536 \div 4 = \boxed{}$

⑤ Piensa cómo calcular el cociente usando la forma vertical de la división.

Cómo calcular 536÷4 en la forma vertical

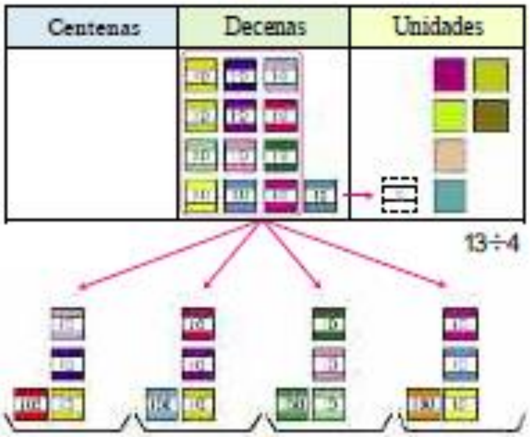
$$\begin{array}{r|l} 4) & \overline{5\;3\;6} \end{array}$$

¿En qué lugar comenzamos a dividir?

$$\begin{array}{rl} & 1 \\ 4) & \overline{5} \\ & 4 \\ \hline & 1 \end{array}$$

Divide el número de paquetes de 100.

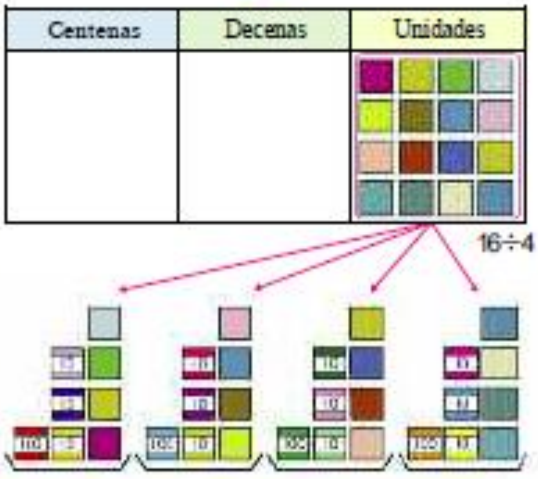
$4\overline{)\,5}$



$$\begin{array}{rll} & 1 & 3 \\ 4) & \overline{5} & \overline{3} \\ & 4 & \\ \hline & 1 & 3 \\ & 1 & 2 \\ \hline & & 1 \end{array}$$

Divide el número de paquetes de 10.

$4\overline{)\,13}$



$$\begin{array}{rlll} & 1 & 3 & 4 \\ 4) & \overline{5} & \overline{3} & \overline{6} \\ & 4 & & \\ \hline & 1 & 3 & \\ & 1 & 2 & \\ \hline & & 1 & 6 \\ & & 1 & 6 \\ \hline & & & 0 \end{array}$$

Divide el número de hojas sueltas que sobran.

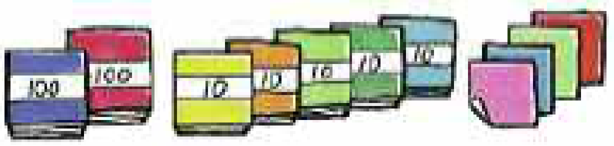
$4\overline{)\,16}$

3 Haz estas divisiones en la forma vertical.

① 482 ÷ 2 ② 264 ÷ 2 ③ 936 ÷ 3 ④ 848 ÷ 4

⑤ 628 ÷ 4 ⑥ 861 ÷ 7 ⑦ 725 ÷ 5 ⑧ 867 ÷ 3

4 Hay 254 hojas de papel de color. Si se reparten equitativamente entre 3 niños, ¿cuántas hojas recibirá cada niño y cuántas sobran?

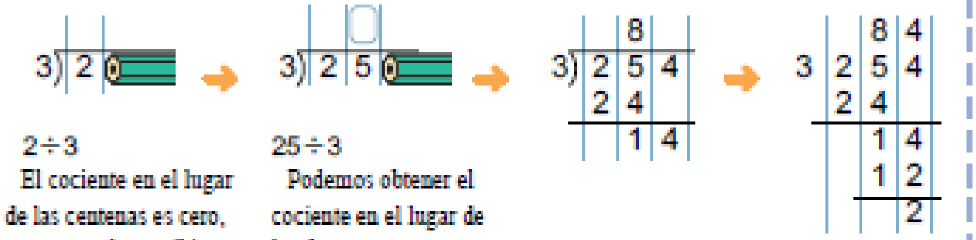


254 ÷ 3

① ¿Pueden repartirse las hojas sin abrir un paquete de 100?

② Piensa en este problema abriendo los dos paquetes de 100 hojas para formar paquetes de 10. 254 es ☐ grupos de 10 y 4 hojas sueltas.

Cómo calcular 254÷3 en la forma vertical



2 ÷ 3
El cociente en el lugar de las centenas es cero, por eso no lo escribimos.

25 ÷ 3
Podemos obtener el cociente en el lugar de las decenas.

Si el cociente es menor que 100, comenzamos en el lugar de las decenas.

① 316 ÷ 4 ② 552 ÷ 6 ③ 173 ÷ 2 ④ 581 ÷ 9

5 Veremos con detalle cómo realizar algunas divisiones.

① ¿Cómo obtenemos el cociente en la forma vertical?

(a) 420 ÷ 3

(b) 859 ÷ 8

Ⓐ
```
     140
3) 420
    3
  ----
    12
    12
  ----
      0
      0
     --
      0
```

Ⓑ
```
     140
3) 420
    3
  ----
    12
    12
  ----
      0
```

Ⓐ
```
     107
8) 859
    8
  ----
     5
     0
    ---
     59
     56
    ---
      3
```

Ⓑ
```
     107
8) 859
    8
  ----
     59
     56
    ---
      3
```

② Haz las siguientes divisiones y comprueba tus respuestas como sigue:

(divisor) x (cociente) + (residuo) = (dividendo)

① 740 ÷ 2 ② 650 ÷ 5 ③ 840 ÷ 6 ④ 810 ÷ 3

⑤ 742 ÷ 7 ⑥ 618 ÷ 3 ⑦ 958 ÷ 9 ⑧ 825 ÷ 4

Cálculo mental

·Haz 72 ÷ 4 usando cálculo mental.

72 ÷ 4

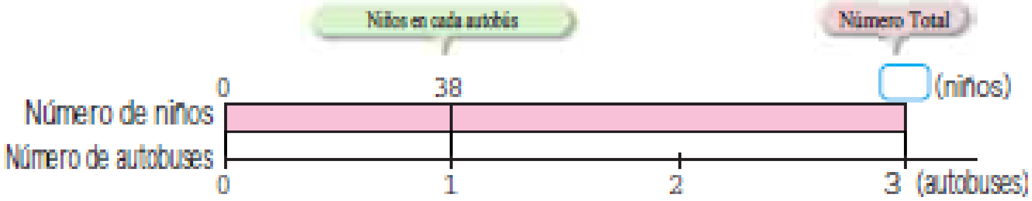
40 ÷ 4 →(4 multiplicado por 1 es igual a 4) ➡ 10

32 ÷ 4 →(4 multiplicado por 8 es igual a 32) ➡ 8

➡ Total ☐

4 ¿Qué operación aritmética debes usar?

1 Los niños de cuarto grado fueron al museo en 3 autobuses. Había 38 niños en cada autobús. ¿Cuántos niños había en total?

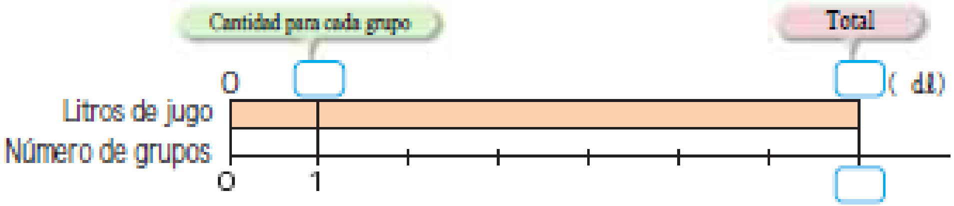


2 Repartimos equitativamente 56ℓ de jugo de naranja entre 7 grupos. ¿Cuánto se dio a cada grupo?

① ¿Qué datos conoces?

② ¿Qué necesitas obtener?

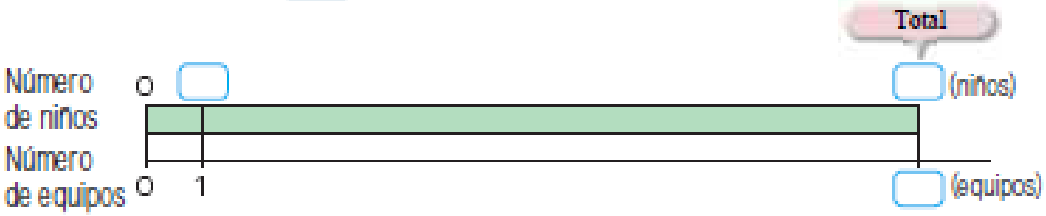
③ Escribe lo que sabes en los ☐ y calcula la respuesta.



3 En una competencia participaron 48 niños. Se organizaron en equipos de 4, ¿cuántos equipos se formaron?

① ¿Qué datos conoces? ¿Qué necesitas obtener?

② Escribe en los ☐ los datos que conoces y calcula la respuesta.



Ejercicios

1 Haz las siguientes divisiones.

páginas 44~46

① 548÷4 ② 259÷7 ③ 624÷3 ④ 367÷9

⑤ 457÷6 ⑥ 543÷5 ⑦ 963÷8 ⑧ 728÷6

2 Mariko y sus 5 amigas hicieron 360 pájaros doblando papel. Cada una hizo el mismo número de pájaros, ¿cuántos pájaros hizo cada niña?

páginas 44~45

3 Hay 436 lápices que se darán como premio en una competencia escolar. Los lápices están en cajas con 3 lápices en cada una. ¿Cuántas cajas hay? ¿Cuántos lápices más se necesitan para tener 150 cajas?

páginas 44~45

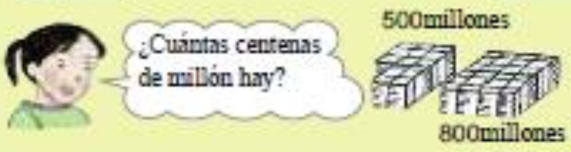
Palabras

Suma, Diferencia, Producto, Cociente

- La respuesta a una adición se llama "**suma**".
- La respuesta a una resta se llama "**diferencia**".
- La respuesta a una multiplicación se llama "**producto**".
- La respuesta a una división se llama "**cociente**" y el resto se llama "**residuo**".

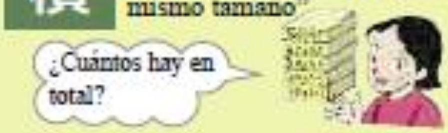
wa 和 **Suma:** Significa "reunir, agregar"

sa 差 **Diferencia:** Significa "resultado de quitar, de comparar"



seki 積 **Producto:** Significa "reunir en grupos del mismo tamaño"

shou 商 **Cociente:** Significa "repartir, medir o comparar mediante una división"

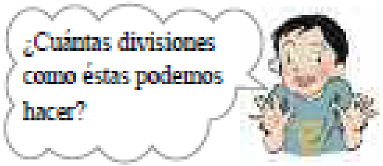


División usando tarjetas

Construyamos divisiones usando las tarjetas $\boxed{0}$, $\boxed{1}$, $\boxed{2}$, $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$ y $\boxed{6}$.

① Hagamos una división donde el cociente sea un número de 1 dígito.

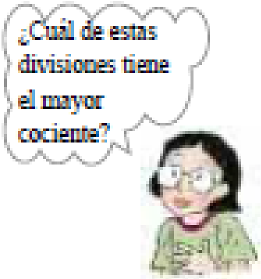
Ejemplo $\boxed{6} \div \boxed{2}$, $\boxed{1}\boxed{2} \div \boxed{3}$



② Hagamos una división donde el cociente sea un número de 2 dígitos.

Ejemplo $\boxed{4}\boxed{2} \div \boxed{3}$, $\boxed{1}\boxed{5}\boxed{2} \div \boxed{4}$

$\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$, $\boxed{}\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$

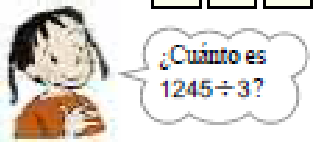


③ Hagamos una división donde el cociente sea un número de 3 dígitos.

Ejemplo $\boxed{3}\boxed{1}\boxed{4} \div \boxed{2}$

$\boxed{}\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$

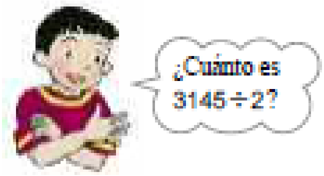
$\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$



④ ¿Podemos construir con estas tarjetas una división en la que el cociente sea un número de 4 dígitos?

$\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$

$\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$

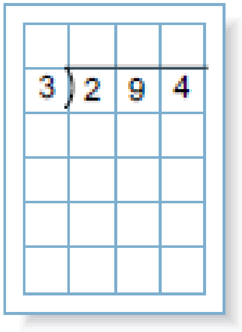


```
   1572
 2)3145
   2
   11
   10
    14
    14
      5
      4
      1
```

problemas

1 ¿Cómo puedes calcular 294÷3 en la forma vertical?

· Entender cómo hacer la división en la forma vertical.



① ¿En qué lugar debes empezar a calcular el cociente? ☐.

② El residuo 2 en el lugar de las decenas significa 2 grupos de ☐.

③ El cálculo en el lugar de las unidades es ☐÷3.

2 Haz estas divisiones usando la forma vertical.

· Hacer divisiones de (2 dígitos) ÷ (1 dígito) y (3 dígitos) ÷ (1 dígito) en la forma vertical.

① 34÷4 ② 50÷6 ③ 72÷5 ④ 86÷2

⑤ 59÷4 ⑥ 70÷5 ⑦ 97÷6 ⑧ 67÷3

⑨ 174÷6 ⑩ 759÷4 ⑪ 589÷7 ⑫ 177÷3

⑬ 828÷3 ⑭ 240÷5 ⑮ 914÷7 ⑯ 528÷5

3 En una competencia escolar 125 niños correrán en grupos de 6.

· ·Construir divisiones y entender el significado del residuo.

① ¿Cuántos grupos de 6 niños se pueden formar?

② Hay unos niños que no alcanzan a formar un grupo de 6. ¿Cuántos niños son?

4 Encuentra todos los números enteros cuyos cocientes sean 8 cuando se dividen entre 6.

· Entender la relación entre dividendo, divisor, cociente y residuo.

Ir a página 51

Ir a página 103

¿Puedes hacer esto?

Un juego con la división

- Haz equipo con un compañero y construye divisiones utilizando tarjetas numeradas del 1 al 9.

$\boxed{1}\ \boxed{2}\ \boxed{3}\ \boxed{4}\ \boxed{5}\ \boxed{6}\ \boxed{7}\ \boxed{8}\ \boxed{9}$

① Elige 4 de las 9 tarjetas para construir divisiones donde el residuo sea muy pequeño.

$\boxed{}\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$

El jugador que construya la división que deje el residuo más pequeño es el ganador.

Si los residuos son iguales, gana el jugador cuyo cociente sea menor.

Ejemplo Los jugadores eligen $\boxed{3}\boxed{4}\boxed{7}\boxed{8}$

ⓐ 478÷3 : cociente 159, residuo 1

ⓑ 738÷4 : cociente 184, residuo 2

ⓐ es el ganador

② Elige 4 de las 9 tarjetas y construye divisiones donde el residuo sea tan grande como sea posible.

$\boxed{}\boxed{}\boxed{} \div \boxed{}$.

Gana el que construya la división que deje el residuo más grande. Si los residuos son iguales, gana el jugador cuyo cociente sea mayor.

Ejemplo Los jugadores eligen $\boxed{2}\boxed{3}\boxed{5}\boxed{9}$

ⓐ 352÷9 : cociente 39, residuo 1

ⓑ 293÷5 : cociente 58, residuo 3

ⓑ es el ganador.

8 División con números de dos dígitos

Tenemos 6 cajas con 10 caramelos en cada una. Repartiremos equitativamente los caramelos entre 20 niños. ¿Cuántos recibirá cada uno?

$$60 \div 20 = \boxed{}$$

Total

Número de niños

Caramelos por niño

Yo usé las propiedades de la división:

$$\begin{array}{c} 60 \div 20 \\ \downarrow\div 2 \ \downarrow\div 2 \\ 30 \div 10 \\ \downarrow\div 5 \ \downarrow\div 5 \\ 6 \div 2 \end{array}$$

El número para cada niño se calcula en la misma forma que cuando dividimos 6 caramelos entre 2 niños.

El número que necesitamos es el que falta de $\boxed{}\times 20=60$. Si damos 1 caramelo a cada niño, $\boxed{1}\times 20=20$. Si damos 2 caramelos a cada niño, $\boxed{2}\times 20=40$, así que…

Si pongo a los niños en 2 grupos y a las 6 cajas en 2 grupos…

Piensa cómo puedes dividir con números de 2 dígitos.

1 División con números de dos dígitos (1)

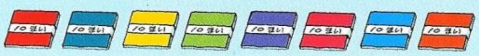
1 Hay 80 pliegos de cartulina de colores. A cada alumno le dieron 20 pliegos. ¿Cuántos niños recibieron cartulinas?

☐ ÷ ☐ = ☐

Total de pliegos — Pliegos por alumno — Número de alumnos

La idea de Susumu ▼

Pensé en paquetes de 10 cartulinas



8 ÷ 2 = ☐

Total de pliegos — Pliegos por alumno — Número de alumnos

La idea de Ayumi ▼

Yo usé las propiedades de la división

$80 \div 20 = \boxed{}$

$\downarrow \div 2 \downarrow \div 2$

$40 \div 10 = \boxed{}$

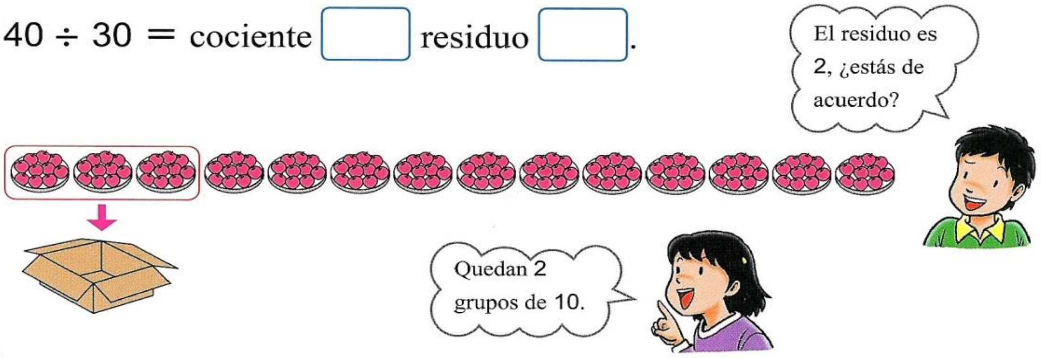
$\downarrow \div 5 \downarrow \div 5$

$8 \div 2 = \boxed{}$

80 ÷ 20 puede reducirse a 8 ÷ 2.

2 Se empacaron 140 manzanas en cajas con 30 manzanas en cada una. ¿Cuántas cajas se usaron y cuántas manzanas quedaron sueltas?

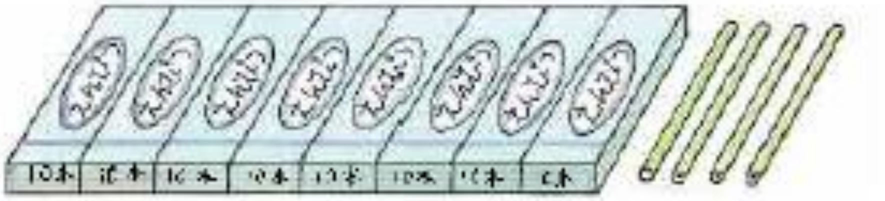
140 ÷ 30 = cociente ☐ residuo ☐.



① 60 ÷ 30 ② 160 ÷ 40 ③ 70 ÷ 20 ④ 320 ÷ 60

Calculemos en la forma vertical

3 Se repartirán equitativamente 84 lápices entre 21 niños. ¿Cuántos lápices recibirá cada uno? Piensa cómo obtener la respuesta calculando en la forma vertical.



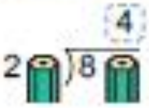
① ¿En qué lugar se escribe el primer dígito del cociente?

② Piensa en 80 ÷ 20 ¿Es lo mismo que 8 ÷ 2?

③ El cociente es 4. Comprueba si esta respuesta es correcta.

Cómo calcular 84 ÷ 21 en la forma vertical

$$\begin{array}{r} \square \\ 21\overline{)\,84} \end{array} \rightarrow$$



$$\rightarrow \begin{array}{r} 4 \\ 21\overline{)\,84} \\ 84 \end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 4 \\ 21\overline{)\,84} \\ 84 \\ \hline 0 \end{array}$$

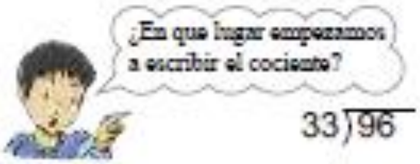
Dónde iniciar → **Divide** → **Multiplica** → **Resta**

Haz las siguientes divisiones en la forma vertical.

① 99 ÷ 33 ② 84 ÷ 42 ③ 63 ÷ 21 ④ 64 ÷ 32

⑤ 48 ÷ 23 ⑥ 97 ÷ 32 ⑦ 29 ÷ 13 ⑧ 91 ÷ 44

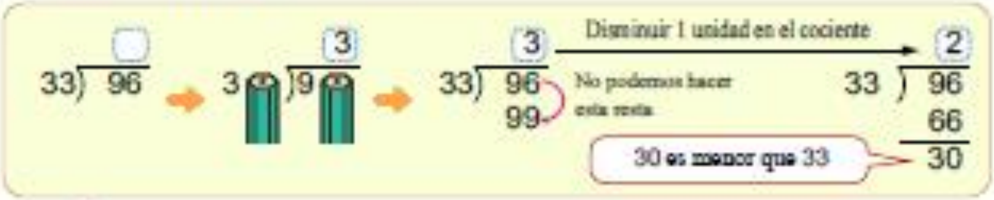
Cómo iniciar el cálculo del cociente (1)



4 Pensemos cómo calcular 96 ÷ 33 en la forma vertical.

① Observa que 90 ÷ 30 es lo mismo que 9 ÷ 3.

② ¿Es correcto el cociente?



Llamaremos "**cociente provisional**" al primer intento que hacemos para calcular el cociente. Si el cociente provisional es muy grande, hay que intentar con uno más pequeño.

5 Pensemos cómo calcular 68 ÷ 16 en la forma vertical.

① Calcula un cociente provisional.

② Multiplica el divisor por el cociente provisional.

③ Remplazarlo con un número menor en 1.

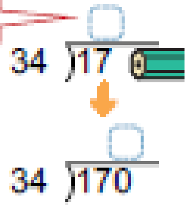
④ Remplazarlo con el siguiente número menor.

① 54 ÷ 14 ② 60 ÷ 12 ③ 68 ÷ 24 ④ 79 ÷ 13

⑤ 70 ÷ 14 ⑥ 69 ÷ 15 ⑦ 97 ÷ 16 ⑧ 72 ÷ 15

Cómo iniciar el cálculo del cociente (2)

El cociente no se empieza a escribir aquí.



6 Pensemos cómo calcular 170÷34 en la forma vertical.

① ¿En qué lugar se escribió el primer dígito del cociente?

② Pensemos en 170÷30. Calcula un cociente provisional usando 17÷3

Cómo calcular 170÷34 en la forma vertical

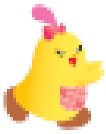
Cómo iniciar el cálculo del cociente (3)

7 Veamos cómo calcular 326÷36 en la forma vertical.

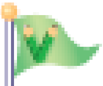
① ¿En qué lugar se escribió el primer dígito del cociente?

② Nota que 320÷30 es igual a 32÷3

Cómo calcular 326+36 en la forma vertical



Si el cociente provisional es 10 o mayor que 10, remplázalo con 9.

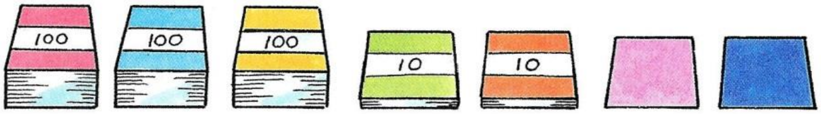


① 255÷51 ② 284÷71 ③ 191÷24 ④ 218÷38

⑤ 208÷21 ⑥ 217÷25 ⑦ 257÷29 ⑧ 143÷18

2 División con números de dos dígitos (2)

1 Se repartirán equitativamente 322 cartulinas de colores entre 14 alumnos. ¿Cuántas cartulinas le tocan a cada uno?



① Escribe una división.

☐

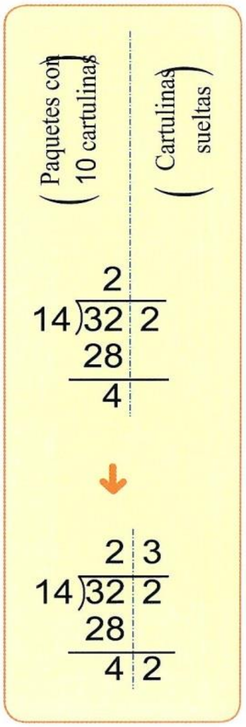
¿Pueden repartirse 3 paquetes con 100 cartulinas cada uno entre 14 niños, sin tener que abrir un paquete?

② ¿En qué lugar empezarás a calcular el cociente?

③ Cambia los paquetes de 100 por paquetes de 10, ¿cuántos paquetes de 10 se forman?

④ Reparte los paquetes de 10 cartulinas entre los 14 niños.

☐ ÷ 14



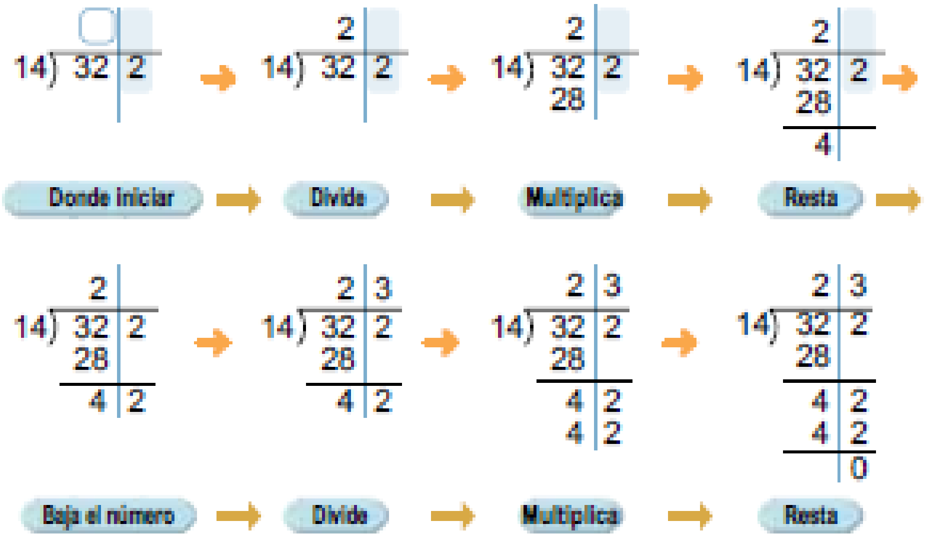
⑤ Imagínate que abres los paquetes de 10 cartulinas que sobran, ¿cuántas cartulinas son?

⑥ Reparte las cartulinas que quedan entre los 14 niños.

☐ ÷ 14

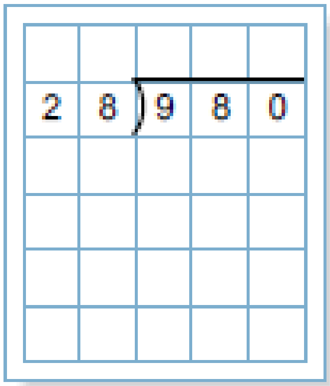
⑦ ¿Cuántas cartulinas se dan a cada niño? ¿Cuántas cartulinas sobran?

Cómo calcular 322+14 en la forma vertical



Primero decidimos en qué lugar empezaremos el cálculo, escribimos ahí el primer dígito del cociente. Después multiplicamos, restamos y bajamos el número que queda. Si es necesario repetimos esos pasos. ¡Al hacer la división debemos decidir qué hacer!

2 Calcula 980÷28 en la forma vertical. ¿En qué lugar escribirás el primer dígito del cociente?



① 736÷16　② 810÷18　③ 851÷26

④ 585÷39　⑤ 612÷36　⑥ 578÷23

Divisiones donde hay cero en el cociente

3 Veamos cómo calcular 607 ÷ 56

$$56\overline{)60}$$

① ¿En qué lugar se ha escrito el primer dígito del cociente?

② ¿Qué dígito ocupa el lugar de las unidades en el cociente?

$$\begin{array}{r} 1\square \\ 56\overline{)607} \\ \underline{56} \\ 47 \end{array}$$

4 El cálculo de 859 ÷ 21 se muestra a la derecha. Explica los métodos de cálculo de los ⓐ alumnos y ⓑ.

ⓐ

$$\begin{array}{r} 40 \\ 21\overline{)859} \\ \underline{84} \\ 19 \\ \underline{00} \\ 19 \end{array}$$

ⓑ

$$\begin{array}{r} 40 \\ 21\overline{)859} \\ \underline{84} \\ 19 \end{array}$$

1 Haz estas divisiones.

① 705 ÷ 34
② 913 ÷ 13
③ 856 ÷ 42
④ 531 ÷ 26
⑤ 576 ÷ 56
⑥ 942 ÷ 47

2 Completa las siguientes divisiones, si hay errores corrígelos.

①

$$\begin{array}{r} 2 \\ 22\overline{)446} \\ \underline{44} \\ 6 \end{array}$$

②

$$\begin{array}{r} 21 \\ 31\overline{)645} \\ \underline{62} \\ 25 \\ \underline{31} \\ 6 \end{array}$$

③

$$\begin{array}{r} 10 \\ 57\overline{)704} \\ \underline{57} \\ 34 \end{array}$$

3 Propiedades de la división y la multiplicación


Hicimos esto en la página 32.

1 Haz estos cálculos usando estas propiedades de la división:

> En una división, el cociente no cambia si el dividendo y el divisor se multiplican por un mismo número.
>
> Tampoco cambia el cociente si el dividendo y el divisor se dividen entre un mismo número.

① 1500 ÷ 500 = ☐
↓÷☐ ↓÷☐
☐ ÷ ☐ = ☐

② 24000 ÷ 3000 = ☐
↓÷☐ ↓÷☐
☐ ÷ ☐ = ☐

2 Compara las 2 operaciones que se dan y escribe los números que faltan en los ☐

① 40 × 6 = 240
↓×☐ ↓÷☐
80 × 3 = 240

② 80 × 3 = 240
↓÷☐ ↓×☐
40 × 6 = 240

③ 40 × 6 = 240
↓×☐ ↓×☐
80 × 6 = 480

④ 80 × 6 = 480
↓÷☐ ↓÷☐
40 × 6 = 240

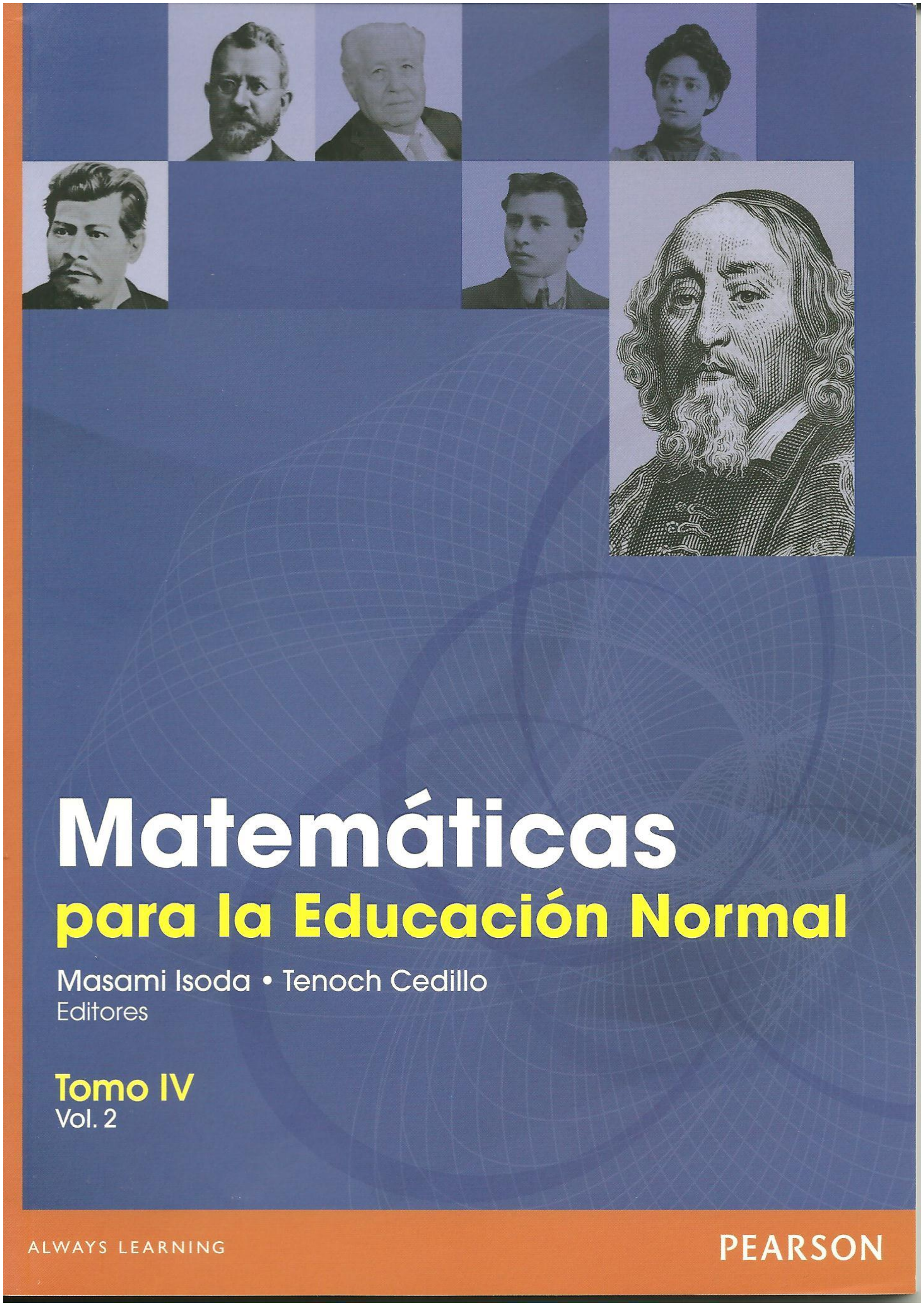
⑤ 40 × 6 = 240
↓×☐ ↓×☐
40 × 12 = 480

⑥ 40 × 12 = 480
↓÷☐ ↓÷☐
40 × 6 = 240


Nota que algunas propiedades son de la multiplicación y otras de la división.

Verifica esas propiedades aplicándolas en otras operaciones.


TOMO IV VOL. 2



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

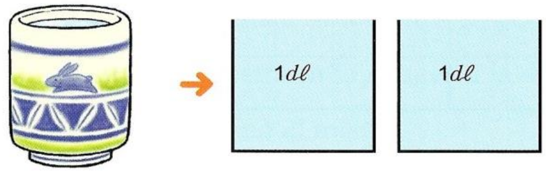
Tomo IV
Vol. 2

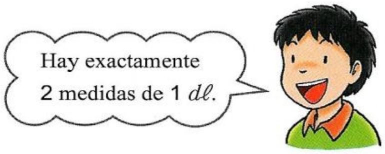
ALWAYS LEARNING

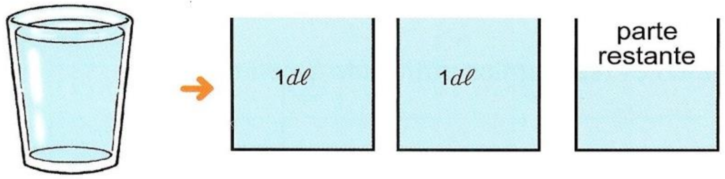
PEARSON

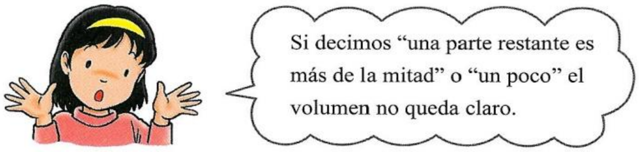
10 Decimales

Compara el volumen de agua que contiene cada recipiente usando como unidad el decilitro ($d\ell$).







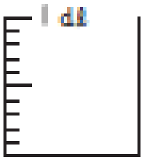


1 Cómo medir volúmenes más pequeños

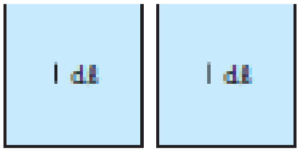
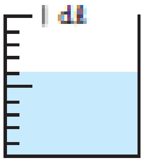
1 ¿Cuántos $d\ell$ de agua crees que contenga un vaso?

Veamos cómo expresar la parte restante con números.

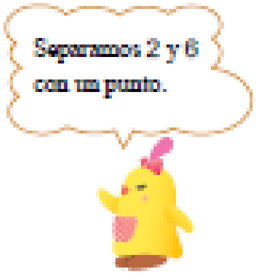
① Divide un recipiente de 1 dℓ en 10 partes iguales.



② ¿Cómo expresamos el volumen de agua usando dℓ?

El número de medidas de 1dℓ	El número de unidades de la parte restante
	
2 medidas	6 unidades

$\boxed{2.6}$ dℓ



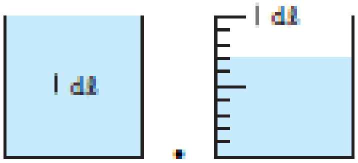
2.6 dℓ se lee "**dos punto seis decilitros**".

2 ¿Cuántos decilitros de agua contienen los siguientes recipientes?

① Una taza de sopa

$\boxed{\quad . \quad}$ dℓ

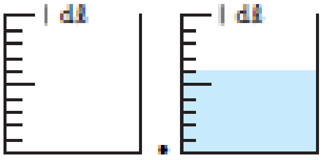
② Un tazón de arroz



$\boxed{\quad . \quad}$ dℓ

3 ¿Cuántos decilitros de agua contienen los siguientes recipientes?

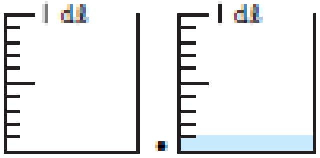
① Recipiente de yogurt



☐ . ☐ dℓ

Observa que el volumen es menor que 1 dℓ. En este caso se escribe 0 para el valor de las unidades, después un "punto" y por último un 6 después del punto. En resumen, este volumen se expresa como 0.6 dℓ y se lee "**cero punto seis decilitros**".

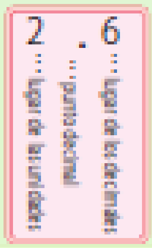
② Recipiente de crema para el café.



☐ . ☐ dℓ

Cada división en la escala pequeña indica 0.1 dℓ.
De las 10 partes iguales 0.1 es una de ellas.
0.6 dℓ significa 6 veces 0.1 dℓ.

A números como 2.6, 0.6 y 0.1 se les llama "**números decimales**". En el caso del "." (el punto) se le llama "**punto decimal**". El lugar a la derecha del punto decimal se llama el "**lugar de los décimos**".

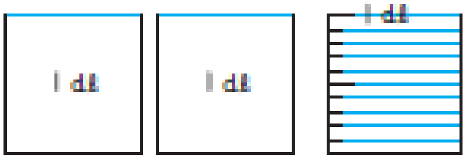


¿Cuántos decilitros hay en los siguientes volúmenes? Anota tu respuesta con números decimales.

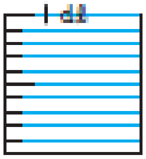
① 3 veces 0.1dℓ
② 9 veces 0.1dℓ
③ 3dℓ y 5 partes de 0.1dℓ

4 Ilumina la parte que corresponde al volumen que se indica.

① 2.8 dℓ



② 0.4 dℓ

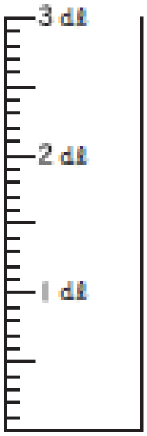


5 Este florero puede contener 2.4 dℓ de agua.

① Si se vierten en él 2 dℓ, ¿cuántos decilitros caben aún?

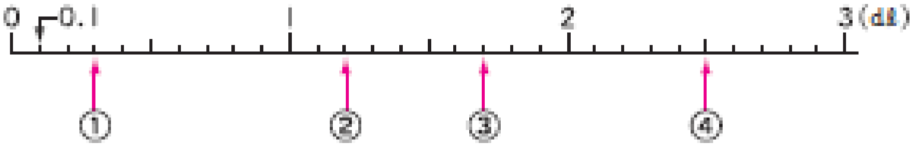
② Colorea en la escala de la derecha el volumen de agua contenida en el florero.

③ ¿Cuántos 0.1 dℓ necesitas para tener 2.4 dℓ?



6 ¿Cuántos decilitros indican cada una de las 4 flechas en la siguiente figura?

¿A cuántos 0.1 dℓ equivale cada una de esas cantidades?



Escribe los números correctos en el ☐.

① 2dℓ y 0.7dℓ son ☐ dℓ

② 1 dℓ y ☐ dℓ son 1.8 dℓ

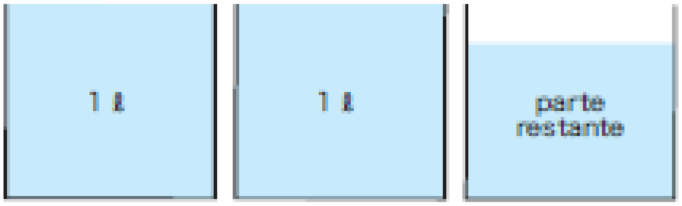
③ 1.6dℓ equivale a ☐ 0.1dℓ.

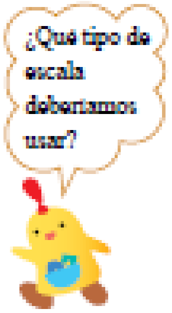
④ 21 veces 0.1dℓ es igual a ☐ dℓ .

⑤ 2 veces 1 dℓ y 3 veces 0.1 dℓ es igual a ☐ dℓ.

7 Midamos el volumen de una cubeta para saber cuántos litros de agua puede contener.

①)¿Cómo se expresa la parte restante con números decimales?



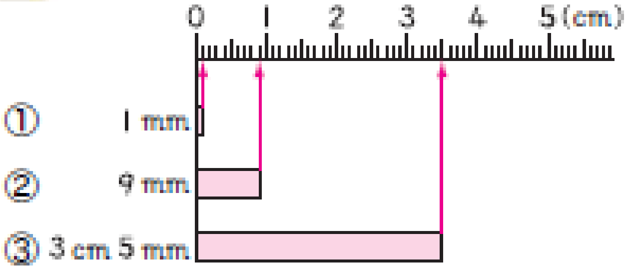


② ¿Cuántos litros son? ☐.☐ ℓ

2ℓ y 8 unidades más puequeñas de la parte restante.

> La parte restante se puede expresar con un número decimal si construimos una unidad de un décimo de litro: 0.1ℓ

8 Observa la escala y escribe con números decimales la longitud marcada usando cm.

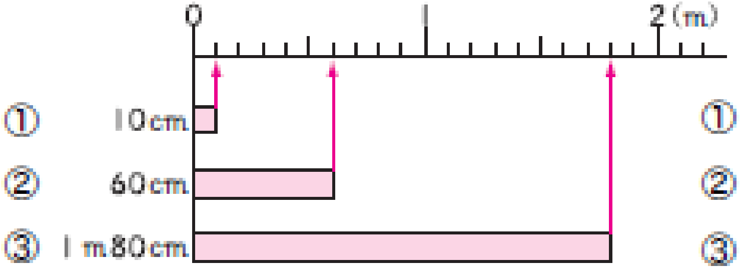


① ☐ cm

② ☐ cm

③ ☐ cm

9 Observa la escala y escribe con números decimales la longitud marcada usando cm.



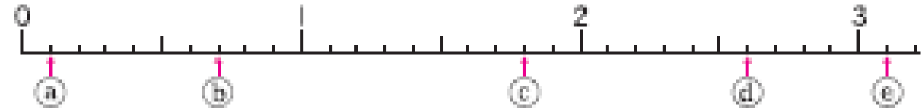
① ☐ m

② ☐ m

③ ☐ m

2 El sistema de numeración decimal

1 Observa la ubicación de las flechas en la siguiente figura.



① Escribe el número decimal que señala cada flecha.

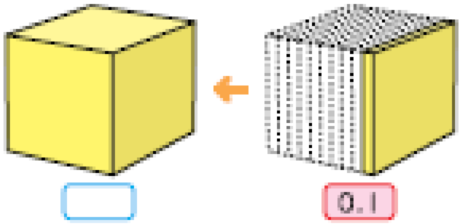
② ¿Cuántas veces cabe 0.1 en cada uno de esos números decimales?

La línea de arriba se conoce como "recta numérica" y está dividida en segmentos de igual longitud que representan números en la escala.

En una recta numérica, un número es mayor que el que está a su izquierda.

③ ¿Cuál es mayor, 0 o 0.1?

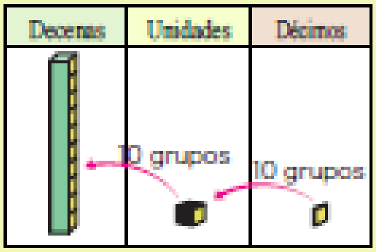
2 ¿A qué número equivale 10 veces 0.1?



	Lugar de las unidades	Lugar de los décimos
1 vez 0.1 →	0 .	1
10 veces 0.1 →		

En los números enteros, cuando se reúne un grupo de 10 unidades se forma una unidad de mayor valor.

En los números decimales también se forma una unidad de mayor valor cuando se reúne un grupo de 10 unidades.



3 Completa en los casilleros vacios.

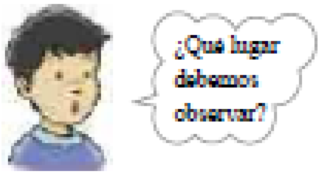
① 0.6 — 0.7 — ☐ — 0.9 — ☐ — ☐

② 5.2 — 5.1 — ☐ — 4.9 — 4.8 — ☐

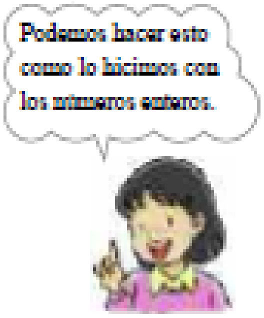
4 ¿Cuál es mayor, 3.1 ó 2.9?

① Verifica tu respuesta en la recta numérica de **1**.

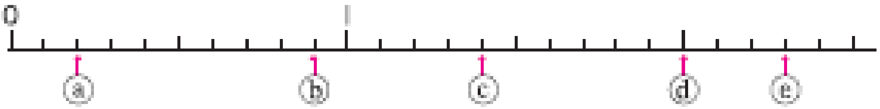
② Verifica tu respuesta usando la figura de la derecha.



Unidades	Décimos
3	1
2	9



1 Escribe los números que indican las flechas en la recta numérica de abajo.



2 Escribe los números correctos en el recuadro ☐.

① 2.5 equivale a ☐ veces 0.1

② 0.7 equivale a ☐ veces 0.1

③ 18 veces 0.1 es ☐.

3 ¿Cuál es el número mayor en cada pareja?

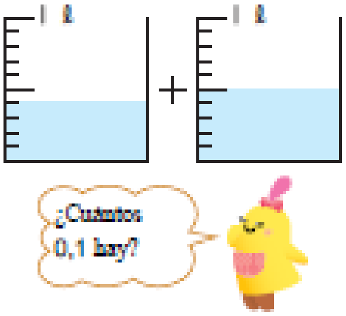
① 3 o 3.1　　② 4.6 o 3.8　　③ 1.2 o 0.9

4 Busca en los objetos a tu alrededor lo que se exprese con números decimales.

3 Suma y resta con números decimales

1 La familia de Naoko consumió 0.4 ℓ de leche en la mañana y 0.5 ℓ en la tarde. ¿Cuántos litros de leche bebieron en total?

0.4+0.5



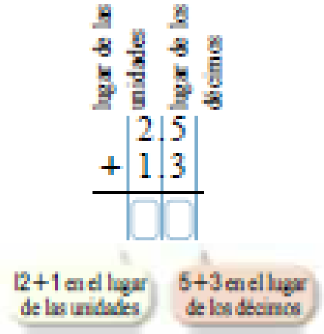
2 En una jarra hay 2.5 dℓ de jugo de naranja y en otra 1.3 dℓ. ¿Cuántos decilitros de jugo hay en total?

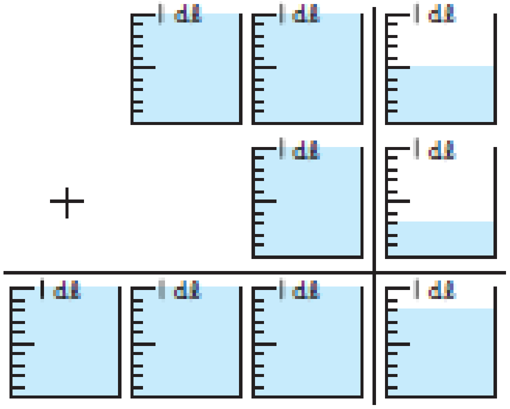
2.5+1.3

Imagina cómo puedes calcular la respuesta.

① Calcula primero cuántos 0.1 hay.

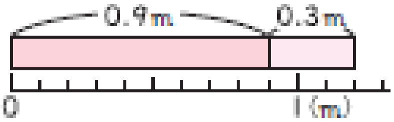
② Podemos sumar números decimales del mismo modo que lo hicimos con los números enteros. Escribe los números en la forma vertical.





① 0.2+0.5 ② 0.8+0.1 ③ 3.2+1.6 ④ 2.8+7.1

3 ¿Cuál es la longitud total si unes un cordón que mide 0.9 m con otro que mide 0.3 m?



0.9+0.3

① Observa cuántas unidades de 0.1 hay.

② Haz esta operación en la forma vertical.

	0 .	9
+	0 .	3

Como sé que la respuesta es mayor que 1, moveré el 1 al lugar de las unidades.

4 Haz estas sumas en la forma vertical.

① 2.3+4.8 ② 0.9+7.1 ③ 5+3.4

+		

+		

+		

Si el número en el último lugar de la respuesta es 0, ¿qué podemos hacer con el 0?

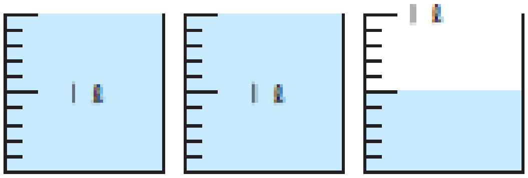
1 Tenemos un recipiente que contiene 5.6 ℓ de agua y agregamos 0.9 ℓ ¿Cuánta agua tenemos en total?

2 Realiza las siguientes operaciones en la forma vertical.

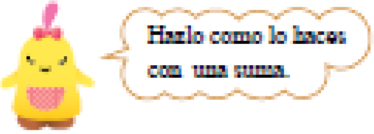
① 0.4+0.8 ② 0.6+0.7 ③ 3.2+1.9 ④ 4.7+3.4

⑤ 2.9+0.3 ⑥ 7.3+0.7 ⑦ 0.1+0.9 ⑧ 6+3.5

5 Había 2.5 ℓ de leche y se tomaron 1.2 ℓ para hacer un pastel. ¿Cuántos litros quedan?



2.5 − 1.2



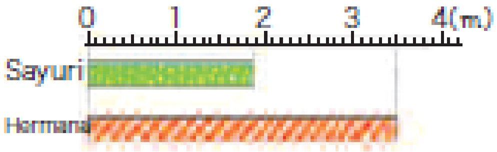
① Observa cuántos 0.1 de litro hay.

② Haz la operación en la forma vertical.

	2 .	5
−	1 .	2

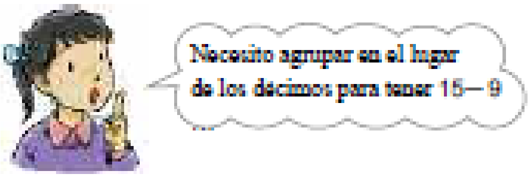
6 Sayuri tiene un listón de 1.9 m y su hermana uno de 3.5 m. ¿Cuál listón es más largo? ¿Cuánto más?

3.5 − 1.9



① Observa cuántos 0.1 de metro tienen.

② Calcula la respuesta en la forma vertical.



	3 .	5
−	1 .	9

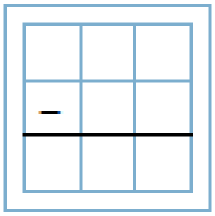
Haz estas restas en la forma vertical.

① 0.7 − 0.3　② 0.9 − 0.6　③ 3.9 − 1.5　④ 6.7 − 1.4

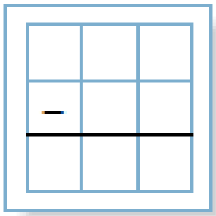
⑤ 2.8 − 0.5　⑥ 4.1 − 1.7　⑦ 5.4 − 2.5　⑧ 2.8 − 0.9

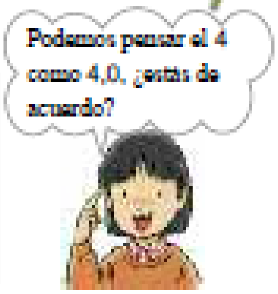
7 Piensa cómo calcular la respuesta en la forma vertical.

① 4.2 − 3.8



② 4 − 1.8





① 2.4 − 1.6 ② 1.5 − 0.9 ③ 3 − 1.2 ④ 2 − 0.7

Ejercicios

1 Escribe los números correctos en los ☐. páginas 23~24

① 3dℓ y ☐ dℓ suman 3.4 dℓ

② 2.3dℓ son ☐ veces 0.1 dℓ

③ 1 m y 0.7m forman ☐ m.

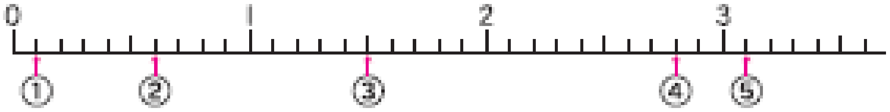
④ 27 veces 0.1 cm es ☐ cm.

2 Escribe los siguientes números. páginas 23~24

① La suma de 2 y 0.7

② 43 veces 0.1

3 Escribe los números que señalan las flechas en la recta numérica. páginas 25~26

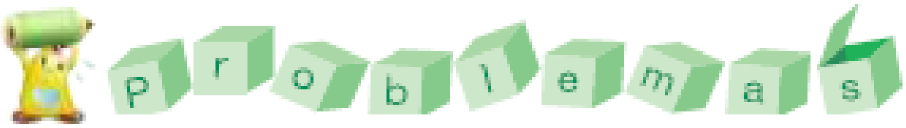


4 ¿Qué número es más grande? páginas 25~26

① 0.8 o 1.1 ② 2.3 o 3.2 ③ 5 o 5.1

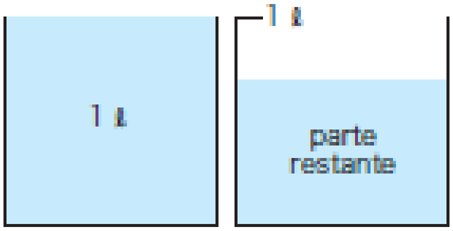
5 Realiza las siguientes operaciones. páginas 27~30

① 0.2 + 0.9 ② 4.3 + 0.7 ③ 6.2 − 5.8 ④ 5 − 4.1



problemas

1 Algunos alumnos usaron una botella de 1ℓ para medir la cantidad de agua que había en un recipiente. Se llenó una vez la botella y quedó agua en el recipiente. Completa la información que se pide abajo.



・Entender cómo expresar las partes restantes.

① Para expresar este volumen usando como unidad el litro, podemos dividir 1 ℓ en ☐ partes iguales.

2 Escribe los números correctos en el recuadro ☐ ・Entender la estructura de los decimales.

① 1.4 son ☐ grupos de 0.1.

② ☐ veces 0.1 es igual a 1.

③ 2.5 es la suma de 2 y ☐.

3 Hay 0.8 ℓ de salsa de soya en un frasco y 1.1 ℓ en otro. ¿Cuántos litros de salsa hay en total? ¿Cuál es la diferencia en litros de la cantidad de salsa que hay en los dos frascos? ・Escribir expresiones decimales y encontrar las respuestas.

4 Agrupa los siguientes números decimales según se indica.

・Entender cómo ordenar los decimales y entender la relación con los números enteros.

1.5 ,0.9 ,4.1 ,0.1 ,1.4 ,1.1 ,10.3 ,2.6 ,1.8

① Los que son mayores que 0 y menores que 1

② Los que son mayores que 1 y menores que 2

③ Los que son mayores que 2

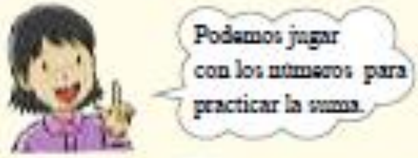
Ir a la página 32
Ir a la página 93

¿Puedes hacer esto?

Resolvamos problemas con números decimales.

1 Escribe en los □ números del 0 al 9 para realizar las siguientes sumas.

$$\begin{array}{r} \square.\square \\ +\ \square.\square \\ \hline \square.\square \end{array} \qquad\qquad \begin{array}{r} \square.\square \\ +\ \square.\square \\ \hline \square\square.\square \end{array}$$



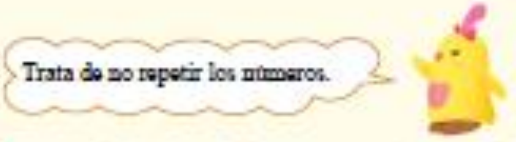
2 Escribe números en los □ para que el resultado de la suma sea igual a 10.

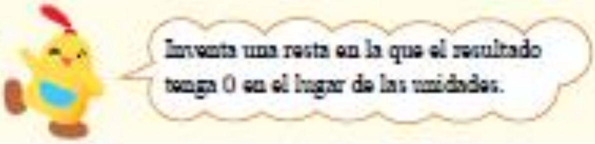
$$\begin{array}{r} \square.\square \\ +\ \square.\square \\ \hline 10.\cancel{0} \end{array}$$

$$\begin{array}{r} 6.5 \\ +\ 3.5 \\ \hline 10.\cancel{0} \end{array} \qquad \begin{array}{r} 5.5 \\ +\ 4.5 \\ \hline 10.\cancel{0} \end{array}$$

3 Inventa algunas restas con números decimales y hazlas como lo hiciste con las sumas.

$$\begin{array}{r} \square.\square \\ -\ \square.\square \\ \hline \square.\square \end{array}$$





11 Redondeo de números

Oficina Municipal (Ciudad de Koganei en Tokio Metropolitano)

La tabla muestra el censo de la población de la Ciudad de Moriyama en días distintos. El número de habitantes cambia debido a la natalidad y al movimiento de personas que llegan o salen de la ciudad. Hoy es 7 de diciembre. ¿Qué podemos decir de la población en este día?

Fecha	Población
Oct. 1	57 370
Oct. 15	57 408
Nov. 1	57 523
Nov. 15	57 510
Dic. 1	57 721

Dado que la población cambia día con día, podemos expresarla con un número aproximado. Como los números en las centenas son 3, 4, 5, 5 y 7, podemos usar al 5 como valor intermedio entre el 3 y el 7. Así podemos decir que el 7 de diciembre la población debe ser alrededor de 57 500 habitantes.

En el lugar de las decenas de millar y el lugar de los millares los números no cambiaron, por lo que podemos redondear y decir que la población es aproximadamente 57 000.

El redondeo facilita comparar la población de ciudades diferentes.

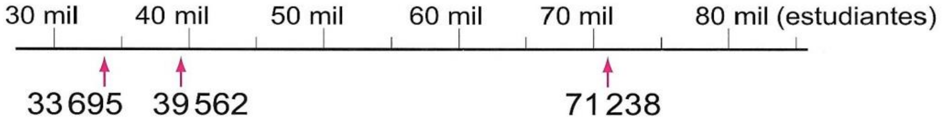
A ti, ¿qué se te ocurre?

Veamos cómo redondear números y cómo usarlos.

1 La siguiente tabla muestra el número de estudiantes en la provincia de Akira. Colorea en la tabla las figuras que corresponden a cada número para representar gráficamente esa población.

(👤... 10 mil)

Escuela primaria	71 238	👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤
Escuela secundaria	39 562	👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤
Bachillerato	33 695	👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤 👤



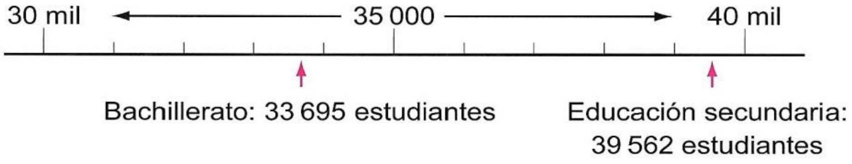
① El número de alumnos de primaria es 71 238. ¿Este número está más cerca de 70 mil o de 80 mil? ¿Cuántas decenas de millar tiene esta población? ¿Cuántas siluetas 👤 deberás colorear?

Si aproximas un número a la unidad más cercana se le llama **número redondeado**. Por ejemplo, 71 238 es cercano a 70 mil y se redondea a 70 000.

② ¿Cuántas decenas de millar tiene el número de alumnos de secundaria? ¿Y el de bachillerato? ¿Cuántas 👤 debes colorear?

Expresar números mediante redondeo

2 ¿Cómo puedes expresar el número de estudiantes de educación secundaria y bachillerato redondeando a decenas de millar?



¿Qué valor posicional debes observar?

Cómo redondear números

Si queremos redondear un número a la decena de millar más cercana, debemos observar el número que está en el lugar de los millares y el número que está a su derecha.

Como 33 695 es menor que 35 000, podemos redondearlo a la decena de millar más cercana como sigue: como 0.

0000
~~33 695~~ → 30 000
Alrededor de 30 mil

Si el número en el lugar de los millares es 0, 1, 2, 3 o 4 podemos dejar ese número así y reemplazar los números a la derecha con 0000.

Como 39 562 es mayor que 35 000 y menor que 40 000 podemos redondearlo a la decena de millar más cercana como sigue:

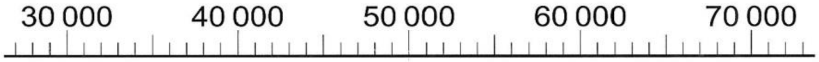
10 000
~~39 562~~ → 40 000
Alrededor de 40 mil

Si el número en el lugar de los millares es 5, 6, 7, 8 o 9, sumamos 1 al número de las decenas de millar y reemplazamos los números a la derecha con 0000.

El método anterior, en el que se aproxima una cantidad a una menor o mayor, se le llama **redondeo**.

3 Redondea los números siguientes a la decena de millar más cercana.

① 37 218 ② 44 918 ③ 51 236 ④ 65 001 ⑤ 65 000



Redondea los números siguientes a la unidad que se indica.

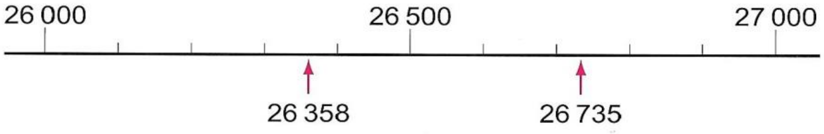
① 361 (centenas)
② 4 782 (centenas)
③ 53 472 (millares)
④ 425 000 (decenas de millar)

4 La siguiente tabla muestra la población de la Ciudad del Este y la Ciudad del Oeste.

Ciudad del Este	26 358
Ciudad del Oeste	26 735

① ¿Cuántas decenas de millar tiene la población de cada ciudad?

② ¿Cuántos millares tiene la población de cada ciudad?



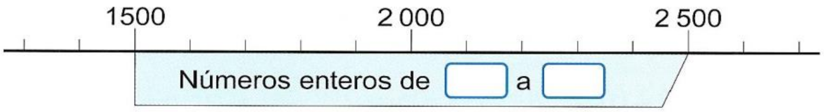
5 Analicemos números que están alrededor de 2 000.

① Redondea los siguientes números a la unidad de millar más cercana.

1 350, 1 499, 1 500, 1 502, 2 001,

2 499, 2 500, 2 501, 2 570, 2 608

② Encuentra el mayor y el menor número cuyo redondeo a la unidad de millar más cercana sea 2 000.

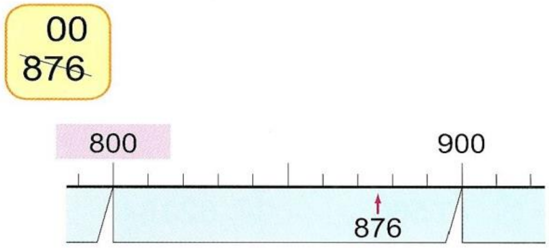


6 Redondea las siguientes cantidades respecto al primer y segundo valor posicional más cercano. Analiza qué dígito debes redondear y anota tus respuestas en la siguiente tabla.

Desde el primer lugar de la izquierda.
↓
7869
└ Desde el segundo lugar de la izquierda.

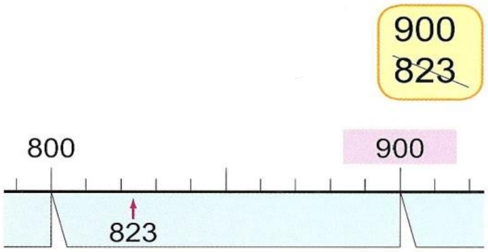
	7 869	4 139	52 630
El más cercano a la primera posición de la izquierda	8 000		
El más cercano a la segunda posición de la izquierda	7 900		

7 ¿Cuántos grupos de 100 podemos hacer con 876 hojas de papel?



Cuando se reemplaza una cantidad menor que 100 por un 0 se le llama **redondeo hacia abajo** a la centena más cercana.

8 ¿Cuántos vagones de tren se necesitan para transportar en grupos de 100 a 823 turistas?

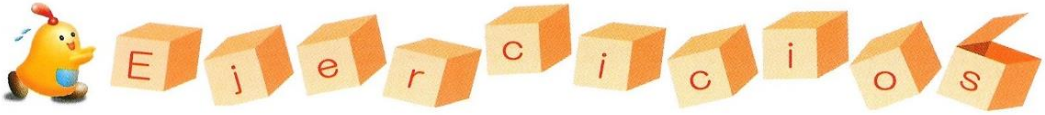


Cuando se reemplaza una cantidad menor que 100, por un 100, sumando un 1 a las centenas, se le llama **redondeo hacia arriba** a la centena más cercana.

Observa que al redondear debes decidir si **redondeas hacia abajo** o **redondeas hacia arriba**.
La forma usual es redondear a la unidad más cercana de mayor valor.

Redondea hacia abajo los siguientes números respecto a la segunda posición de la izquierda. Luego redondea hacia arriba respecto a la primera posición de la izquierda.

① 28 138 ② 3 699 ③ 42 500 ④ 9 810



1 Redondea los números según se indica. Páginas 35~36

① A la decena de millar más cercana.

ⓐ 47 560 ⓑ 623 845 ⓒ 284 999

② Redondea el número en el lugar de las centenas a la unidad de millar más cercana.

ⓐ 38 500 ⓑ 513 291 ⓒ 49 781

③ Redondea al más cercano respecto a la segunda posición desde la izquierda.

ⓐ 67 325 ⓑ 748 500 ⓒ 195 000

2 Utiliza los siguientes números para responder las preguntas. Páginas 36~37

38 478, 37 400, 38 573, 37 501,
38 500, 37 573, 38 490, 37 499

① ¿Cuál de ellos es 38 000 cuando se redondea a la unidad de millar más cercana?

② ¿Cuál de ellos es 37 000 cuando se redondea a la unidad de millar más cercana?

③ ¿Cuál de ellos es 39 000 cuando se redondea hacia arriba a la unidad de millar más cercana?

De compras en el supermercado

1 Para un paseo escolar cada alumno puede llevar hasta 500 yenes y elegir entre los siguientes bocadillos.

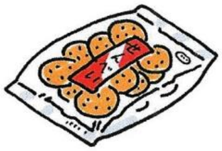
¿Qué combinaciones puede elegir Akio?

Galletas
395 yenes

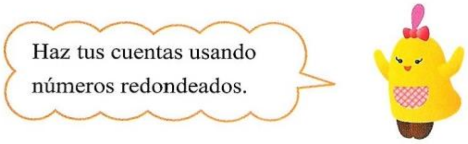
Barra de chocolate
198 yenes

Pretzels
188 yenes

Chicles
103 yenes



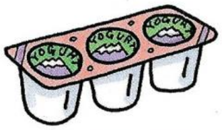
Galletas de arroz
296 yenes



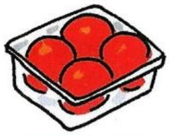
2 ¿Cuántos billetes de 1 000 yenes debe llevar la mamá de Akio para comprar los siguientes productos?

Shampoo
848 yenes

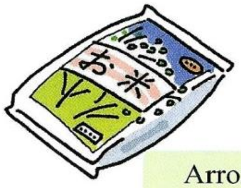
Manzanas
398 yenes



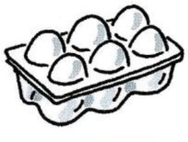
Yogurt
288 yenes



Tomates
198 yenes

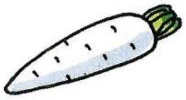


Arroz
1 980 yenes



Huevos
248 yenes

Detergente
555 yenes



Rábano
148 yenes

Problemas

1 Revisa las siguientes afirmaciones y escribe (C) si se utiliza correctamente el redondeo o (I) si su uso es incorrecto. ● Cómo usar correctamente el redondeo de números.

① (   ) En la prueba de matemáticas obtuve 68 puntos, entonces puedo decir que es casi 100.

② (   ) En la biblioteca de la escuela hay 8 725 libros, entonces puedo decir que hay cerca de 9 000 libros.

2 Redondea los siguientes números a la unidad de millar más cercana. Después redondéalos a la decena de millar más cercana.

● Cómo redondear números a un valor posicional dado.

① 36 420 ② 43 759 ③ 239 500

3 Redondea los siguientes números respecto a la primera posición desde la izquierda. Después redondéalos a la segunda posición desde la izquierda.

● Cómo expresar números redondeados al primer valor posicional desde la izquierda.

① 4 586 ② 62 175 ③ 832 760

4 ¿Con cuántos billetes de 10 yenes podemos reunir 789 000 yenes? ¿Cuántos yenes hay en 10 billetes de 10 yenes?

● Cuándo utilizar el redondeo de números.

5 Al redondear el número 85 (   ) 94 a la unidad de millar más cercana obtuve 85 000. ¿Qué números hay que escribir en el (   ) para que ese redondeo sea correcto? ● Hallar el número original a partir de un número redondeado.

☐ Ir a la página 41

¿Puedes hacer esto?

¿Dónde se usa el redondeo de números?

- Observa números redondeados en periódicos y libros

El Resultado

La población de una entidad (1,800,000) y los pasajeros del nuevo tren a Tokaido (81,000) son aproximaciones hechas mediante el redondeo de números. La longitud de un río (322 km), la altura de una montaña (3,190 m) y la profundidad máxima de un lago (327 m) también son números que se han redondeado.

Observación

Encontramos que se usa mucho el redondeo de números. La longitud de un río y la altura de una montaña no terminan en cero, sin embargo, sus magnitudes están redondeadas.
El precio de un auto o de una casa está redondeado aún cuando tiene muchos ceros.

El Método

Todos investigamos en periódicos, revistas y en atlas.

Repaso 2

1 Haz las siguientes divisiones en la forma vertical. 8

① 96÷16 ② 87÷21 ③ 329÷45 ④ 615÷68

⑤ 483÷21 ⑥ 938÷74 ⑦ 547÷52 ⑧ 721÷37

2 Se tienen 24 paquetes que pesan 35 Kg cada uno. Para trasladarlos se van a distribuir equitativamente en 12 diablitos. ¿Cuál es el peso total que llevará cada diablito? 8

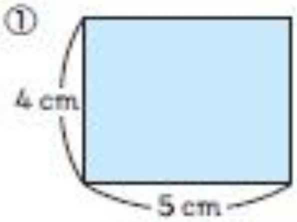
3 Redondea los siguientes números según se indica. 11

① 92,861 (centenas) ② 50,765 (unidades de millar)

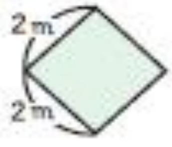
③ 894,720 (decenas de millar) ④ 387,400 (decenas de millar)

4 Calcula el área de las siguientes figuras. 9

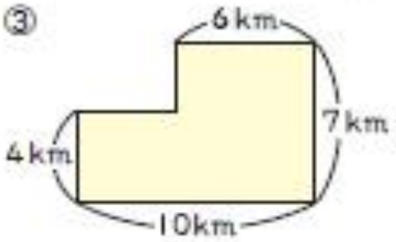
①



②



③

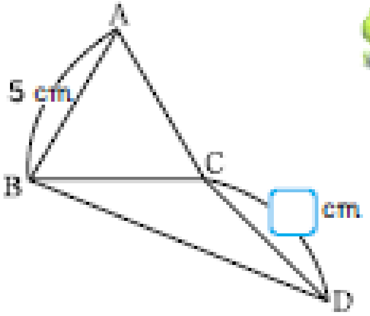


5 Traza los siguientes triángulos. 7

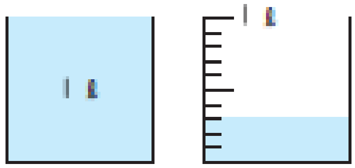
① Un triángulo isósceles cuyos lados miden 5 cm, 7 cm y 7 cm.

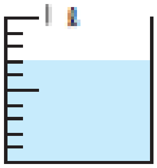
② Un triángulo rectángulo en el que los lados que forman el ángulo recto miden 3 cm y 4 cm.

6 En la figura de la derecha ABC es un triángulo equilátero, CBD es un triángulo isósceles y la longitud del segmento AB es 5 cm. ¿Cuál es la longitud en centímetros del segmento CD?



7 Escribe el volumen usando números decimales.

①


②


8 Escribe en el recuadro correspondiente la respuesta correcta.

① 5.6 es la suma de 5 y ☐

② 4.2 es ☐ veces 0.1

9 Identifica y marca en la recta numérica los siguientes números.

① 4 ② 0.1 ③ 0.9 ④ 3.4 ⑤ 4.3

10 Haz las siguientes operaciones en la forma vertical.

① 0.3+0.6 ② 2.8+3.1 ③ 0.8+1.9

④ 1.4−0.3 ⑤ 5.2−3.7 ⑥ 2−0.6

11 Yumiko recortó 3.6 m de cuerda para hacer tendedero. Le quedaron 4.2 m de cuerda. ¿Cuántos metros medía la cuerda antes de recortarla?

13 Expresiones y cálculos

1 Yasuko salió de compras con un presupuesto de 500 yenes.

Compró un cuaderno de 120 yenes y unas pilas de 360 yenes.

¿Cuántos yenes le quedan?

La idea de Yasuko

① Representa las ideas de Yasuko con unas expresiones matemáticas.

$500 - \boxed{} = \boxed{}$ $\boxed{} - 360 = \boxed{}$

La idea de su mamá

② Escribe la idea de su mamá con una expresión matemática.

$120 + 360 = \boxed{}$ $500 - \boxed{} = \boxed{}$

Imagina cómo puedes escribir una frase usando una expresión matemática y el orden en que harás las operaciones

③ Escribe con una expresión matemática la idea de Yasuko.

$$500-\boxed{}-\boxed{}=\boxed{}$$

④ Escribe con una expresión matemática la idea de su mamá.

$$500-(\boxed{})=\boxed{}$$

Cantidad a Pagar　Costo Total　Lo que sobra

Usamos (　) para mostrar una sección que se calcula primero, como el costo total.

$$500-(120+360)=500-480$$
$$=20$$

2 En la tienda de ropa, los calcetines tienen un descuento de 30 yenes. Si los calcetines cuestan 350 yenes, ¿cuánto recibirás de cambio si pagas con un billete de 1000 yenes?

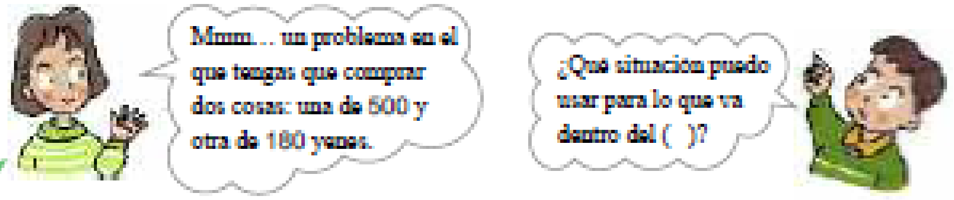
Calcula la respuesta usando una expresión matemática.

$$\boxed{}-(\boxed{})=\boxed{}$$

Cantidad con que se paga　Costo Total　Cambio

3 Inventa problemas que se puedan resolver con las siguientes expresiones matemáticas

① 700−(500＋180)　　② 500−(450−40)

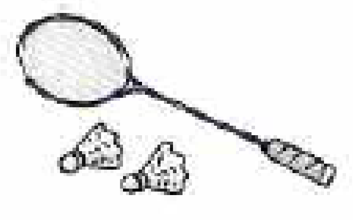


Inventa problemas que se resuelvan con las siguientes expresiones matemáticas.

① 400−(50＋300)　　② 600−(150−110)

Orden de las operaciones aritméticas

4 Hiroshi fue de compras y compró una raqueta de 900 yenes y dos pelotas de bádminton de 100 yenes cada una.



① Escribe una expresión matemática que te permita calcular cuánto gastó en total.

② Piensa en qué orden debes hacer las operaciones.

900 + 100 × 2

Costo de una raqueta

Costo de 2 pelotas

5 La entrada a un parque de diversiones cuesta 1200 yenes para un adulto y la mitad para un niño. Encuentra cuánto debes pagar por 2 adultos y 1 niño.

☐ + ☐

Pago de admisión por 2 adultos

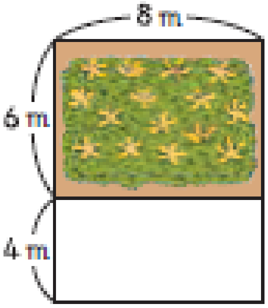
Pago de admisión por 1 niño

En una expresión matemática que no tenga ( ) y que incluya sumas, restas, multiplicaciones y divisiones, debes hacer primero las multiplicaciones y divisiones.

Haz las siguientes operaciones

① $12 + 24 \div 4$ ② $75 - 10 \times 6$ ③ $8 \times 5 + 20 \div 5$

6 ¿Cuántos m^2 medirá el área de la jardinera que se muestra en la figura si aumentamos 4m en uno de sus lados?



La idea de Taro ▼

6 × ☐ + 4 × ☐ = 48 + ☐

= ☐

La idea de Mami ▼

(6 + ☐) × 8 = ☐ × 8

= ☐

7 Una tienda ofrece descontar 20 yenes en la compra de un pescado cuyo costo original es de 200 yenes. Aproveché y compré 6 pescados, ¿cuánto pagué en total? Escribe una expresión para resolver y calcular la respuesta, utiliza los 2 métodos.

☐ − ☐

Costo original de 6 pescados — Descuento total por 2 pescados

(☐) × ☐

Descuento por 1 pescado — Número de pescados

(■ + ▲) × ● = ■ × ● + ▲ × ●

(■ − ▲) × ● = ■ × ● − ▲ × ●

Realiza las siguientes operaciones.

① (4 + 16) × 3 ② 5 × (14 − 9)

③ 25 × 4 + 15 × 4 ④ 30 × 7 − 28 × 7

8 Realiza los siguientes cálculos, pon atención en el orden de las operaciones.

$$12+15\div(5-2)$$

$$\underbrace{12+\underbrace{15\div\underbrace{(5-2)}_{(1)}}_{(2)}}_{(3)}$$

Haz las operaciones en el siguiente orden: (1), (2) y (3).

$$\begin{aligned}12+15\div\overset{(1)}{(5-2)}&=12+\overset{(2)}{15\div3}\\&=\overset{(3)}{12+5}\\&=\boxed{}\end{aligned}$$

Si escribes los cálculos en orden usando el signo para "igual", puedes comprobar paso a paso cada cálculo.

El orden de las operaciones

(1) Usualmente se empieza a calcular de izquierda a derecha.

(2) Si la ecuación incluye un ( ), debes resolver primero lo que está dentro de él.

(3) Si están mezcladas las operaciones +, −, × y ÷, debes hacer primero la multiplicación y la división.

Realiza las siguientes operaciones.

① $12\div2\times3$

② $12\div(2\times3)$

③ $(5+4)\times(6-2)$

④ $5+4\times(6-2)$

⑤ $90-50\div(4+6)$

⑥ $(90-50)\div4+6$

Ejercicios

1 Realiza las siguientes operaciones. páginas 58~61

① $500-(80+250)$

② $650-(430-60)$

③ $(40+50)\times 7$

④ $6\times(18-3)$

⑤ $120\div(12-4)$

⑥ $(37+18)\div 5$

⑦ $(11-4)\times(8+7)$

⑧ $(14+22)\div(9-5)$

⑨ $18\times 8\div 4$

⑩ $18\times(8\div 4)$

⑪ $28-3\times(13-8)$

⑫ $(32-18)+4\times 5$

2 Expresa los siguientes problemas usando operaciones aritméticas y calcula la respuesta. páginas 58~61

① Ayer utilizamos 15 hojas de papel de un paquete que tenía 60. ¿Cuántas hojas quedan?

$60-(\boxed{}+\boxed{})$

② El profesor tenía 5 docenas de lápices y usamos 40 lápices. ¿Cuántos lápices quedan?

$\boxed{}\times 5-\boxed{}$

③ Somos 18 alumnos en mi grupo, a cada uno nos dieron 4 cartulinas de un paquete que tenía 100. ¿Cuántas cartulinas quedaron?

$\boxed{}-4\times\boxed{}$

④ Pagué con un billete de 500 yenes 6 cajas de jugo de naranja, el costo por caja es 80 yenes. ¿Cuántos yenes me quedan?

$\boxed{}-\boxed{}\times\boxed{}$

⑤ Un estuche escolar contiene un lápiz y una goma de borrar. El lápiz cuesta 20 yenes y la goma 50. ¿Cuál es el costo total de 15 de esos estuches?

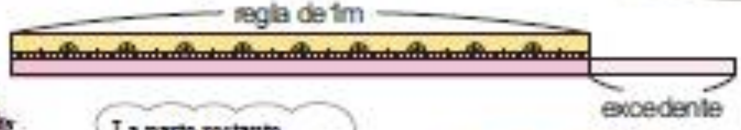
$(\boxed{}+\boxed{})\times 15$

14 Fracciones comunes

Recortamos una cinta cuyo largo es igual a la altura del pizarrón y medimos su longitud con una regla de 1 m.

La longitud es de 1 m y una parte menor más pequeña.

¿Cuántos metros mide la parte que sobra?

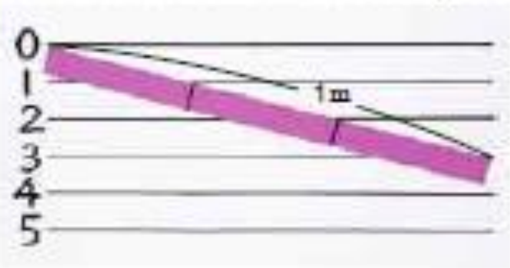


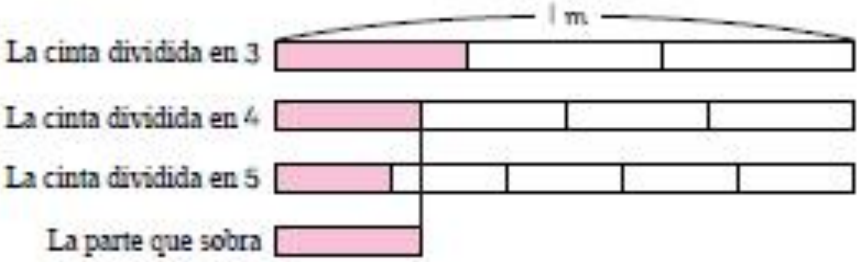
1 Fracciones

1 Divide la cinta de 1m en 3, 4 y 5 partes iguales respectivamente.

Compara cada parte con la parte restante.

Cómo Dividir una Cinta de 1 m en 3 Partes Iguales

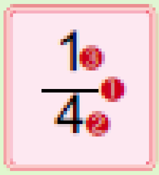




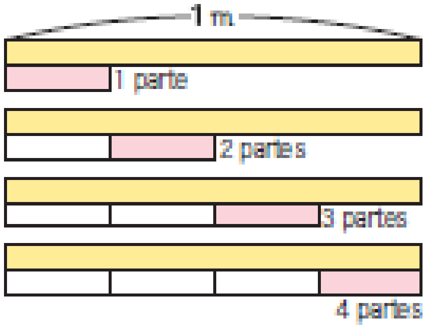
Aprender nuevas formas para expresar una longitud que es más corta que 1m.

La longitud de la parte restante es igual a la que resultó de dividir 1 metro en 4 partes iguales.

A cada parte que se obtiene al dividir 1 metro en cuatro partes iguales se le denomina **"un cuarto de metro"** y se escribe como $\frac{1}{4}$ m.



2 ¿Con cuántas de estas partes se forma un metro?

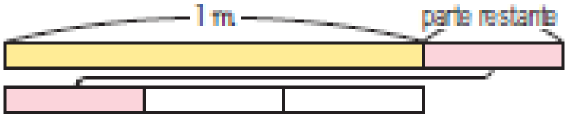


Un cuarto de metro ($\frac{1}{4}$ m) es la longitud de un segmento que cabe exactamente cuatro veces en un metro.

¿Cuántos metros miden las siguientes partes?

① La longitud de un segmento que se obtiene al partir 1 metro en 3 segmentos iguales. ☐ m

② Unimos 3 segmentos que tienen la misma longitud y la longitud total es 1 metro.

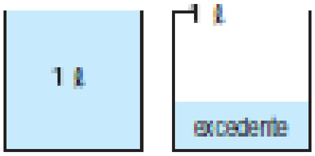


¿Cuántos metros mide cada uno de esos segmentos? ☐ m

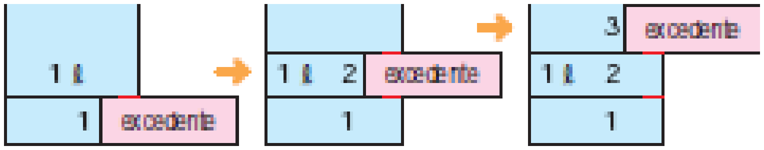
③ La longitud de un segmento que se obtiene al dividir 1 metro en 5 partes iguales. ☐ m

④ Unimos dos segmentos que tienen la misma longitud y la longitud total es 1 m.
¿Cuántos metros mide cada uno de esos segmentos? ☐ m

3 La cafetera eléctrica que se muestra tiene una capacidad mayor que 1ℓ.

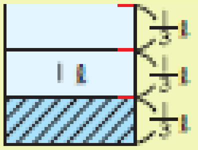


¿Cuántos litros más puede contener?

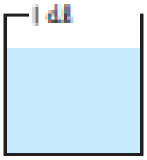


El volumen del líquido excedente es ☐ ℓ

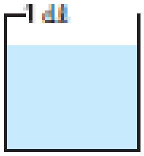
Si juntamos el líquido de estas 3 porciones iguales obtenemos 1 ℓ. Entonces, el volumen de líquido de una porción es $\frac{1}{3}$ ℓ

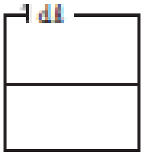


4 ¿Cuántos dℓ de agua caben en esta taza?

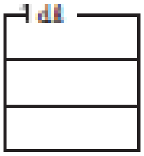


¿Cuál de las siguientes escalas usarías para encontrar el volumen de la taza?

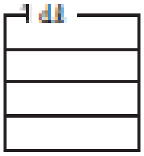




escala de $\frac{1}{2}$ dℓ



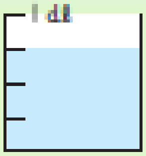
escala de $\frac{1}{3}$ dℓ



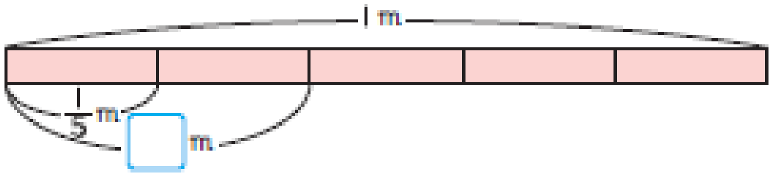
escala de $\frac{1}{4}$ dℓ

escala de $\frac{1}{5}$ dℓ

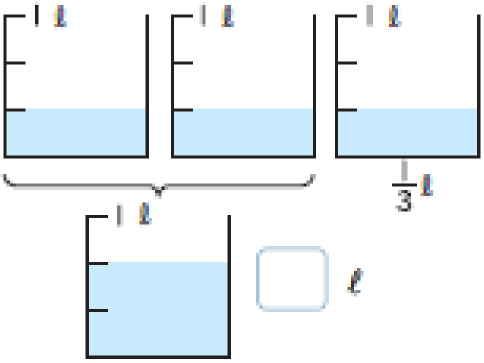
El volumen de 3 partes iguales de 1 dℓ se llama "**tres cuartos de decilitro**" y se escribe $\frac{3}{4}$ "dℓ".



5 Si dividimos 1 metro de cinta en 5 partes iguales, ¿cuántos metros miden dos de esas partes?



6 Si repartimos equitativamente 1ℓ de leche entre 3 personas, ¿qué cantidad de leche le toca a 2 personas?.



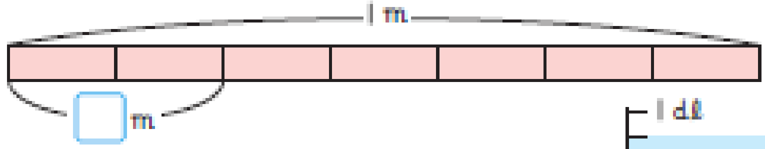
A los números de la forma $\frac{1}{3}$, $\frac{3}{4}$ y $\frac{2}{5}$ se les llama "**fracciones comunes**". Al número que está sobre la barra se le llama "**numerador**" y al que está debajo "**denominador**".

$$\frac{3 \;\ldots\text{numerador}}{4 \;\ldots\text{denominador}}$$

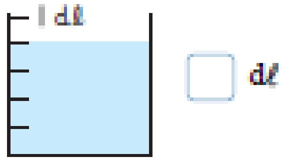
El denominador indica en cuántas partes se dividió la unidad (como 1m y 1ℓ) y el numerador indica el número de esas partes.

Escribe las fracciones que se indican.

①

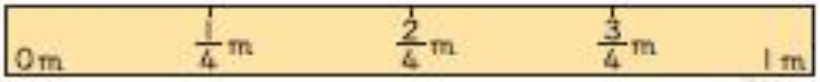


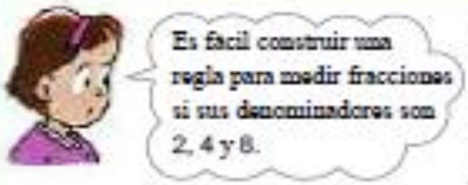
②



Mide diferentes cosas usando fracciones

1 Dividamos una cinta de 1 m de largo en partes iguales para medir fracciones.





- Construye distintas reglas para medir fracciones con denominadores 3, 5, 7, 9 y 10 como se muestra en la página 65.

Mide la longitud de distintos objetos usando fracciones.

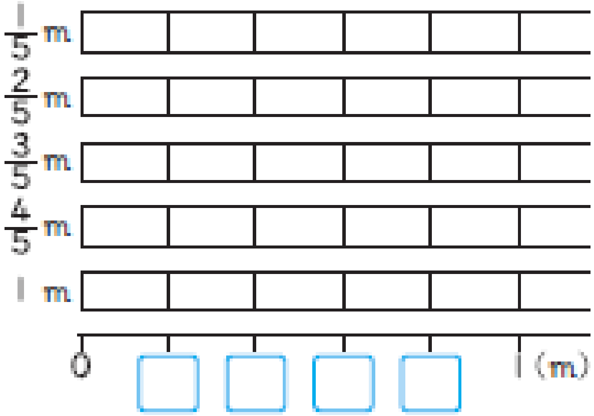
Cómo construir una regla para fracciones cuyo denominador es 9.

2 Marca en una botella de un litro una escala que te permita medir fracciones de litro.

Cómo construir una regla para medir fracciones cuyo denominador sea 7.

2 El sistema de las fracciones comunes

1 Ilumina los bloques que se necesitan para representar las siguientes medidas.



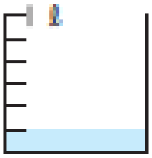
① Cuántos $\frac{1}{5}$ m son $\frac{3}{5}$ m?

② Escribe el número que falta en el ☐.

③ ¿ Cuántos $\frac{1}{5}$ m hacen 1m?

④¿Cuál es más largo $\frac{3}{5}$ m o $\frac{4}{5}$ m?

2 ¿Cuántos litros se forman si viertes seis veces $\frac{1}{6}$ ℓ?



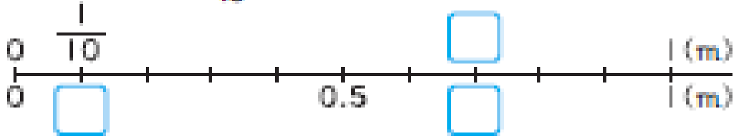
Las fracciones que tienen el mismo numerador y denominador son iguales a 1.

$\frac{6}{6}=1$

Fracciones and Decimales

- Escribe $\frac{1}{10}$ m como un número decimal

¡Escribe 7 grupos de $\frac{1}{10}$ m como una fracción y un número decimal.



0 . 8

Lugar de las unidades

Lugar de los décimos

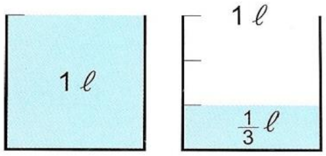
Lugar de los $\frac{1}{10}$

Al lugar de los décimos también se le llama el lugar de los $\frac{1}{10}$.

Porque $\frac{1}{10}$=0.1.

3 Fracciones mayores que uno

1 ¿Recuerdas el volumen en ℓ de la cafetera de la página 67?

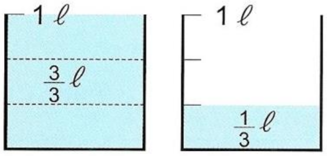


① ¿Era 1 ℓ y cuántos ℓ más?

1 ℓ y $\frac{\square}{\square}$ ℓ → 1 $\frac{\square}{\square}$ ℓ

② De acuerdo con la figura de la derecha, ¿cuántos $\frac{1}{3}$ ℓ hay?

$\frac{\square}{3}$ ℓ



La suma de 1 ℓ y $\frac{1}{3}$ se escribe 1 $\frac{1}{3}$ ℓ

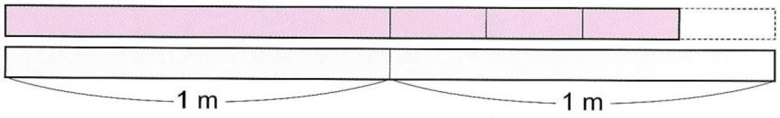
y se lee **un litro y un tercio**

También se escribe como $\frac{4}{3}$ ℓ

y se lee **cuatro tercios de litro**.

$$1\frac{1}{3} = \frac{4}{3}$$

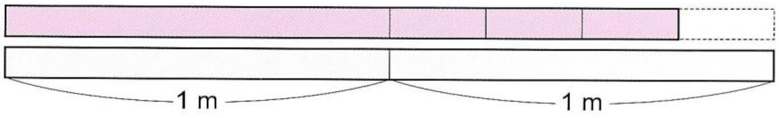
2 ¿Cuántos m mide esta cinta?



① ¿1 m y cuántos m más?

1 m y $\frac{\square}{\square}$ m → 1 $\frac{\square}{\square}$ m

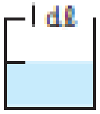
② Observa la figura y responde, ¿cuántos $\frac{1}{4}$ m mide en total la cinta?



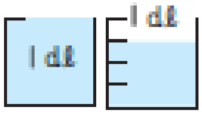
$\frac{\square}{4}$ m

Llamaremos "**fracciones propias**" a aquellas en las que su numerador es menor que el denominador, como $\frac{1}{3}$ y $\frac{3}{4}$.
Llamaremos "**fracciones mixtas**" a aquellas que son la suma de un número entero y una fracción propia, como $1\frac{1}{3}$ y $1\frac{3}{4}$.
Llamaremos "fracciones impropias" a aquellas en las que su numerador es igual al denominador o mayor que éste, como $\frac{4}{4}$ y $\frac{7}{4}$.

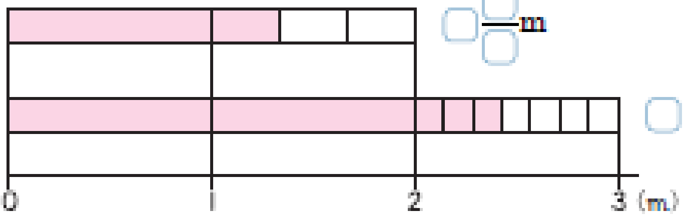
3 Escribe las siguientes longitudes y volúmenes usando fracciones mixtas.

① 

$\square\frac{\square}{\square}$ dℓ

② 

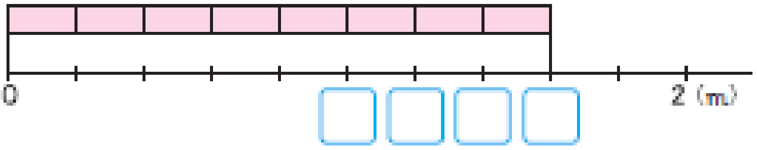
$\square\frac{\square}{\square}$ dℓ



③ $\square\frac{\square}{\square}$ m

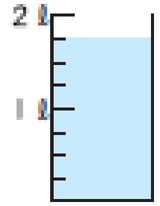
④ $\square\frac{\square}{\square}$ m

4 En la siguiente figura se representa 1 metro dividido en partes que miden $\frac{1}{5}$ m.
Usa fracciones impropias para escribir en los ☐ las longitudes correspondientes.

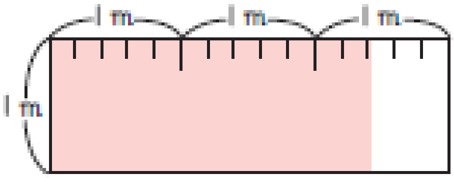


Las fracciones propias son menores que 1.
Las fracciones mixtas son mayores que 1. Las fracciones impropias son iguales a 1 o mayores que 1.

5 Escribe las siguientes fracciones como fracciones mixtas y fracciones impropias.

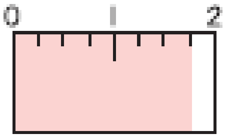
① 

$\square\frac{\square}{\square}$ ℓ, $\frac{\square}{\square}$ ℓ

② 

$\square\frac{\square}{\square}$ m², $\frac{\square}{\square}$ m²

6 Expresa $\frac{7}{4}$ como una fracción mixta.



$\frac{7}{4}$ es $\frac{4}{4}$ más $\frac{3}{4}$

Como $\frac{4}{4}$ es igual a 1, tenemos que $\frac{7}{4} = \square\frac{\square}{4}$

Ejercicios

1 Escribe los números que faltan en los $\square$. página 70

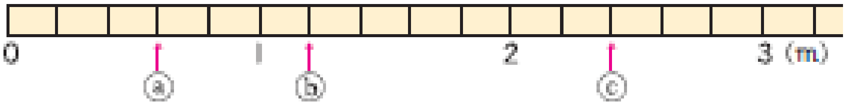
① $\frac{3}{5}$ dℓ es $\square$ veces $\frac{1}{5}$ dℓ.

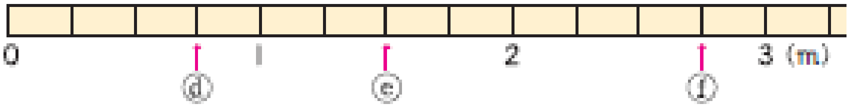
② $\frac{\square}{\square}$ m es 5 veces $\frac{1}{6}$ m.

③ $\square$ veces $\frac{1}{8}$ dℓ es $\frac{3}{8}$ dℓ.

④ 5 veces $\frac{1}{5}$ cm es $\square$ cm.

2 Expresa la longitud que indica la usando fracciones propias y fracciones mixtas. páginas 71~73

① 

② 

Problemas

1 Divide un listón de un metro de largo en 6 partes iguales. Junta 4 de esas partes y expresa con fracciones su longitud.

・Entender el sistema de las fracciones.

2 Escribe los números que faltan en el $\square$. ・Entender en sistema de fracciones.

① 3 veces $\frac{1}{4}$ m es $\frac{\square}{\square}$ m.

② $\square$ veces $\frac{1}{7}$ ℓ es $\frac{4}{7}$ ℓ.

③ 4 veces $\frac{\square}{\square}$ m es $\frac{4}{10}$ m.

④ $\square$ veces $\frac{1}{4}$ dℓ es 1 dℓ.

3 Expresa con fracciones mixtas y fracciones impropias las distancias marcadas con una ↑ en la siguiente figura. ・Expresar números de más de 1como fracciones mixtas e impropias.

$\square$ m　$1\frac{2}{4}$ m　$\square$ m

$\square$ m　$\frac{6}{4}$ m　$\square$ m

4 La siguiente figura muestra 6 tarjetas numeradas del 1 al 5. Construye fracciones usando estas tarjetas como numerador y denominador.

・Entender el tamaño de las fracciones y el sistema de las fracciones

$\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$ $\boxed{5}$　　$\frac{\square}{\square}$

① La fracción que tomada tres veces es igual a $\frac{3}{5}$.

② Construye fracciones equivalentes a 1.

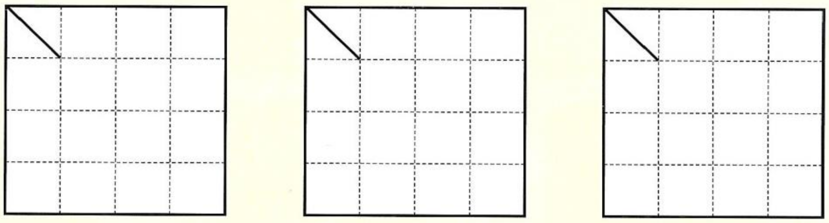
③ Construye fracciones mayores que 1 y escríbelas como fracciones mixtas.

Ir a la página 75　Ir a la página 95

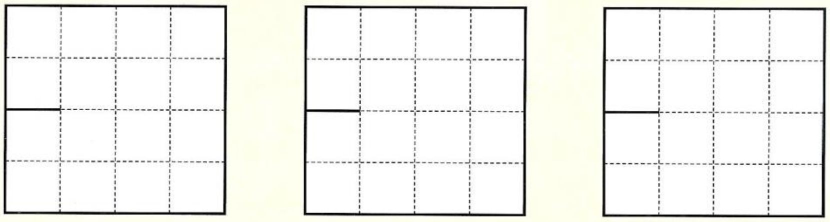
Dividir en 4 partes iguales

1 Para dividir un cuadrado en 4 partes iguales podemos recortarlo como se muestra en las siguientes figuras. Continúa los trazos en cada una de ellas para recortar cada cuadrado de manera que obtengas secciones de la misma forma y tamaño. Debes obtener cuatro secciones de $\frac{1}{4}$ del tamaño del cuadrado completo.

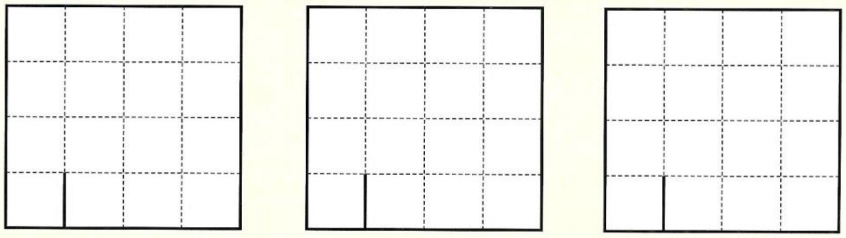
①

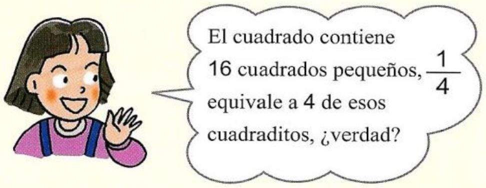


②

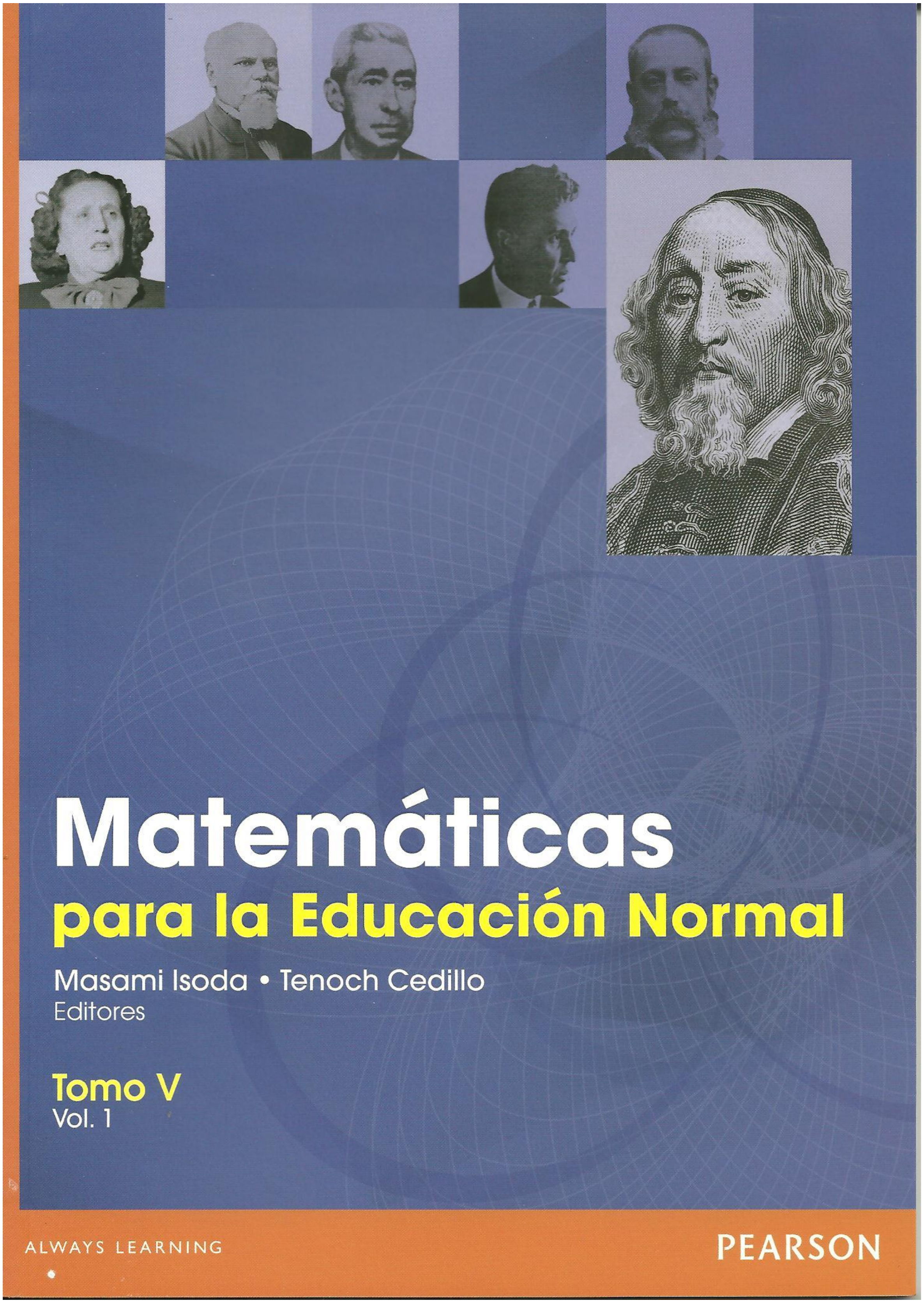


③





TOMO V VOL. 1



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

Tomo V
Vol. 1

ALWAYS LEARNING

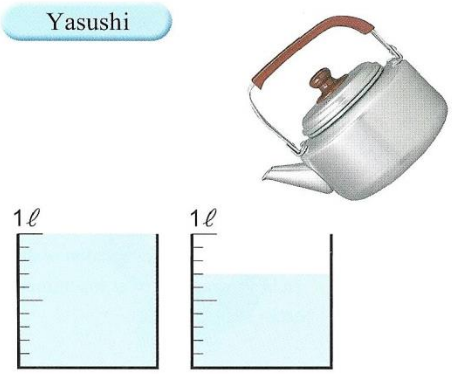
PEARSON

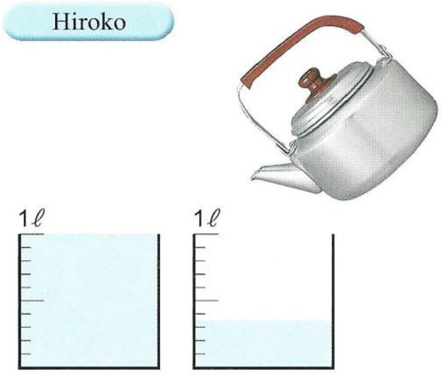
1 Números decimales y números enteros

Trata de verter 1 ℓ de agua en una tetera que no esté graduada.

¿Quién estará más cerca de 1 ℓ? Registra los datos.

Yasushi e Hiroko vertieron mucha agua. ¿Cuántos litros vertió cada uno?





El volumen del agua de Yasushi es 1 ℓ y un poco más.

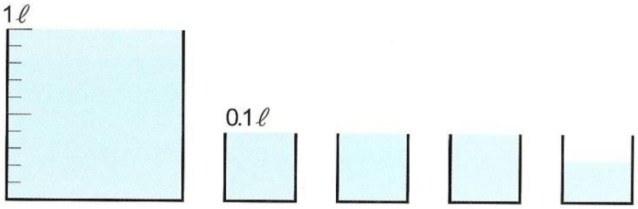
Las partes que exceden 1 ℓ son 7 de 0.1 ℓ, …

El volumen de agua que tiene Yasushi es $\boxed{\;.\;}$ ℓ.

El volumen del agua que tiene Hiroko es 1 ℓ y un poco más también.

1 ¿Cómo expresamos este volumen con un número decimal?

1 Escribe el volumen de agua que tiene Hiroko utilizando el litro como unidad.

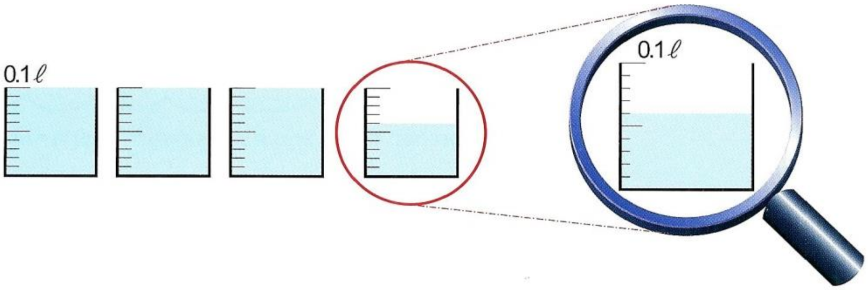


Toma la porción que corresponde a 1 ℓ y divídela en 10 partes iguales, cada una de ellas representa 0.1 ℓ.

Hay una cantidad más pequeña que 0.1 ℓ. ¿Cómo puedo expresar este volumen?

Veamos cómo expresar una cantidad más pequeña que 0.1.

① Para expresar la porción que es menor que 0.1 ℓ lo dividiremos en 10 partes iguales.

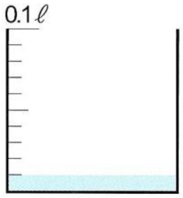


② Ahora puedes expresar el volumen de agua que tiene Hiroko.

☐ . ☐ ☐ ℓ

Número de ℓ | Número de 0.1 ℓ | Número de la escala más pequeña

③ ¿Cuántos litros es el volumen utilizando una escala más pequeña?



☐ . ☐ ☐ ℓ

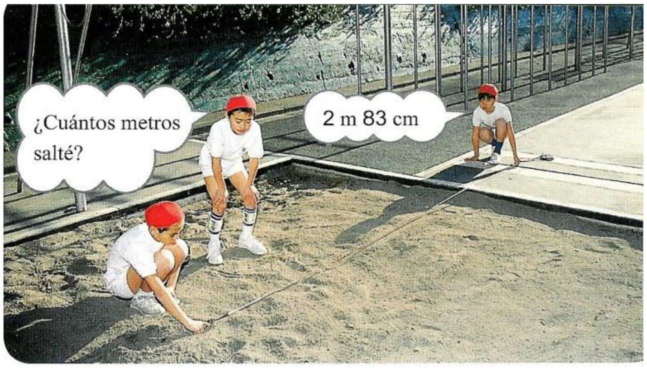
Número de ℓ | Número de 0.1 ℓ | Número de la escala más pequeña

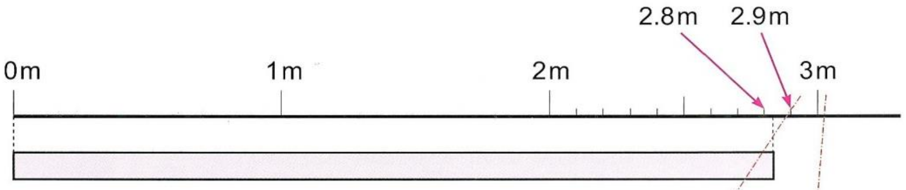
El volumen de agua que obtenemos al dividir 0.1 ℓ en 10 partes iguales se escribe **0.01** ℓ y se lee **cero punto cero un litros** o **un centilitro**.

El volumen de agua que tiene Hiroko es 1.36 ℓ y se lee **uno punto treinta y seis litros**.

1 porción de 1 litro es	1ℓ
3 porciones de 0.1 litro son	0.3ℓ
6 porciones de 0.01 litro son	0.06ℓ
Total	1.36ℓ

2 Maseru logró una distancia de 2 m 83 cm en salto de longitud. Escribe esta longitud utilizando el metro como unidad.



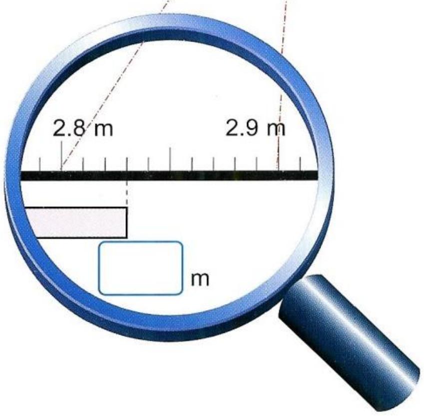


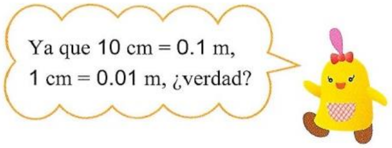
2 tramos de 1 metro son ☐ m

8 tramos de 0.1 metro son ☐ m

3 tramos de 0.01 metro son ☐ m

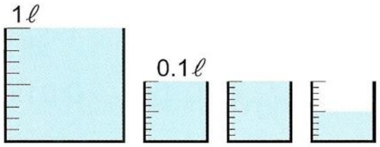
Total ☐ m



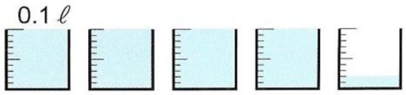


1 ¿A cuántos litros corresponden los siguientes volúmenes de agua?

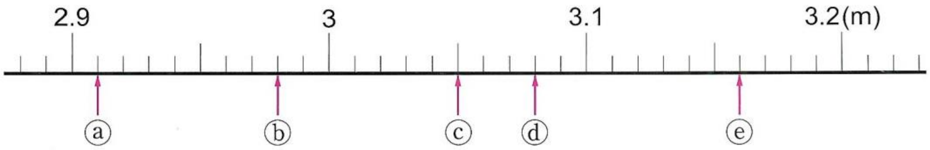
①



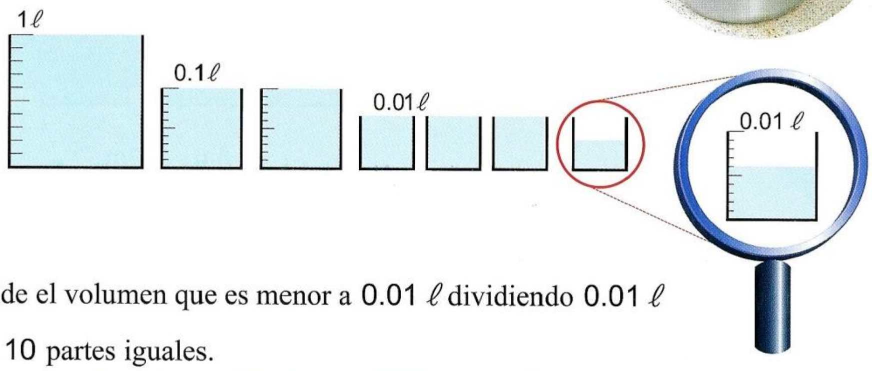
②



2 Lee los valores que señalan las ↑ en la escala.



3 Utiliza el litro como unidad para expresar el volúmen de agua que Maseru vertió en la tetera.



Mide el volumen que es menor a 0.01 ℓ dividiendo 0.01 ℓ en 10 partes iguales.

☐ . ☐ ☐ ☐ ℓ

Número de ℓ	Número de 0.1 ℓ	Número de 0.01 ℓ	Número de la escala más pequeña

El volumen que se obtiene dividiendo 0.01 ℓ en 10 partes iguales se escribe como **0.001 ℓ** y se lee **cero punto cero cero un litros** o **un mililitro**.

4 Expresa 1 kg 264 g utilizando el kilogramo como unidad.

100 g es $\frac{1}{10}$ de 1kg → 0.1kg

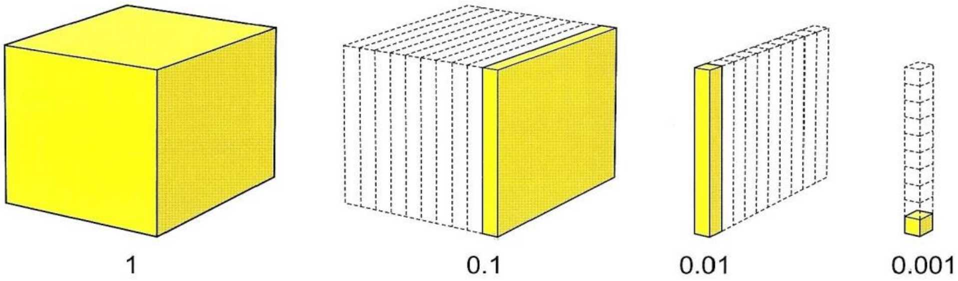
10 g es $\frac{1}{10}$ de 0.1kg → 0.01kg

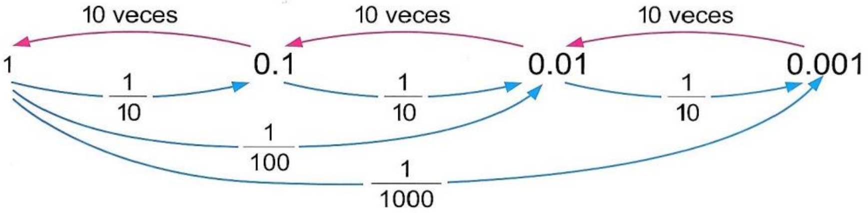
1 g es $\frac{1}{10}$ de 0.01kg → 0.001kg

Expresa las siguientes cantidades usando la unidad que se muestra en ( ).

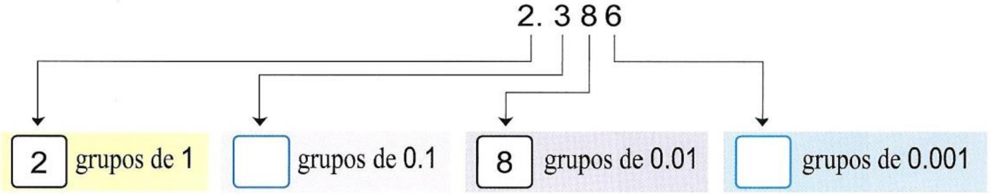
① 1435 mm（m）　② 95421 m（km）　③ 875 g（kg）

5 Observemos la relación entre 1, 0.1, 0.01, 0.001.





6 Analicemos el número 2.386.



2 grupos de 1

☐ grupos de 0.1

8 grupos de 0.01

☐ grupos de 0.001

7 Escribe el total que se obtiene al sumar 4 veces 1, 5 veces 0.1, 8 veces 0.01 y 7 veces 0.001.

Valor de los decimales de acuerdo con su posición

Desde el primer lugar a la derecha del punto decimal, los valores son como sigue:

Lugar de los décimos $\left(\frac{1}{10}\right)$

Lugar de los centésimos $\left(\frac{1}{100}\right)$

Lugar de los milésimos $\left(\frac{1}{1000}\right)$

2 Sistema de números decimales y números enteros

1 Observa los números 3776, 42.195 y 0.026.

① Escribe el valor que corresponde a cada posición.

ⓐ 37 76

3 grupos de ☐ 7 grupos de ☐ 7 grupos de ☐ 6 grupos de ☐

La altura del Monte Fuji es 3776 m.

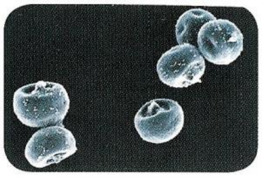
ⓑ 42. 195

4 grupos de ☐ 2 grupos de ☐ 1 grupo de ☐ 9 grupos de ☐ 5 grupos de ☐

La distancia de la maratón es 42.195 km.

ⓒ 0.026

2 grupos de ☐ 6 grupos de ☐



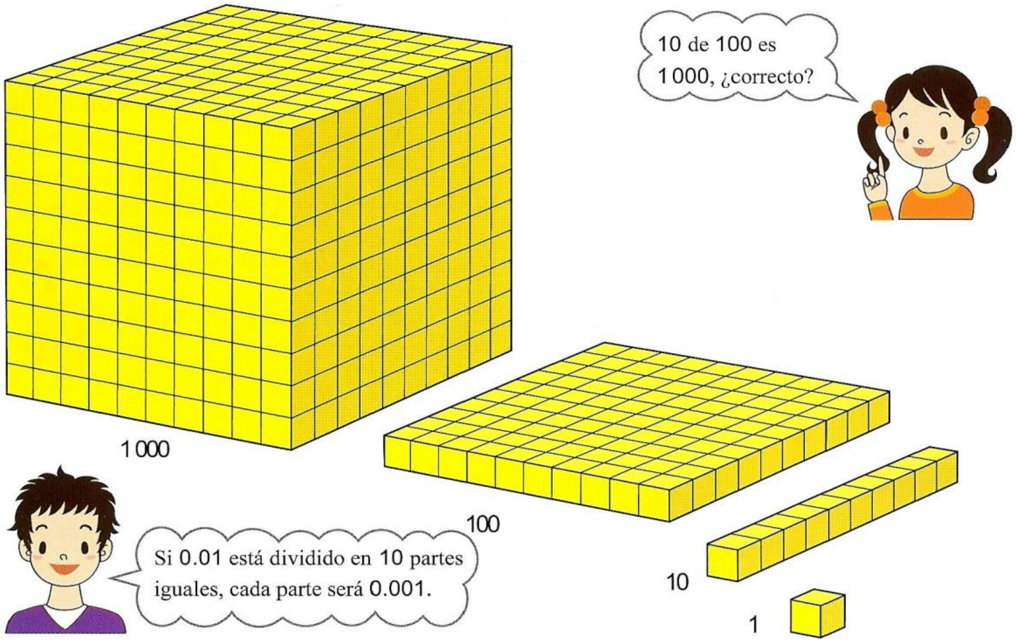
El diámetro del polen de un árbol
es 0.026 mm.

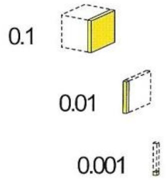
Veamos si los números decimales y los números enteros tienen el mismo sistema.

② Escribe cada número en la tabla de abajo.

	Millares	Centenas	Decenas	Unidades	0.1	0.01	0.001	
Monte Fuji								m
Maratón								km
Diametro del polen de un árbol								mm

2 Analicemos el sistema de numeración.



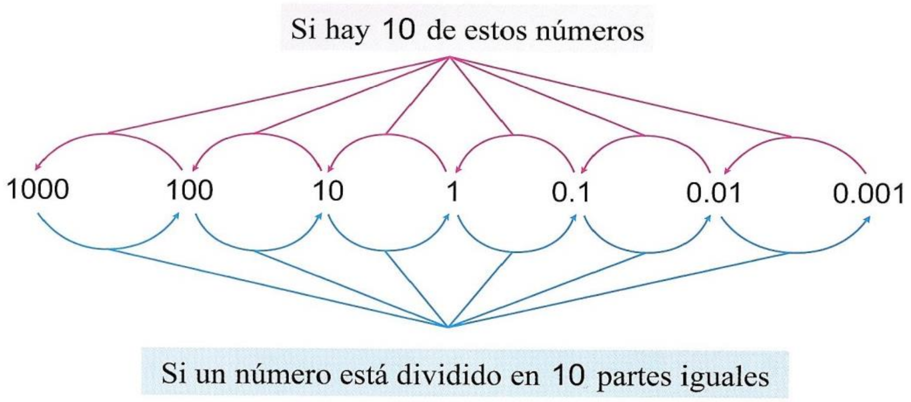


① Para los *números enteros*, ¿cuántas unidades deben reunirse para trasladar un número a la siguiente posición?

¿Y en cuántas partes iguales debe dividirse un número para trasladarse a la posición inmediata inferior (o de la derecha)?

② Para los *números decimales*, ¿cuántas unidades se necesitan para trasladar un número a la posición inmediata superior (la de la izquierda)?

¿En cuántas partes iguales debe dividirse un número para trasladarse a la posición inmediata inferior (la de la derecha)?



3 Encuentra las similitudes entre los cálculos con números enteros y con números decimales.

$$\begin{array}{r} 35 \\ +\,16 \\ \hline \end{array} \qquad \begin{array}{r} 3.5 \\ +\,1.6 \\ \hline \end{array}$$


Ambos tienen alineados los mismos lugares.

Con los números enteros y los números decimales, un número se lleva al valor posicional superior siguiente si se reúnen 10 unidades en una posición.

Si descomponemos un número en 10 unidades, ese número se coloca en el valor posicional inferior próximo. Ésta es la idea básica del sistema numérico de valor posicional. Usando el sistema de valor posicional, los números enteros grandes y los números decimales pequeños pueden escribirse usando los dígitos 0, 1, 2, …, 9 y el punto decimal.

Construye números usando el punto decimal y los dígitos del 0 al 9 sin repetirlos.

① Escribe el más pequeño.

② Escribe el número que sea el más cercano a 1 pero menor que 1.

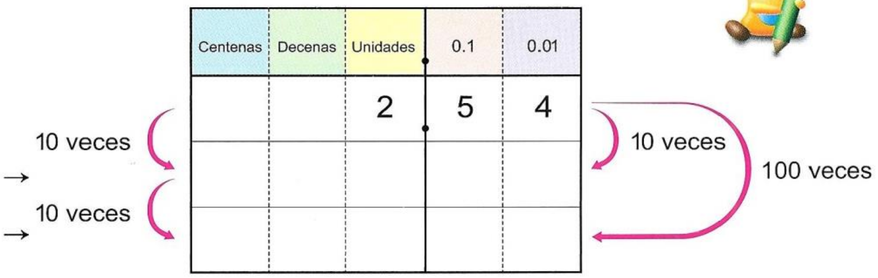
10 veces y 100 veces un número

4 Veamos cómo multiplicar números por 10 y por 100.

① ¿Cuánto es 2.54 multiplicado por 10 y por 100?

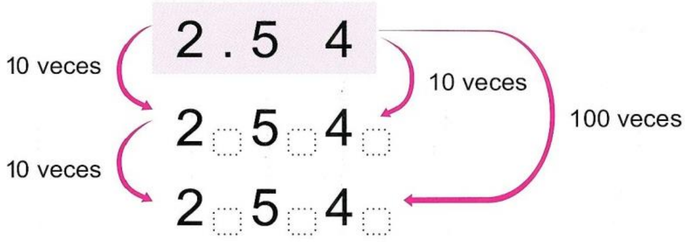
2.54 por 10 →

2.54 por 100 →



② ¿Qué reglas observas para la posición de los números?

③ ¿En dónde escribes el punto decimal en los números que obtienes cuando multiplicas 2.54 por 10 y por 100?



Si un número se multiplica por 10, el punto decimal se mueve 1 lugar a la derecha. Si un número se multiplica por 100, el punto decimal se mueve 2 lugares a la derecha.

Responde las preguntas siguientes.

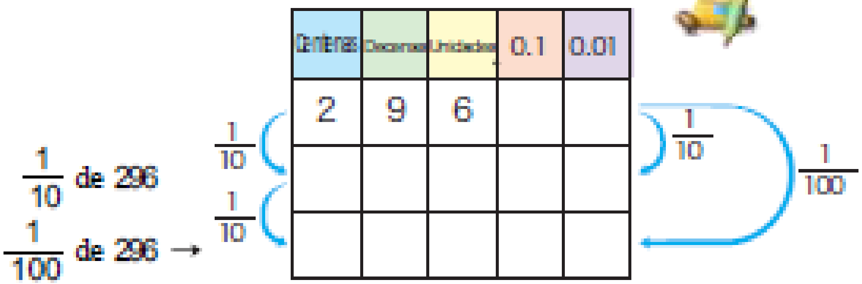
① Multiplica 23.47 por 10 y por 100.

② ¿Cuántas veces debes tomar 8.72 para obtener 87.2 y 872?

$\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{100}$ de un número

5 Analicemos cómo calcular $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{100}$ de un número.

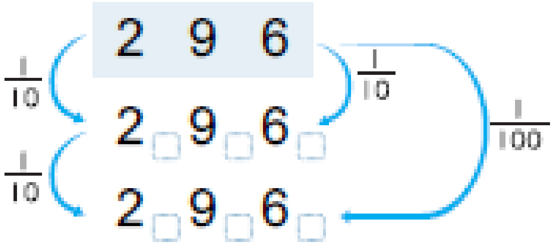
① Calcula $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{100}$ de 296.



Centenas	Decenas	Unidades	0.1	0.01
2	9	6		

② ¿Qué reglas observas en la posición de los números?

③ Escribe el punto decimal de los números que son $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{100}$ de 296 en el ☐ de abajo.



$\frac{1}{10}$ de un número mueve el punto decimal 1 lugar a la izquierda.

$\frac{1}{100}$ de un número mueve el punto decimal 2 lugares a la izquierda.

Responde las siguientes preguntas.

① Escribe los números que son $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{100}$ de 30.84.

② ¿Cuántas veces debes tomar 6.32 y 0.632 para obtener 63.2?

Número par

3 Números pares e impares

1 Organiza los números del 0 al 20 en dos grupos escribiéndolos alternadamente en las dos filas de abajo. Comienza con el 0 en primera fila, el 1 en la segunda fila y así sucesivamente.

① ¿Qué tipos de números hay en las dos filas?

0,

1,

② Divide entre 2 los números de cada fila.

2 Observa cómo están organizados estos números en dos grupos.

ⓐ 0, 18, 36, 176, 212,...

ⓑ 1, 19, 37, 177, 213,...

① ¿A qué grupo pertenece el 23? ¿Y el 98?

② ¿Cuál es la regla para decidir a qué grupo pertenece cada número entero?

Los números enteros que pueden dividirse entre 2 y dejan residuo cero se llaman **números pares**. Los números que al dividirse entre 2 dejan un residuo distinto de cero se llaman **números impares**.

3 ¿Dónde se usan los números pares y los impares?

Los números de los vuelos que salen desde Tokio son impares y los números de los vuelos que llegan a Tokio son pares.

Ejercicios

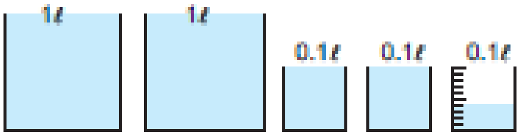
1 Lee los siguientes volúmenes, longitudes y pesos. páginas 6-8

① 3.92 ℓ ② 5.17 m

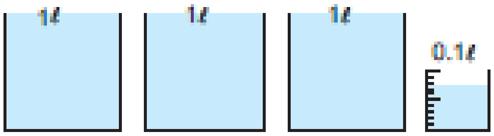
③ 0.05 ℓ ④ 8.004 Kg

2 ¿A cuántos litros corresponden los siguientes volúmenes? página 6

①

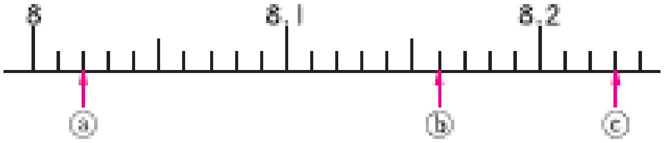


②

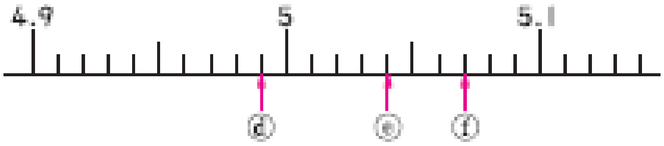


3 Lee en la escala los valores que están marcados con una ↑ . página 7

①



②



4 Escribe el total que obtienes al tomar 6 veces 1.4 veces 0.1, 9 veces 0.1 y 3 veces 0.001. página 9

5 ¿Cuánto es 10 y 100 veces 36.05.

¿Cuánto es $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{100}$ de 36.05 páginas 13-14

Suma y resta con números decimales

Koichi practicó el salto de longitud con sus amigos. La tabla de la derecha muestra la longitud de cada uno de sus saltos.

Nombre	Primera vez	Segunda vez	Total
Koichi	2.56	2.42	
Yuki	2.53	2.5	
Akira	2.64	2.56	
Sanae	2.51	2.49	

(m)

1 ¿Cuál es la suma de las longitudes del primer y segundo salto?

Piensa cómo hacer el cálculo.

	2.	5	6
+	2.	4	2

① ¿Cuántas veces debes tomar 0.01 para obtener el resultado de 2.56 + 2.42?

② La operaciones con números decimales pueden hacerse en forma vertical si los acomodas correctamente. ¡Inténtalo!

2 Calcula los totales en la tabla de arriba.

3 ¿Cual es la diferencia de las longitudes entre el primer salto de Akira y el primer salto de Yuki?

	2.	6	4
−	2.	5	3

① ¿Cuántas veces debes tomar 0.01 para obtener 2.64−2.53?

② Calcula la respuesta usando la forma vertical.

4 ¿Cuál es la diferencia entre la mayor y la menor longitud?

2 Valores aproximados

-Vamos al Zoológico-

1 La tabla de la derecha muestra el número de personas que visitan el zoológico en un día.

① ¿Cuántos miles de personas visitan el zoológico?

Visitantes al Zoológico (visitantes)

Mañana	2784
Tarde	3428

La idea de Hiroshi ▼

Yo uso una calculadora para sumar el número de visitantes en la mañana y en la tarde.

$2784 + 3428 = 6212$

Luego redondeo el número a la unidad de millar más cercana y obtengo 6000 visitantes.

La idea de Yoshiko ▼

Yo redondeo los números de la mañana y de la tarde a la unidad de millar más cercana.

$2784 \rightarrow 3000$

$3428 \quad 3000$

Luego, sumo estos números.

$3000 + 3000 = 6000$ (visitantes)

Una cantidad que se calcula usando números redondeados se llama **“estimación o aproximación”**.

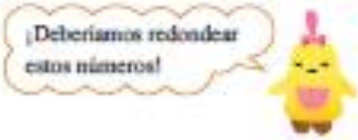
②)¿Cuántos cientos de personas visitaron el zoológico en todo el día?

2 Una familia quiere visitar el zoológico. Los gastos que deben considerar se muestran a la derecha.

¿Cuánto dinero deberían llevar?

Gastos

Item	Costo(yenes)
Boletos de tren	2960
Entrada al Zoológico	2250
Comida	3800



3 En el zoológico compraron algunas cosas.

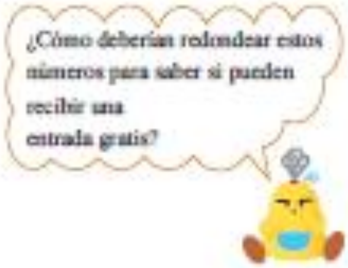
Si gastan más de 1500 yenes en esas compras recibirán una entrada gratis.

La tabla de la derecha muestra las compras que hicieron.

¿Les darán una entrada gratis?

Lista de Compras

Artículo	Costo(yenes)
Chocolates	128
Papas fritas	150
Cámara desechable	1320



Lugares decimales

- Hemos estudiado el significado de los décimos, centésimos y milésimos en la lección "Números decimales y números enteros". Hay símbolos para el sistema decimal que han sido utilizados desde hace mucho tiempo en la antigua China.

分 (bu), 厘 (rin), 毛 (mou), 糸 (shi), 忽 (kotsu),

微 (bi), 繊 (sen), 沙 (sha), 塵 (jin), 埃 (ai)

Estos símbolos aparecen en el libro "Jinkouki" que fue escrito por Mitsuyoshi Yoshida en 1627.

両 文 分 厘 毫 絲 忽 微 繊 沙 塵 埃

塵劫記
(Jinkoki)

- 「分 (bu)」es $\frac{1}{10}$ de 1, 「厘 (rin)」es $\frac{1}{10}$ de 「分 (bu)」, y así.

1埃 (ai) es igual a 0.0000000001 como número decimal.

- 「分 (bu)」y 「厘 (rin)」se usan en algunas expresiones hoy en día.

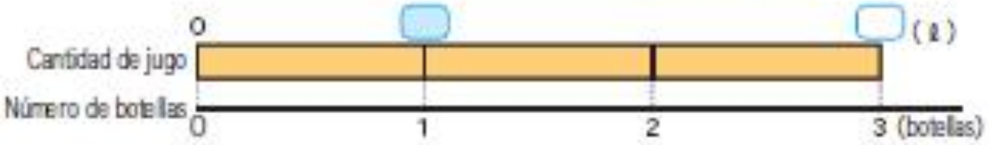
El florecimiento de los cerezos está a 3 分 (bu) (tres decimos) florecidas.

Mi estómago está 8 分 (bu) (ocho decimos) lleno.

Son 9 分 (bu) 9 厘 (rin) (nueve decimos y nueve centesimos).

Pensemos cómo calcular

1 Hay 3 botellas que contienen ☐ ℓ cada una. ¿Cuántos litros hay en total?



① Trata de poner diferentes números en el recuadro ☐

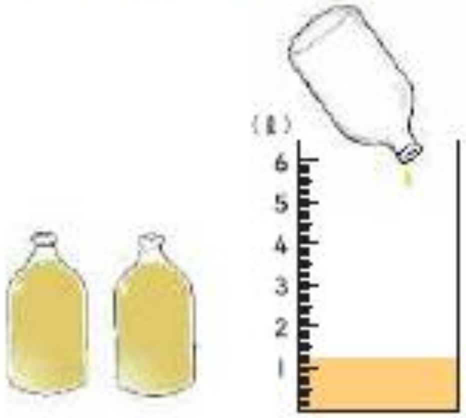
Si escribí 2 ℓ, entonces 2 × 3 = 6 (ℓ)
Si escribí 3 ℓ, entonces 3 × 3 = 9 (ℓ)
Puedo calcular fácilmente la respuesta si escribí un número entero en el ☐

② Escribe una expresión matemática pensando que hay 1.2 ℓ en cada botella.

☐

Construí una expresión matemática usando el volumen de una botella x el número de botellas.

③ Piensa cómo calcular la respuesta usando lo que has aprendido.



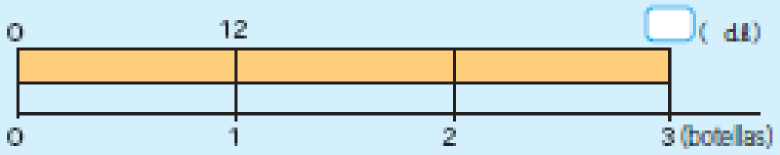
La respuesta es fácil de encontrar si medimos el volumen. Pero, ¿cómo podemos calcular la respuesta?

La idea de Kenichi ▼

Si cambiamos ℓ a dℓ , obtenemos 1.2 ℓ= 12 dℓ

12 × 3 = 36

36 dℓ = ☐ ℓ



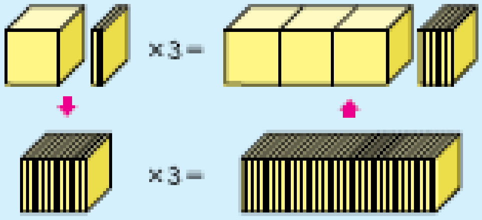
La idea de Shinobu ▼

Si usamos 0.1 como unidad,

1.2 es igual a 12 veces 0.1

12 × 3 = 36

36 de 0.1 es ☐ .



La idea de Yoshio ▼

Yo usaré los números decimales y las reglas de la multiplicación.

1.2 × 3 = ☐

10veces $\frac{1}{10}$

12 × 3 = 36

En la multiplicación, si el multiplicador o el multiplicando se multiplican por 10, el producto también se multiplica por 10.

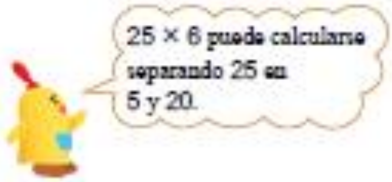
Estos tres cálculos con números decimales se hicieron cambiando a números enteros.

Repaso »» 3

1 Veamos cómo calcular 25 × 6.

25 × 6 < 5 × 6 = ☐
20 × 6 = ☐

Total ☐



2 Veamos cómo calcular 25 × 12.

25 × 12 < 25 × 2 = ☐
25 × 10 = ☐

Total ☐

3 Repasemos cómo calcular 38 × 73 en la forma vertical.

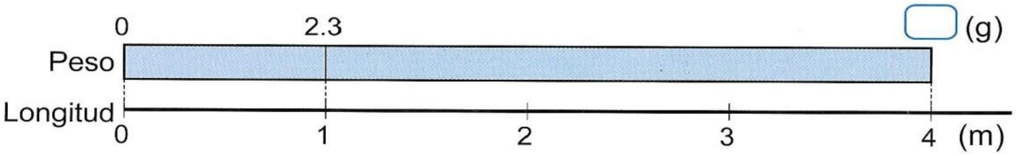
		3	8
	×	7	3

3 Multiplicación con números decimales

1 Multiplicación de (número decimal) × (número entero)

1 Un cable que mide 1 m de largo pesa 2.3 g.

¿Cuántos g pesan 4 m de ese cable?

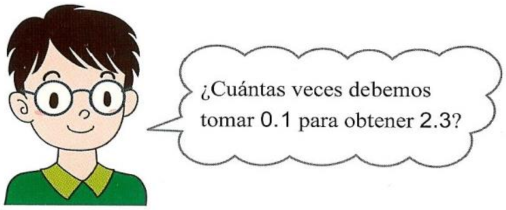


① Escribe una expresión matemática para resolver este problema.

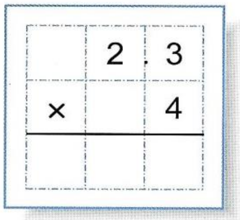
☐

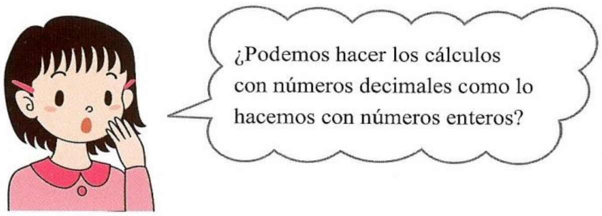
② ¿Cuántos gramos pesa aproximadamente?

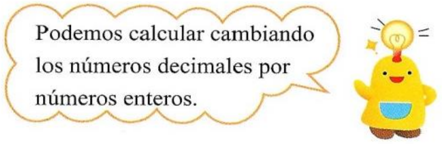
③ Ahora piensa cómo calcular la respuesta usando operaciones.



④ Piensa cómo calcular la respuesta en la forma vertical.

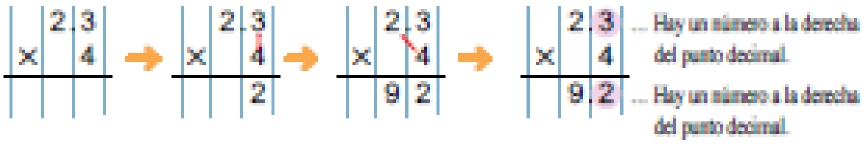






Piensa cómo multiplicar números decimales.

Calculemos 2.3 x 4 en la forma vertical



Escribe 3 y 4 verticalmente.

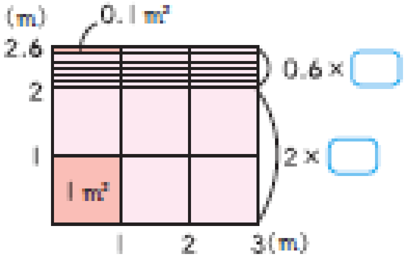
Calcula como lo has hecho con la multiplicación de números enteros.

Escribe el punto decimal del producto en la misma posición que en el decimal del multiplicando.

1 ¿Cuál es el área en m² de un invernadero que mide 2.6 m de ancho y 3 m de largo?

① Escribe la operación que usaste para resolver el problema

② Calcula en la forma vertical



6 de 1 m² es ☐ m²

6 de 0.1 m² es ☐ m²

Total ☐ m²

2 Piensa cómo obtener la respuesta calculando en la forma vertical.

① 3.2 × 6

	3.	2
×		6

② 0.8 × 7

	0.	8
×		7

Hagamos estos problemas en la forma vertical.

① 3.2 × 3 ② 3.3 × 3 ③ 1.8 × 2 ④ 1.4 × 3

⑤ 2.4 × 4 ⑥ 4.3 × 6 ⑦ 0.7 × 6 ⑧ 0.8 × 4

4 Haz estas operaciones usando la forma vertical.

① 2.5×4

	2 .	5
×		4

② 0.4×5

	0 .	4
×		5

5 Hay 13 botellas con 1.2 ℓ de jugo de naranja. ¿Cuántos litros hay en total?

	1 .	2
×	1	3

① Escribe la expresión matemática.

② Piensa cómo obtener la respuesta usando la forma vertical.

6 Piensa qué debes hacer para usar la forma vertical.

① 1.6 × 14

	1 .	6
×	1	4

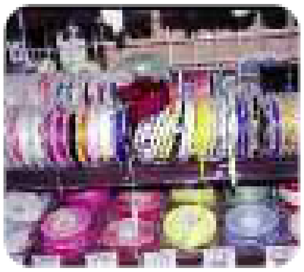
② 1.5 × 18

	1 .	5
×	1	8

Haz estas operaciones en la forma vertical.

① 1.5×6 ② 3.6×5 ③ 4.5×4 ④ 2.5×8
⑤ 0.6×5 ⑥ 0.8×5 ⑦ 0.5×6 ⑧ 0.2×15
⑨ 2.2×12 ⑩ 1.2×31 ⑪ 1.9×14 ⑫ 1.7×15
⑬ 3.4×12 ⑭ 4.8×21 ⑮ 3.5×18 ⑯ 2.9×30

2 Multiplicación de (número entero) x (número decimal)



1 Una cinta de 1 m de largo cuesta 80 yenes.

¿Cuál es el costo de ☐ m de esta cinta?

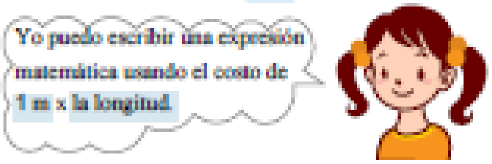
① Resuelve este problema escribiendo números diferentes en el ☐.

☐ yenes corresponden a 2 m, es decir, 80 × ☐ = ☐ (yenes)

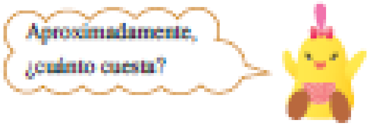
☐ yenes corresponden a 3 m, es decir, 80 × ☐ = ☐ (yenes)

② Escribe una expresión matemática para calcular el costo de 2.4 m de cinta.

☐



Si el multiplicador es un número decimal, la forma del cálculo es la misma que la de los números enteros.



③ Piensa cómo calcular la respuesta.

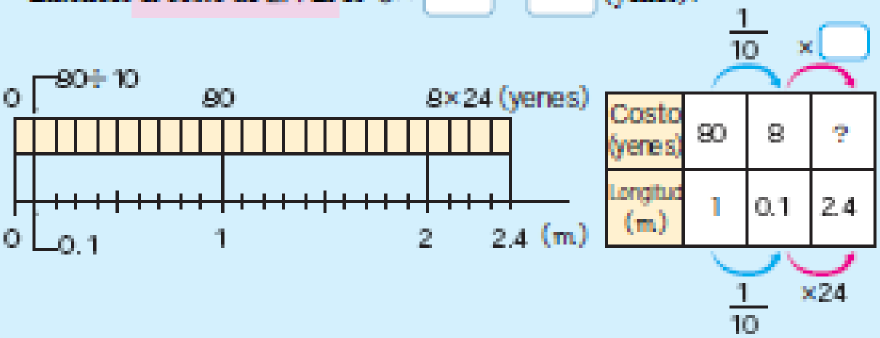
④ Analicemos las ideas de estos dos alumnos.

La idea de Makoto ▼

El costo de 0.1 m es 80 ÷ 10 = 8 (yenes)

2.4 m es 24 veces 0.1 m

Entonces el costo de 2.4 m es 8× ☐ = ☐ (yenes).



Costo (yenes)	80	8	?
Longitud (m)	1	0.1	2.4

La idea de Keiko ▼

Yo voy a usar el sistema de numeración decimal y las reglas de la multiplicación.

$$\begin{tikzcd} 80\times 2.4 \arrow[d, "10\ veces"'] & = & \boxed{} \\ 80\times 24 & = & 1920 \arrow[u, "\frac{1}{10}"'] \end{tikzcd}$$

⑤ Explica cómo calcular 80 × 2.4 en la forma vertical.

Los números marcados con un ● están a la derecha del punto decimal.

$$\begin{tikzcd} \begin{array}{r} 8\ 0 \\ \times\ 2.4 \\ \hline 3\ 2\ 0 \\ 1\ 6\ 0 \\ \hline 1\ 9\ 2.\cancel{0} \end{array} \arrow[r, "10\ veces"] & \begin{array}{r} 80 \\ \times\ 24 \\ \hline 320 \\ 160 \\ \hline 1920 \end{array} \arrow[l, bend left, "\frac{1}{10}"] \end{tikzcd}$$

● 1

● 1

¿Cuál de las ideas en ④ es la misma que ésta?

Calculemos 80 x 2.4 en la forma vertical

(1) Ignoremos el punto decimal y calculemos como si fueran números enteros.

(2) Pongamos el punto decimal del producto en la misma posición que el punto decimal del multiplicador.

$$\begin{array}{r} 80 \\ \times\ 2.4 \\ \hline 320 \\ 160 \\ \hline 192.\cancel{0} \end{array}$$

…Un número a la derecha de el punto decimal.

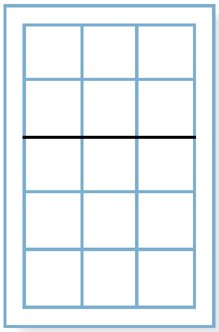
…Un número a la derecha de el punto decimal.

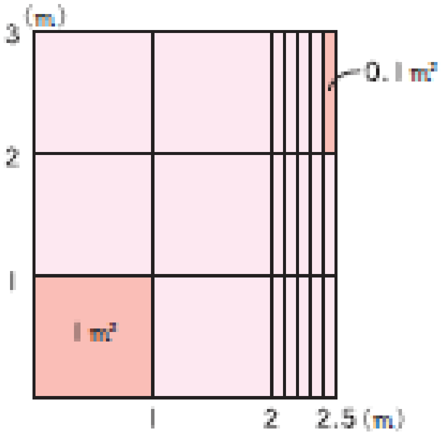
2 ¿Cuál es el área, en m² de un invernadero que mide 3 m de ancho y 2.5 m de largo?

① Escribe la expresión matemática

② Di aproximadamente cuál es el área en m².

③ Calcula la respuesta usando la forma vertical.





6 de 1 m² es ☐ m²

15 de 0.1 m² es ☐ m²

Total ☐ m²

Haz estas operaciones en la forma vertical.

① 60×4.7	② 50×3.9	③ 7×1.6
④ 6×2.7	⑤ 24×3.3	⑥ 13×2.8

Ejercicios

1 Haz estas operaciones en la forma vertical. páginas 27-28, 31

① 1.6×3 ② 2.8×12 ③ 0.2×5

④ 50×4.3 ⑤ 6×1.8 ⑥ 26×3.2

2 Tenemos 40 libros y cada uno pesa 0.3 Kg. ¿Cuál es el peso total en Kg?

página 28

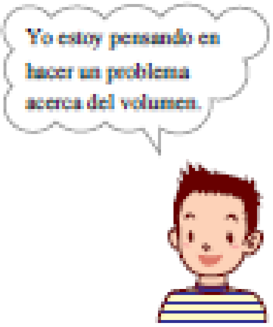
3 Para pintar una pared de 2.3 se necesita 1 litro de pintura ¿Cuántos metros cuadrados se pueden pintar con 5 litros? página 27

4 Un alambre mide 1 metro de largo y pesa 9 gramos. ¿Cuál es el peso en gramos de 3.4 metros de ese alambre? página 31

5 Del recuadro de abajo elige un número entero y un número decimal. Inventa un problema que involucre una multiplicación. Intercambia tu problema con tus compañeros y luego encuentra las respuestas.

páginas 26, 29

1.5	7	0.8	30	2.3	5

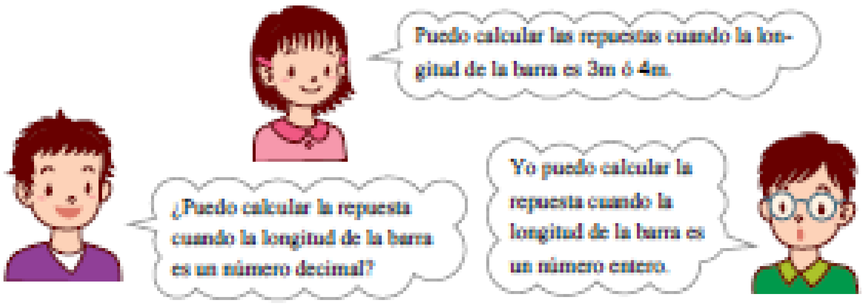


3 Multiplicación de (número decimal) x (número decimal)

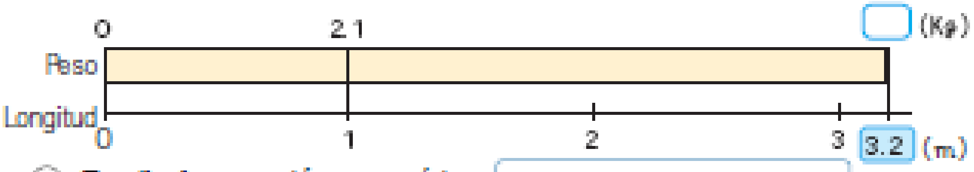
1 Cada metro de esta barra de hierro pesa 2.1 Kg.

¿Cuál es el peso en kilos de ☐ m de esta barra?

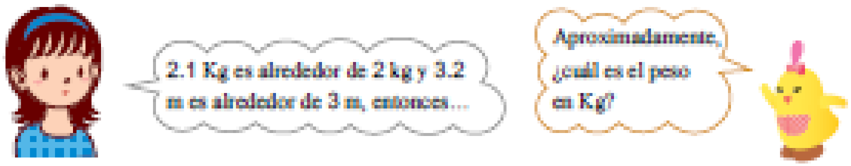
① Resuelve este problema colocando diferentes números en el ☐.



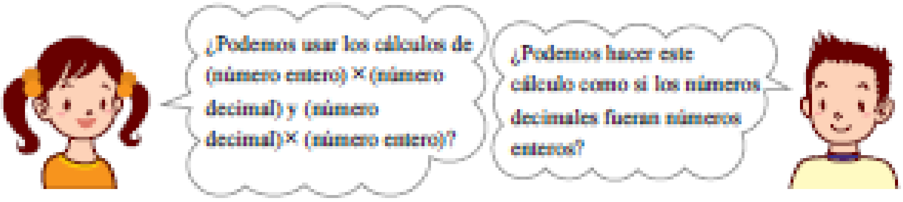
② ¿Cuál es el peso en Kg de la barra si su longitud es 3.2 m?



ⓐ Escribe la expresión matemática ☐



ⓑ Piensa cómo calcular la respuesta.



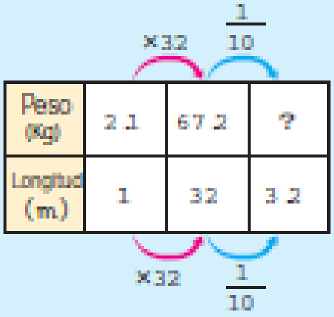
La idea de Hiromi

Sabemos cómo calcular (número decimal) x (número entero), así primero encontramos el peso de 32 m.

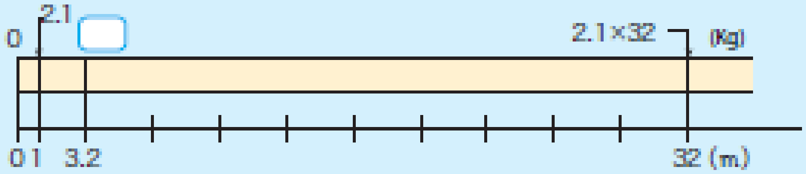
$$2.1 \times 32 = 67.2 \text{ (Kg)}$$

Como el peso de 3.2 m es $\frac{1}{10}$ del peso de 32 m, podemos encontrar el peso real moviendo el punto decimal un lugar a la izquierda.

Así, la respuesta es ☐ Kg.



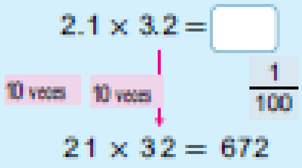
Peso (Kg)	2.1	67.2	?
Longitud (m)	1	32	3.2



La idea de Makoto

Si multiplicamos el multiplicando y el multiplicador por 10, el producto se multiplica por 100.

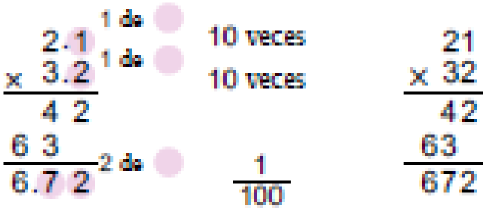
$$21 \times 32 = 672$$



El peso de 3.2m es $\frac{1}{100}$ de 672, de modo que podemos encontrar el peso real moviendo el punto decimal 2 lugares a la izquierda.

Así, la respuesta es ☐ Kg.

③ Cómo calcular 2.1 × 3.2 en la forma vertical.



$$\begin{array}{r} 2.1 \\ \times\ 3.2 \\ \hline 4\ 2 \\ 6\ 3\ \ \\ \hline 6.7\ 2 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 21 \\ \times\ 32 \\ \hline 42 \\ 63\ \ \\ \hline 672 \end{array}$$

Multiplicación con números decimales

(1) Ignoramos el punto decimal y multiplicamos como si fueran números enteros.

(2) Lo siguiente es contar cuántos dígitos están a la derecha del punto decimal en el multiplicando y en el multiplicador.

$$\begin{array}{rrr} & 2. & 1 \\ \times & 3. & 2 \\ \hline & 4 & 2 \\ 6 & 3 & \\ \hline 6. & 7 & 2 \end{array}$$

Un número a la derecha del punto decimal

Un número a la derecha del punto decimal.

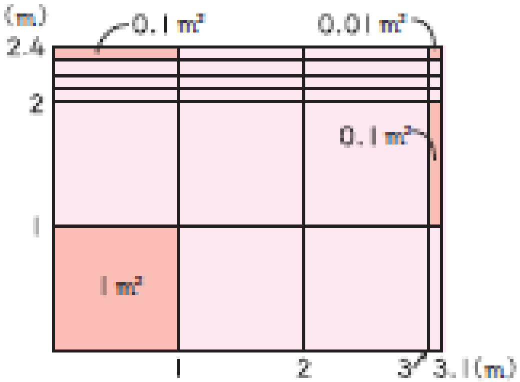
Escribir el punto decimal dos lugares desde la derecha. (1+1=2)

Luego, escribir el punto decimal del producto de manera que a la derecha del punto decimal queden tantos dígitos como los que contaste en el paso anterior.

2 ¿Cuál es el área, en m², invernadero de flores que mide 2.4 m de ancho y 3.1 m de largo?

① Escribe una expresión matemática para este problema.

② Calcula en forma vertical.



6 de 1 m² son ☐ m²

14 de 0.1 m² son ☐ m²

4 de 0.001 m² son ☐ m²

Total ☐ m²

El área de un rectángulo puede calcularse usando la fórmula que ya conoces, no importa que ahora las longitudes se expresen con números decimales.

3 Piensa cómo hacer las siguientes multiplicaciones en la forma vertical.

① 2.5×1.4

	2 .	5
×	1 .	4

② 0.8×7.5

	0 .	8
×	7 .	5

Haz estas multiplicaciones en la forma vertical.

① 1.2×2.4
④ 9.3×1.9
⑦ 0.2×1.6
② 8.6×1.3
⑤ 6.4×3.5
⑧ 0.3×3.4
③ 3.6×6.7
⑥ 2.5×2.8
⑨ 0.8×2.5

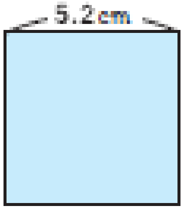
Ejercicios

1 Haz estas multiplicaciones en la forma vertical. páginas 35-36

① 2.3×1.4
④ 4.2×3.3
⑦ 0.3×6.5
② 3.2×2.7
⑤ 4.5×4.2
⑧ 0.4×7.5
③ 4.1×2.4
⑥ 5.3×4.9
⑨ 0.9×8.2

2 Cada metro de cierto alambre pesa 9.2 gramos. ¿Cuánto pesan 3.5 m de este alambre? páginas 33-35

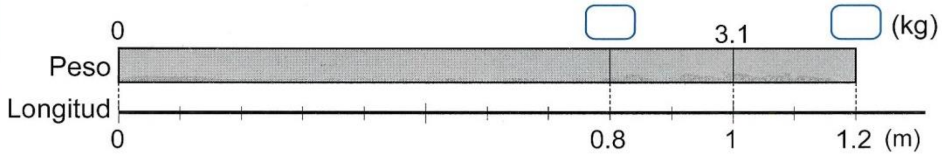
3 ¿Cuántos m² mide el área de este cuadrado? página 35



Operaciones con números menores que uno

4 Cada m de esta barra de hierro pesa 3.1 kg.

¿Cuánto pesan 1.2 m y 0.8 m de esta barra?



① Calcula el peso de una barra de 1.2 m.

② Calcula el peso de una barra de 0.8 m.

3.1 × 0.8

③ Compara el producto con el multiplicando.

	3 .	1
×	0 .	8

Cuando multiplicamos por un número menor que 1, el producto es menor que el multiplicando.

5 Explica qué indican los pasos que se muestran en los siguientes incisos.

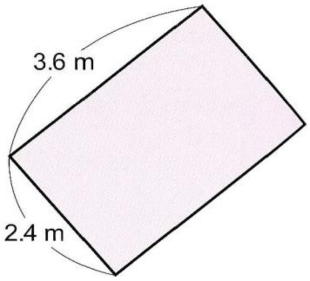
① $$\begin{array}{r} 0{\cdot}3\\ 0{\cdot}4\\ \hline 1\ 2\end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 0{\cdot}3\\ \times\ 0{\cdot}4\\ \hline 1\ 2\end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 0{\cdot}3\\ \times\ 0{\cdot}4\\ \hline 0{\cdot}1\ 2\end{array}$$

② $$\begin{array}{r} 0{\cdot}4\\ \times\ 0{\cdot}2\\ \hline 8\end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 0{\cdot}4\\ \times\ 0{\cdot}2\\ \hline \bigcirc\ 8\end{array} \rightarrow \begin{array}{r} 0{\cdot}4\\ \times\ 0{\cdot}2\\ \hline 0{\cdot}0\ 8\end{array}$$

Resuelve estas multiplicaciones en la forma vertical.

① 7.8 × 0.4
② 8.2 × 0.7
③ 3.2 × 0.3
④ 0.6 × 0.2
⑤ 0.1 × 0.9
⑥ 0.8 × 0.5

4 Propiedades de las operaciones



1 Hiroshi y Yumiko calcularon el área de este rectángulo.
Compara sus respuestas.

Cálculo de Hiroshi ▼

3.6 × 2.4 = ☐ (m^2)

Cálculo de Yumiko ▼

2.4 × 3.6 = ☐ (m^2)

2 Abajo se muestran los métodos ⓐ y ⓑ para hacer cálculos. Verifica si obtienes el mismo resultado en las dos operaciones.

ⓐ 3.8 + 2.3 + 2.7 ➔ 3.8 + (2.3 + 2.7)

ⓑ 1.8 × 2.5 × 4 ➔ 1.8 × (2.5 × 4)

Propiedades de las operaciones (1)

Suma

- Cuando sumas 2 números, obtienes el mismo resultado si inviertes el orden de los números que se suman.

  ■ + ▲ = ▲ + ■

- Cuando sumas 3 números, obtienes el mismo resultado si cambias el orden en que los sumas.

  (■ + ▲) + ● = ■ + (▲ + ●)

Multiplicación

- Cuando multiplicas 2 números, obtienes el mismo resultado si inviertes el multiplicando y el multiplicador.

  ■ × ▲ = ▲ × ■

- Cuando multiplicas 3 números, obtienes el mismo resultado si cambias el orden en que los multiplicas.

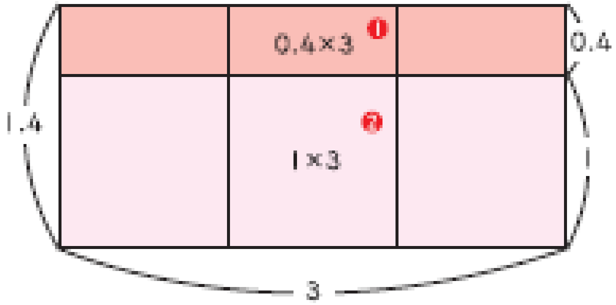
  (■ × ▲) × ● = ■ × (▲ × ●)

3 Observa cómo calculamos 1.4 x 3 para obtener el área de este rectángulo.

El siguiente diagrama muestra el método que usamos.

$$\begin{array}{r} 1.4 \\ \times\ ②\ 3\ ① \\ \hline 4.2 \end{array}$$

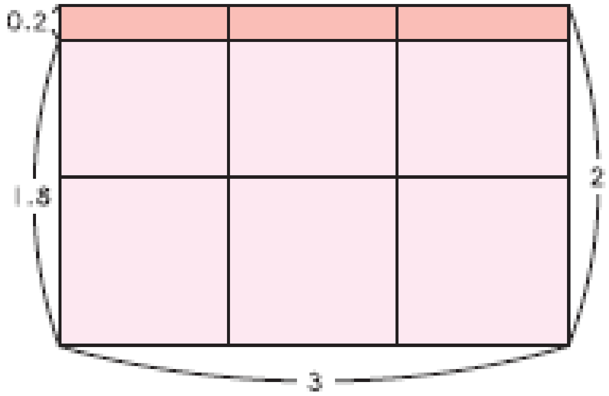
$$\begin{aligned} 1.4\times3 &= (1+0.4)\times3 \\ &= 1\times3+0.4\times3 \end{aligned}$$



4 Observa cómo calculamos 1.8 x 3.

El siguiente diagrama muestra el método que usamos.

$$\begin{aligned} 1.8\times3 &= (2-0.2)\times3 \\ &= 2\times3-0.2\times3 \end{aligned}$$



Reglas de las operaciones (2)

(■ + ▲) × ● = ■ × ● + ▲ × ●

(■ − ▲) × ● = ■ × ● − ▲ × ●

Ejercicios

1 Haz estas operaciones en la forma vertical. páginas 26-37

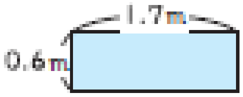
① 2.3 × 7 ② 0.8 × 9 ③ 4.7 × 18

④ 3 × 1.4 ⑤ 31 × 5.2 ⑥ 62 × 0.7

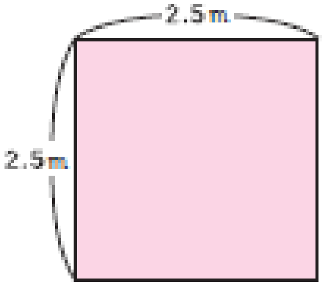
⑦ 0.6 × 0.8 ⑧ 3.5 × 0.9 ⑨ 1.5 × 3.4

2 Calcula las áreas de las siguientes figuras. página 35

① Un rectángulo que tiene 0.6 m de ancho y 1.7 de largo.



② Un cuadrado de lados 2.5 m.



3 ¿Cuánto pesan 8.6 m y 0.8 m de alambre si cada metro de alambre pesa 4.5 gramos? página 37

4 ¿En cuáles de las siguientes operaciones el producto es menor que 3.5? página 37

① 3.5×3.5 ② 3.5×0.1

③ 3.5×0.9 ④ 3.5×1

5 Escribe en los ☐ los números que faltan. páginas 38-39

① 0.5×2.7×4
=2.7× (☐ × ☐)
=2.7× ☐
= ☐

② 2.8×1.7+7.2×1.7
=(☐ + ☐)×1.7
= ☐ ×1.7
= ☐

Multiplicación con números decimales

Resolvamos este problema: una barra de hierro pesa ⓐ kg por m. ¿Cuántos kg pesan ⓑ m de este cable?

1 Escribe diferentes números en ⓐ y en ⓑ y piensa cómo calcular para obtener una respuesta.

Yo intenté con 2.1 y 3.2 para ⓐ y ⓑ y calculé la respuesta.

Podemos expresar 2 kg. 140 g como 2.14 kg.

¿Cómo podemos calcular si 1 m de la barra pesa 2 kg 140 g?

2 Piensa cómo obtener la respuesta cuando los valores son 2.14 y 3.2.

① Escribe una expresión matemática $\boxed{}$

② Veamos cómo obtener la respuesta usando la forma vertical.

$$\begin{array}{r}2.14\\ \times\ 3.2\\ \hline 428\\ 642\\ \hline 6.848\end{array}\quad\begin{array}{c}\xrightarrow{\text{2 de}\quad\text{100 veces}}\\ \xrightarrow{\text{1 de}\quad\text{10 veces}}\\ \\ \\ \xleftarrow[\text{3 de}]{\frac{1}{1000}}\end{array}\quad\begin{array}{r}214\\ \times\ 32\\ \hline 428\\ 642\\ \hline 6848\end{array}$$

Cuenta el número de dígitos que hay en la parte decimal del multiplicando y el multiplicador. Luego escribe el punto decimal del producto de manera que su parte decimal tenga el número de dígitos que contaste.

$$\begin{array}{r}2.14\\ \times\ 3.2\\ \hline 428\\ 642\\ \hline 6.848\end{array}$$

…Dos dígitos a la derecha del punto decimal. (2.14)

…Un dígito a la derecha del punto decimal. (3.2)

…Escribe el punto decimal para que haya tres dígitos a la derecha. (2 + 1 = 3)

3 Haz estas operaciones en la forma vertical.

① 3.14 × 1.1 ② 1.48 × 3.5

problemas

1 Resumamos cómo calcular con números decimales.

· Comprender cómo calcular con números decimales.

Para calcular 2.3 × 1.6, primero multiplicamos 2.3 por ☐ y luego 2.3 por ☐. Luego calculamos ☐ + ☐ y obtenemos 368.
Finalmente, para obtener la respuesta correcta debemos multiplicar 368 por ☐.

2.3 × 1.6 = ☐

2 Haz estas multiplicaciones en la forma vertical. · Multiplicar dos números decimales.

① 2.9 × 3 ② 2.7 × 24 ③ 0.5 × 8
④ 28 × 1.3 ⑤ 19 × 1.2 ⑥ 3.2 × 1.8
⑦ 0.4 × 0.6 ⑧ 3.5 × 0.7 ⑨ 7.6 × 0.5

3 Un metro de cinta cuesta 90 yenes. · Calcular usando estimaciones.

① ¿Cuál es el costo de 3.2 metros de cinta?

② ¿Cuál es el costo de 0.6 metros de cinta?

4 En lugar de multiplicar 2.5 por un número, un alumno sumó 2.5 a ese número y obtuvo 12.3. ¿Cuál es la respuesta al problema original?

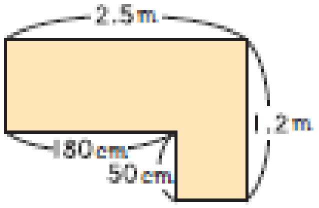
· Pensar mediante el uso inverso de los cálculos.

5 Piensa diferentes formas para hacer estas operaciones. Escribe cómo hiciste esos cálculos. · Usar las reglas de las operaciones.

① 0.5 × 5.2 × 8 ② 2.8 × 15

6 ¿Cuántos metros cuadrados mide el área de la figura de la derecha?

· Calcular un área usando números decimales.



Ir a la página 43 Ir a la página 114

Calculemos con tarjetas numéricas

Construye varias multiplicaciones del tipo (número decimal) x (número decimal) usando estas 6 tarjetas como se muestra abajo.

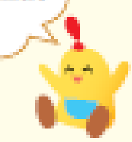
2 3 5 6 7 8

Construye multiplicaciones distintas.

☐.☐ × ☐.☐

¿El producto siempre tiene centésimas?

Piensa en pares de números que tengan un 5 y un número par en el lugar de los décimos.



1 Construye multiplicaciones donde el producto sea un número entero.

☐.☐ × ☐.☐ ☐.☐ × ☐.☐

☐.☐ × ☐.☐ ☐.☐ × ☐.☐

☐.☐ × ☐.☐ ☐.☐ × ☐.☐

☐.☐ × ☐.☐ ☐.☐ × ☐.☐

2 Escribe la multiplicación que arroje el mayor producto.

☐.☐ × ☐.☐

3 Escribe la multiplicación cuyo producto sea el más cercano a 18.

☐.☐ × ☐.☐

Ya conocemos multiplicaciones cuyo producto es 17 y 19.

6 División con números decimales

1 Cálculo de (número decimal)÷(número entero)

1 Repartimos equitativamente 5.7 m de cinta entre 3 alumnos.

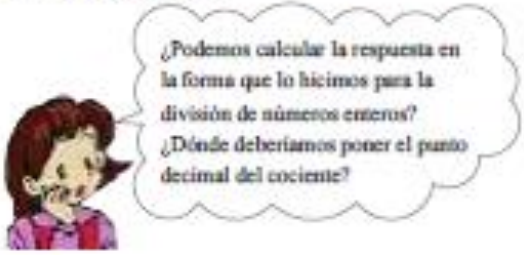
¿Cuántos metros recibió cada uno?

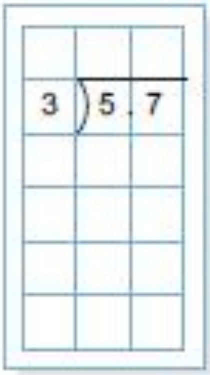
① Construye una expresión matemática para este problema

② ¿Cuántos metros son aproximadamente?

③ Piensa cómo calcular la respuesta.

④ Veamos cómo calcular la respuesta en la forma vertical.



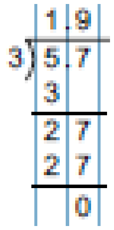


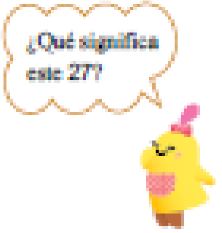
Piensa cómo dividir con números decimales

Cómo Calcular 5.7÷3 en la Forma Vertical

El punto decimal del cociente se escribe en el mismo lugar que ocupa en el dividendo.

Como 5 se divide entre 3, el cociente se escribe en el lugar de las unidades.



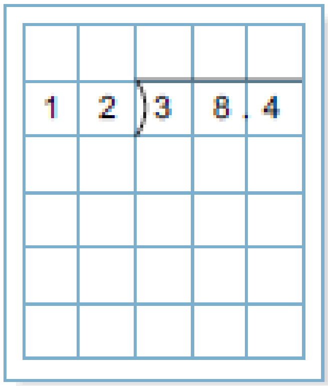


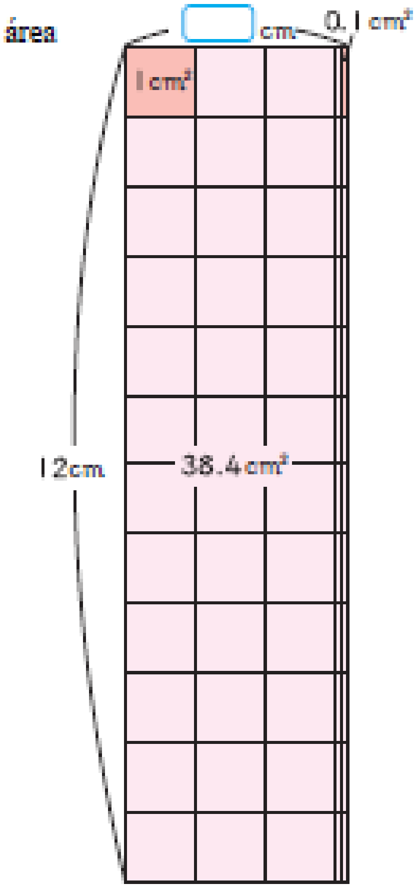
Luego calcula como si fuera una división con números enteros.

2 Encuentra el ancho del rectángulo cuya área mide 38.4 m² y 12 cm de largo.

① Escribe una expresión matemática para resolver este problema

② Piensa cómo calcular la respuesta en la forma vertical.



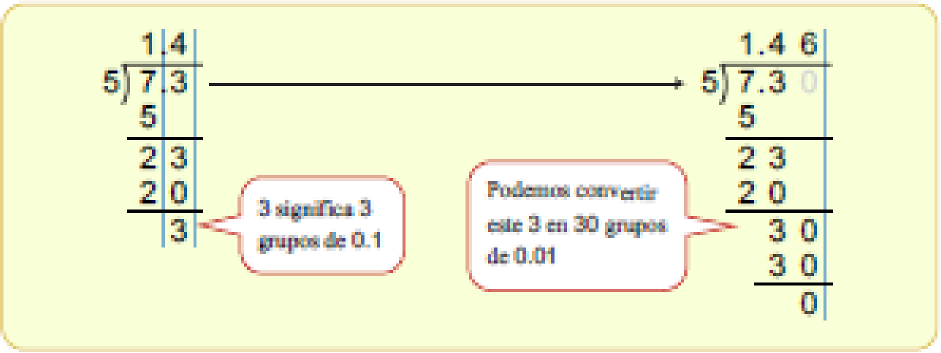


Haz estas operaciones en la forma vertical.

① 7.5 ÷ 5
② 6.4 ÷ 4
③ 6.8 ÷ 2
④ 52.9 ÷ 23
⑤ 61.2 ÷ 18
⑥ 58.8 ÷ 42

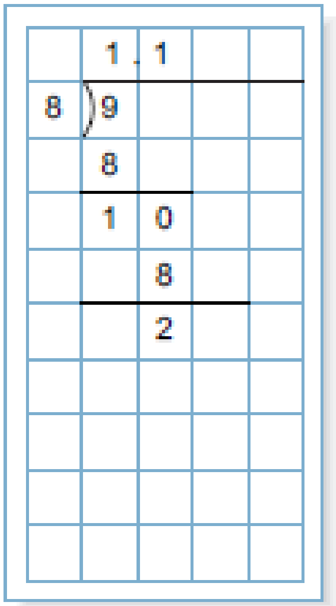
Extendamos la división

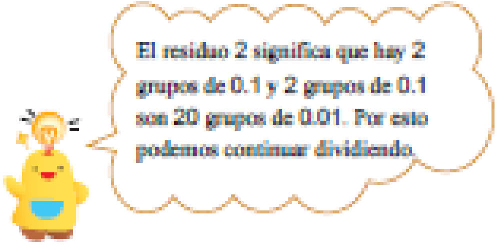
3 Queremos dividir equitativamente una cinta de 7.3 m entre 5 niños. ¿Cuántos metros recibirá cada uno?



Algunas veces podemos continuar dividiendo hasta que el residuo es cero.

4 Piensa cómo calcular 9 ÷ 8 en la forma vertical.





Haz estas operaciones hasta que el residuo sea cero.

① 9.4 ÷ 4 ② 8.6 ÷ 5 ③ 7 ÷ 5 ④ 11 ÷ 8

El cero en el lugar de las unidades del cociente

5 Queremos dividir equitativamente una cinta de 4.5 m entre 9 niños. ¿Cuántos metros recibirá cada uno?

4.5 ÷ 9

(1) Escribimos el punto decimal del cociente en el mismo lugar que ocupa en el dividendo. Escribimos 0 en el lugar de las unidades del cociente, porque 4 es más pequeño que 9.

(2) Como 4.5 corresponde a 45 grupos de 0.1, podemos hacer este cálculo utilizando el mismo método que usamos para números enteros.

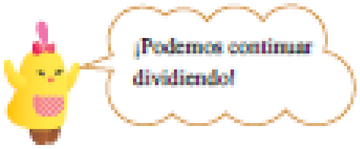
9)4.5

(1) 0.
9)4.5

(2) 0.5
9)4.5
4 5
0

6 Piensa cómo calcular 6 ÷ 8 en la forma vertical.

	0 .	7	
8	) 6 .	0	
	5	6	
		4	



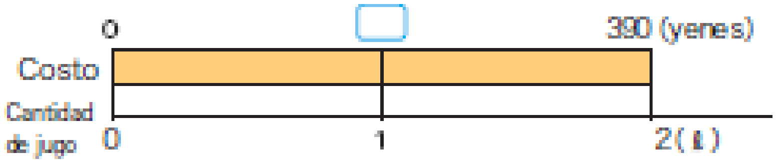
Haz estas operaciones en la forma vertical.

① 3.5 ÷ 5　② 4.8 ÷ 6　③ 5.4 ÷ 9　④ 5 ÷ 8

2 Cálculo de (número entero) + (número decimal)

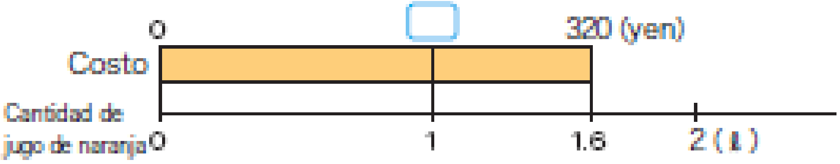
1 Mayumi y Kenta fueron de compras al supermercado.

① Encontremos el costo de 1ℓ a partir del envase de 2ℓ.



390 ÷ 2= ☐ (yen)

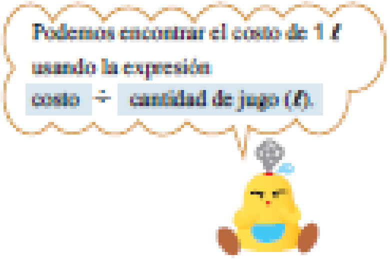
② Encontremos el costo de 1ℓ para el envase de 1.6ℓ.



Escribe una expresión matemática para este problema

☐

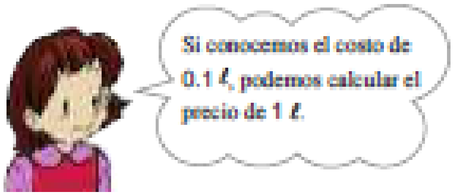
¿ Aproximadamente cuánto cuesta?



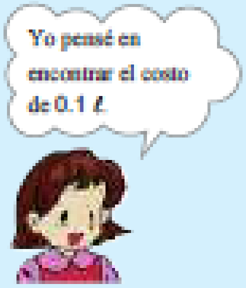
Si el divisor es un número decimal, como la cantidad de jugo, podemos hacer el cálculo para encontrar el precio por litro del mismo modo que cuando trabajamos con números enteros.

Piensa cómo hacer el cálculo para obtener la respuesta.

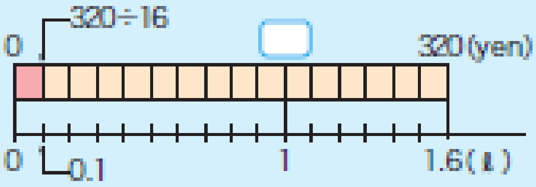
320 ÷ 1.6



La idea de Keiko ▼



Como 1.6 litros es 16 veces 0.1 litros, podemos calcular el costo de 0.1 litro calculando 320÷16=20 (yen). Y como 10 veces el costo de 0.1 litro es el costo de 1 litro, podemos calcular el costo de 1 litro con $20 \times \boxed{} = \boxed{}$ (yenes).

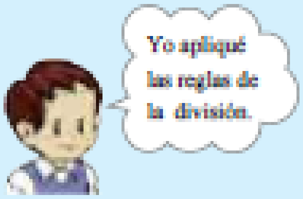


÷16   × ☐

Costo (yen)	320	20	?
Cantidad (ℓ)	1.6	0.1	1

÷16   ×10

La idea de Makoto ▼

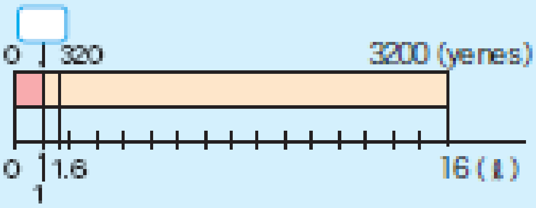


Si compro 16 litros de jugo de naranja, el costo será 10 veces el de 1.6 litros y el costo por litro será el mismo.

El costo de 1 ℓ cuando compro 1.6 ℓ es   320 ÷1.6 = ☐ (yenes)

10veces   10veces

El costo de 1 ℓ cuando compro 16 ℓ es   3200 ÷16 = 200 (yenes)

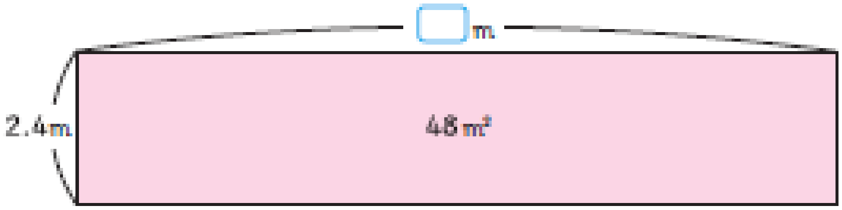


×10   ÷ ☐

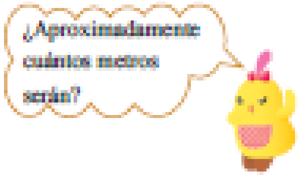
Costo (yenes)	320	3200	?
Cantidad (ℓ)	1.6	16	1

×10   ÷16

2 Tenemos una parcela rectangular que contiene flores. Su área es de 48 m^2 y uno de sus lados mide 2.4 m. ¿Cuánto mide el otro lado en metros?

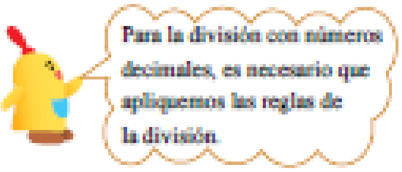


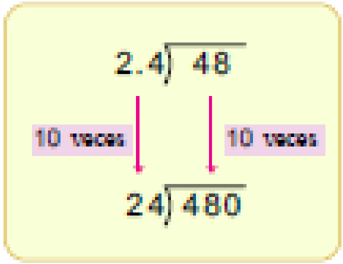
① Escribe tu razonamiento usando una expresión matemática.



② Piensa cómo calcular la respuesta.

③ Piensa cómo resolver este problema usando la forma vertical.





En la división, la respuesta no cambia si el dividendo y el divisor se multiplican por el mismo número. Cuando dividimos un número entre un número decimal, podemos expresar el dividendo y el divisor como números enteros aplicando esta regla de la división.

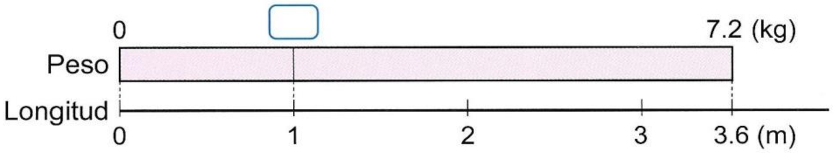
Haz estas divisiones en la forma vertical

① 6 ÷ 1.5 ② 42 ÷ 3.5 ③ 91 ÷ 2.6

3 Cálculo de (número decimal) ÷ (número decimal)

1 Una barra de hierro tiene 3.6 m de largo y pesa 7.2 kg.

¿Cuánto pesa en kg 1 m de esta barra?



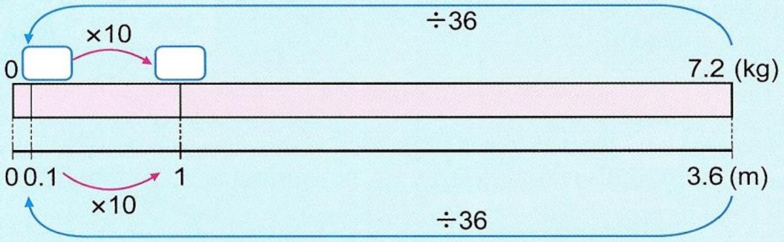
① Escribe tu razonamiento con una expresión matemática. ☐

② Piensa cómo calcular la respuesta.

La idea de Keiko ▼

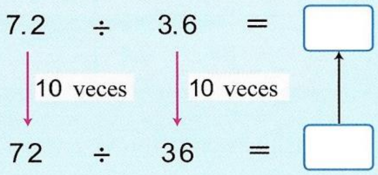
El peso de 0.1 m es 7.2 ÷ 3.6 = 0.2 (kg), por lo tanto, el peso de 1 m es

0.2 × 10 = ☐ (kg)

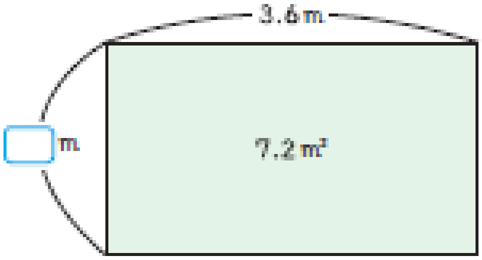


La idea de Makoto ▼

Puedo expresar el divisor como un número entero aplicando las propiedades de la división.



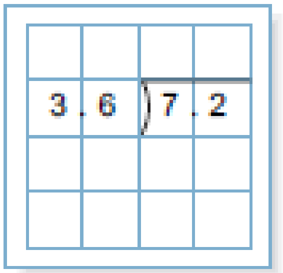
2 Una parcela de forma rectangular tiene un área de 7.2 metros cuadrados y uno de sus lados mide 3.6 metros ¿Cuál es la longitud en metros del otro lado?



① Escribe tu razonamiento con una expresión matemática.

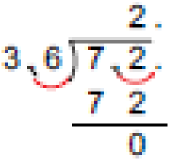
② Piensa cómo calcular la respuesta.

③ Piensa cómo resolver esta división en la forma vertical.



Cómo dividir con números decimales en la forma vertical

(1) Multiplica el divisor por 10 para tener un número entero, con esto "mueves" el punto decimal un lugar a la derecha.



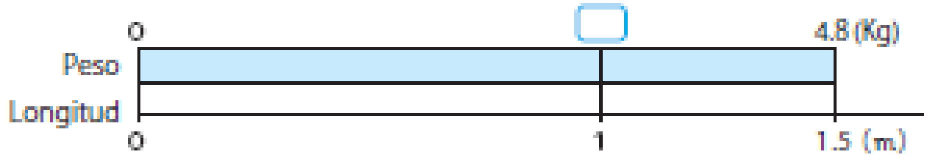
(2) Luego multiplicas el dividendo por 10 para obtener un número entero, así "mueves" el punto decimal un lugar a la derecha.

(3) Finalmente, calculas la respuesta utilizando el mismo método para dividir que aplicamos con los números enteros.

Haz estas divisiones usando la forma vertical.

① 6.8 ÷ 1.7 ② 6.5÷1.3 ③ 9.2 ÷ 2.3

3 Una barra de hierro tiene 1.5 metros de largo y pesa 4.8 kilos.
¿Cuánto pesa en Kg un metro de esta barra?

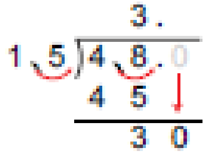


① Escribe tu razonamiento con una expresión matemática ☐

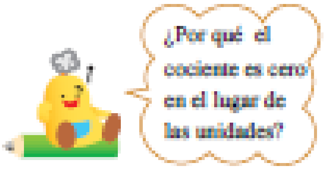
② Piensa cómo calcular la respuesta en la forma vertical.

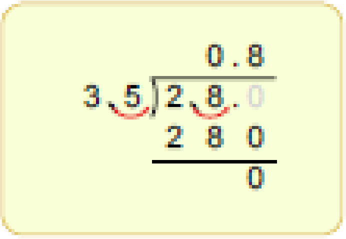
(1) ¿Por cuál número debemos multiplicar el dividendo y el divisor?

(2) Cuando hacemos una división recuerda que 48 es igual a 48.0



4 Explica cómo calcular 2.8 ÷ 3.5 en la forma vertical.





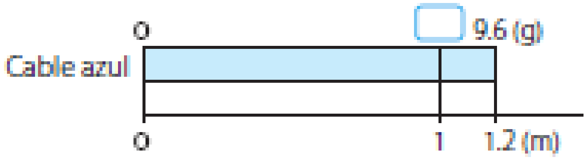
1 Resolvamos estas operaciones en la forma vertical.

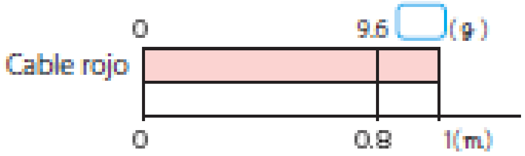
① 8.5 ÷ 2.5　② 2.1 ÷ 3.5　③ 2.4 ÷ 4.8

2 Tenemos una parcela de forma rectangular con flores, cuya área es de 36.1 m^2.
Uno de sus lados mide 3.8 metros. ¿Cuál es la longitud del otro lado en metros?

División con números menores que 1

5 Un cable azul mide 1.2 metros de largo y pesa 9.6 gramos. Un cable rojo mide 0.8 metros de largo y pesa 9.6 gramos. ¿Cuál es el peso de un metro de cada tipo de cable?





① ¿Cuál es el peso en gramos de 1 metro de cable azul?

② ¿Cuál es el peso en gramos de 1 metro de cable rojo?

9.6 ÷ 0.8 =

$0.8\overline{)9.6}$

③ Compara el cociente y el dividendo.

Cuando dividimos un número entre otro que es menor que 1, el cociente es más grande que el dividendo.

6 Pensemos cómo calcular 0.9 ÷ 0.6 en la forma vertical.

$0.6\overline{)0.9}$

Haz estas operaciones en la forma vertical.

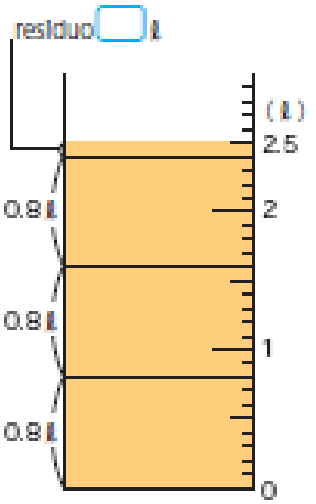
① 5.4 ÷ 0.6 ② 3.2 ÷ 0.4 ③ 1.5 ÷ 0.6

④ 0.7 ÷ 0.5 ⑤ 0.4 ÷ 0.5 ⑥ 0.2 ÷ 0.8

4 Problemas donde usamos divisiones

División con residuo

1 Repartimos 2.5 litros de jugo de naranja en unos frascos cuya capacidad es 0.8 litros. ¿Cuántos frascos llenamos y qué cantidad de jugo nos quedó?



① Escribe tu razonamiento con una expresión matemática.

② El cálculo se muestra a la derecha. ¿Cuántos litros quedaron?

$$\begin{array}{r} 3\,.\\ 0.8\,\overline{)\,2.5\,.}\\ 2\;\;4\\ \hline 1\end{array}$$

③ ¿Qué posición debería tener el punto decimal en el residuo?

Dividendo = divisor × cociente + residuo

$$2.5 = 0.8 \times 3 + \boxed{}$$

Cuando resolvemos una división con residuo, el punto decimal del residuo está en el mismo lugar que en el dividendo original.

$$\begin{array}{r} 3\,.\\ 0.8\,\overline{)\,2.5\,.}\\ 2\;\;4\\ \hline 0.\,1\end{array}$$

Tenemos 8 Kg de arroz. Si ponemos 1.5 Kg en varias bolsas, ¿cuántas bolsas con 1.5 Kg de arroz tenemos y cuántos Kg de arroz quedan?

2 Tenemos una barra de hierro que mide 2.4 metros y pesa 3.1 kilos. ¿Cuántos kilos pesa 1 metro de esta barra?

① Escribe tu razonamiento con una expresión matemática

② El procedimiento se muestra a la derecha. ¿Cómo leemos la respuesta?

③ Calcula el cociente redondeándolo al centésimo más cercano.

```
          1.2 9 1 6
2,4) 3,1.
      2 4
     -----
        7 0
        4 8
      -------
        2 2 0
        2 1 6
      ---------
            4 0
            2 4
          -------
            1 6 0
            1 4 4
          -------
              1 6
```

Es conveniente redondear el cociente cuando tiene muchos dígitos en su parte decimal.

1 Encuentra el cociente redondeando al centésimo más cercano.

① 2.8÷ 1.7 ② 5 ÷ 2.1 ③ 9.2 ÷ 3

2 Tenemos un cable que mide 0.3 metros de largo y pesa 1.6 gramos. ¿Cuánto pesa 1 m de este cable? Calcula el cociente redondeándolo al centésimo más cercano.

Ejercicios

1 Haz estas operaciones en la forma vertical.

páginas 78–79

① 9.6÷6 ② 8.4÷7 ③ 9.5 ÷ 5
④ 32.2÷ 14 ⑤ 62.1÷ 23 ⑥ 92.8÷ 58

2 Resuelve estas operaciones, continua dividiendo hasta que el residuo sea cero.

páginas 80–81

① 8.7 ÷ 6 ② 7.8 ÷ 4 ③ 12.3 ÷ 5
④ 8 ÷ 5 ⑤ 5 ÷ 4 ⑥ 15 ÷ 8
⑦ 4.5 ÷ 6 ⑧ 1 ÷ 8 ⑨ 0.9 ÷ 6

3 Resuelve estas operaciones en la forma vertical.

páginas 85–89

① 36 ÷ 1.8 ② 12 ÷ 1.5 ③ 40 ÷ 1.6
④ 6.4 ÷ 1.6 ⑤ 7.2 ÷ 2.4 ⑥ 8.1 ÷ 2.7
⑦ 3.6 ÷ 2.4 ⑧ 9.1 ÷ 3.5 ⑨ 5.4 ÷ 1.2
⑩ 2.8 ÷ 5.6 ⑪ 2.3 ÷ 4.6 ⑫ 2.2 ÷ 5.5
⑬ 7.2 ÷ 0.8 ⑭ 8.4 ÷ 0.6 ⑮ 0.3 ÷ 0.8

4 Si dividimos una cinta de 3.4 m en trozos de 0.7 m, ¿cuántos niños pueden recibir uno de esos trozos y cuántos metros sobran?

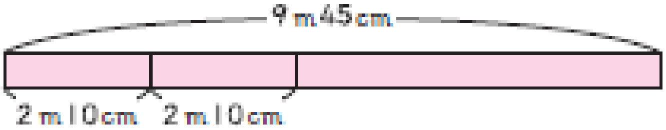
página 90

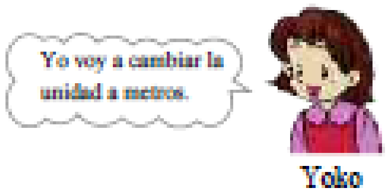
5 Un cable mide 0.7 metros de largo y pesa 5.7 gramos. ¿Cuántos gramos pesa 1 metro de ese cable? Calcula el cociente y redondéalo al centésimo más cercano.

página 91

División con números decimales

Cortamos una cinta que mide 9 m 45 cm de largo en trozos de 2 m 10 cm. ¿Cuántos niños pueden recibir uno de esos trozos y cuántos metros sobran?





La idea de Takafumi ▼

Como 9 m 45 cm = ☐ cm

2 m 10 cm = ☐ cm

De lo anterior obtenemos la expresión ☐

Para calcular en la forma vertical la escribimos así:

2	1	0	)9	4	5

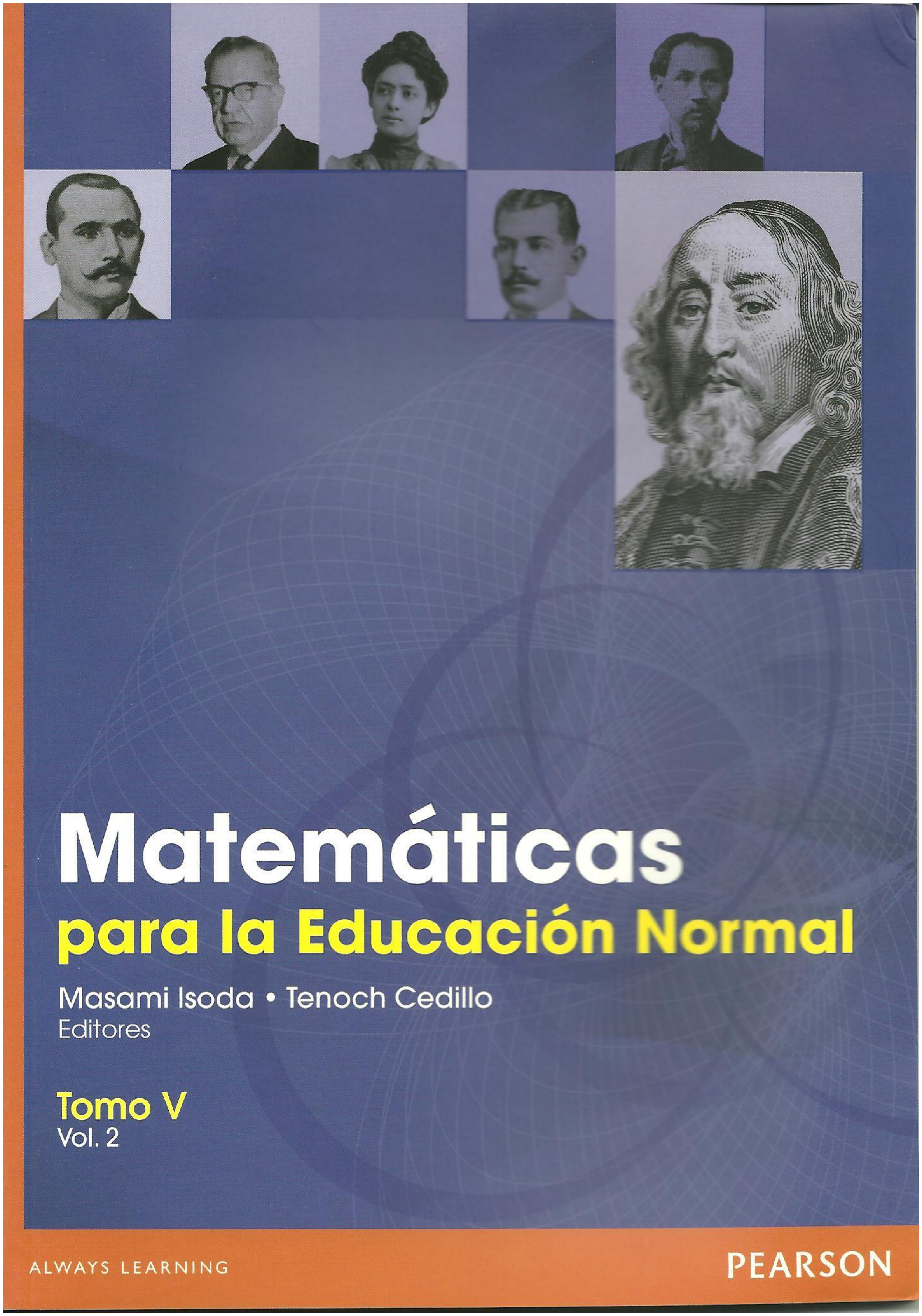
El residuo es ☐ cm = ☐ m.

Respuesta: La cinta puede repartirse entre ☐ niños

y el residuo es ☐ m

① Piensa en el método que utilizó Yoko.

TOMO V VOL. 2



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

Tomo V
Vol. 2

ALWAYS LEARNING

PEARSON

9

Fracciones

Vertimos jugo de naranja en un recipiente graduado usando fracciones.

① Encuentra la marca que indica exactamente $\frac{1}{2}\ell$.

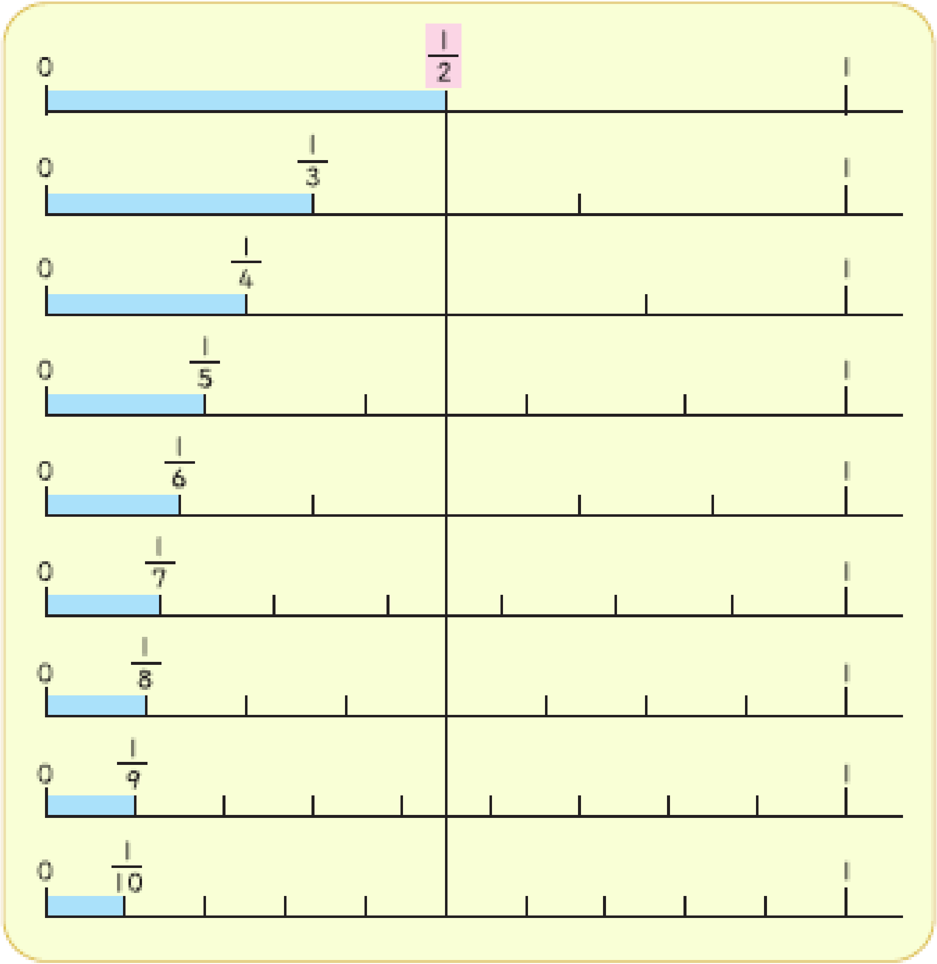
$$\frac{1}{2}=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$$

② Encuentra la marca que indica exactamente $\frac{1}{3}\ell$.

$$\frac{1}{3}=\frac{\square}{\square}=\frac{\square}{\square}$$

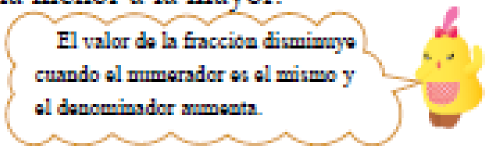
1 Fracciones equivalentes

1 Sigue las instrucciones de abajo usando la recta numérica.



① Lee en voz alta $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, $\frac{1}{6}$, $\frac{1}{7}$, $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{9}$ y $\frac{1}{10}$ hazlo de la fracción menor a la mayor.

② Reemplaza con 2 los numeradores del inciso ① y vuelve a leer las fracciones en voz alta, de la menor a la mayor.



③ Observa la recta numérica de la página anterior y encuentra fracciones que sean equivalentes.

$$\frac{1}{2} = \square = \square = \square = \square$$

$$\frac{1}{3} = \square = \square$$

$$\frac{3}{4} = \square$$

④ Observa la recta numérica y encuentra otras fracciones que sean equivalentes a las del inciso anterior.

⑤ Platica con tus compañeros sobre lo que has aprendido y haz un resumen.

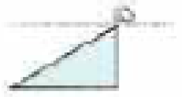
① Cuando el denominador es el mismo, el valor de una fracción se incrementa si el numerador aumenta.

② Cuando el numerador es el mismo, el valor de una fracción disminuye cuando su denominador aumenta.

③ Algunas fracciones tienen el mismo valor aunque sus denominadores y numeradores sean diferentes.

Encierra en un círculo la fracción que sea mayor en cada pareja. Si son iguales, marca ambas fracciones.

① $\left(\frac{3}{5}, \frac{3}{8}\right)$ ② $\left(\frac{3}{7}, \frac{5}{7}\right)$ ③ $\left(\frac{1}{2}, \frac{4}{8}\right)$

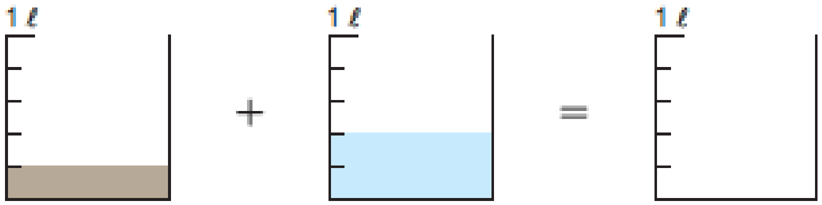


2 Suma y resta con fracciones

Suma con fracciones

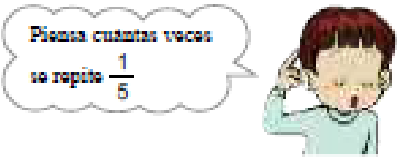
1 Akira y Yukie hacen café con leche. ¿Cuántos litros hizo cada uno?

① Akira

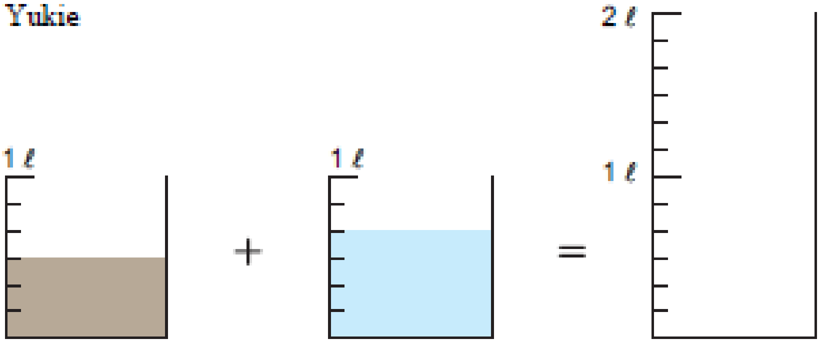


Café : $\frac{1}{5}$ ℓ   Leche : $\frac{2}{5}$ ℓ   Café con leche : ☐ ℓ

$\frac{1}{5}+\frac{2}{5}=\square$

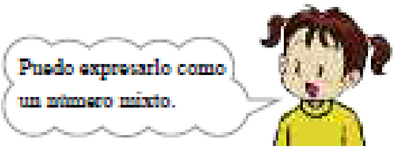


② Yukie



Café : $\frac{3}{6}$ ℓ   Leche : $\frac{4}{6}$ ℓ   Café con leche : ☐ ℓ

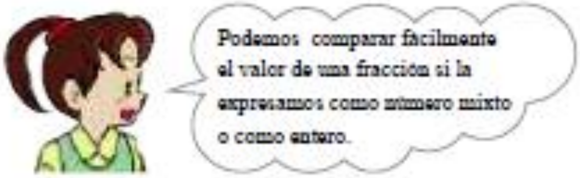
$\frac{3}{6}+\frac{4}{6}=\square=\square\frac{\square}{\square}$



Cuando se suman fracciones con el mismo denominador, se suman los numeradores y los denominadores quedan igual.

2 Piensa cómo hacer este cálculo: $\frac{3}{8}+\frac{5}{8}$.

$\frac{3}{8}+\frac{5}{8}=\boxed{}=\boxed{}$



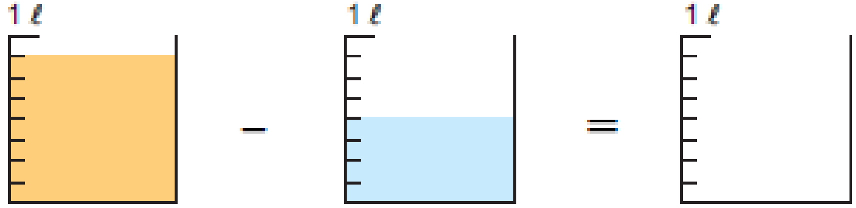
3 Construye sumas utilizando fracciones propias con el mismo denominador, utiliza números del 1 al 9. Luego calcula los resultados.

$\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$

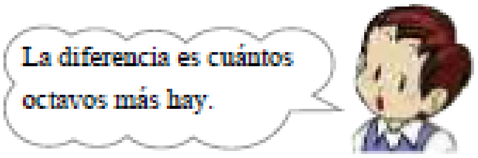
① $\frac{2}{4}+\frac{1}{4}$
② $\frac{4}{7}+\frac{1}{7}$
③ $\frac{2}{8}+\frac{3}{8}$
④ $\frac{2}{3}+\frac{2}{3}$
⑤ $\frac{2}{5}+\frac{4}{5}$
⑥ $\frac{3}{9}+\frac{6}{9}$

Resta con fracciones

4 ¿Cuánto más grande es $\frac{7}{8}$ de litro de jugo que $\frac{4}{8}$ de litro de leche? Piensa cómo calcular la respuesta.



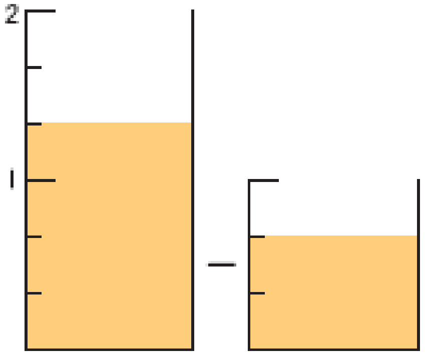
$\frac{7}{8} - \frac{4}{8} = \boxed{}$

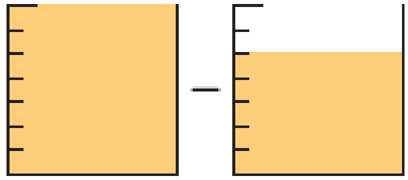


5 Piensa cómo harías las siguientes restas.

① $\frac{4}{3} - \frac{2}{3}$

② $1 - \frac{5}{7}$





Cuando hacemos restas con fracciones que tienen el mismo denominador, restamos los numeradores y los denominadores quedan igual.

① $\frac{5}{8} - \frac{4}{8}$

② $\frac{3}{7} - \frac{3}{7}$

③ $\frac{5}{6} - \frac{1}{6}$

④ $\frac{3}{4} - \frac{2}{4}$

⑤ $\frac{13}{12} - \frac{5}{12}$

⑥ $1 - \frac{2}{5}$

3 Fracciones, números decimales y números enteros

Cocientes y fracciones

1 Si repartimos equitativamente 2 litros de leche entre ☐ alumnos, ¿cuántos litros recibirá cada uno?

2÷☐

① Realiza estas operaciones utilizando los números del 1 al 5 en el ☐

2÷☐, 2÷☐, 2÷☐, 2÷☐, 2÷☐

② Agrupa las expresiones de arriba en los siguientes grupos dependiendo del tipo de resultado.

Cocientes que sean números enteros.
( )

Cocientes que sean números decimales
( )

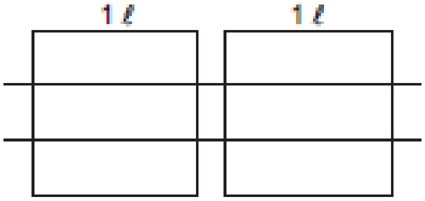
Cocientes que contengan un número indefinido de dígitos en su parte decimal ( )

2÷3 es 0.666... Este número tiene una cantidad indefinida de dígitos en su parte decimal.

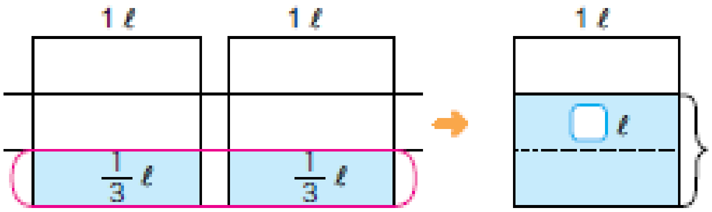
③ Si repartimos equitativamente 2 litros entre 3 alumnos, ¿cuántos litros recibirá cada uno?

Colorea la porción que le toca a un alumno.

¿Cuántos litros es esa porción?



Analicemos cómo expresar el cociente de una división cuando tiene un número indefinido de dígitos en su parte decimal.



Cantidad para un alumno cuando 1 litro se divide en 3 partes iguales ☐ ℓ

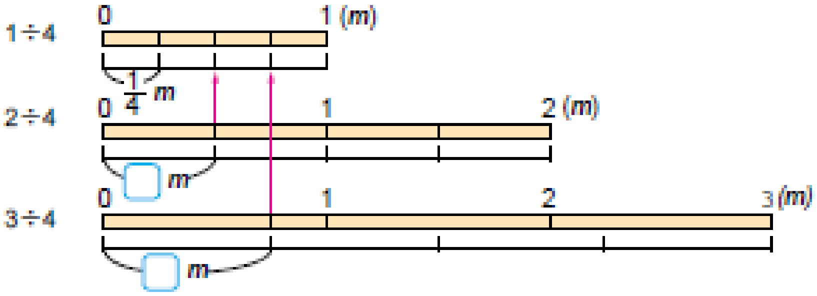
La cantidad para un alumno cuando se reparten 2 litros en 3 partes iguales. ☐ ℓ

$$2 \div 3 = \frac{\square}{\square}$$

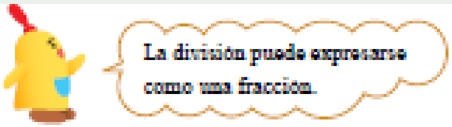
2 ¿Cuántos metros mide cada tramo cuando una cuerda de 3 metros se divide en 4 partes iguales?

① Escribe una expresión matemática para este problema.

② ¿Cuál es la longitud de una parte? $3 \div 4 = \square$



La división de un número entre otro puede expresarse como una fracción. $\bullet \div \blacksquare = \frac{\bullet}{\blacksquare}$



Reescribe las siguientes divisiones como fracciones.

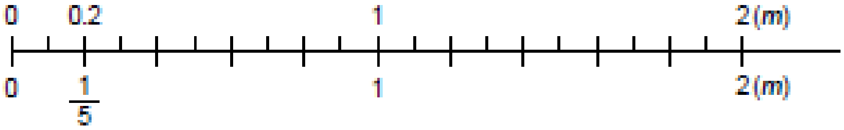
① 1÷6 ② 5÷8 ③ 4÷3 ④ 9÷7

Fracciones, números decimales y números enteros

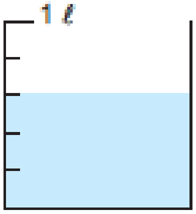
3 Si dividimos una cinta de 2 metros en 5 partes iguales, ¿cuántos metros medirá cada una de esas partes?

① Expresa el cociente de estas divisiones como una fracción y después como número decimal. $2 \div 5 = \frac{\square}{\square}$ $2 \div 5 = \square$

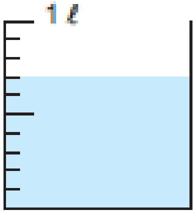
② Ubica en esta recta numérica la fracción $\frac{2}{5}$ y también su valor decimal.



4 ¿Qué cantidad es mayor, ¿$\frac{3}{5}$ ℓ o 0.7 litros?



$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = \square$



Para expresar una fracción como número decimal o como número entero, dividimos el numerador entre el denominador.

5 Expresa las siguientes fracciones como números decimales.

① $\frac{3}{10} = \square$

② $\frac{29}{100} = \square$

③ $\frac{12}{4} = 12 \div 4 = \square$

④ $1\frac{3}{5} = \frac{8}{5} = 8 \div 5 = \square$

6 Veamos cómo expresar 2 y 5 como fracciones.

$2 = 2 \div 1 = \frac{2}{1}$ $\qquad$ $5 = 5 \div 1 = \square$

$2 = 4 \div 2 = \frac{4}{2}$ $\qquad$ $5 = 10 \div 2 = \square$

$2 = 8 \div \square = \square$ $\qquad$ $5 = 30 \div \square = \square$

Los números enteros pueden expresarse como fracciones usando cualquier denominador.

7 Expresa los números 0.19 y 1.7 como fracciones.

① Como 0.19 es lo mismo que 19 veces 0.01

↓

podemos pensarlo como 19 veces $\frac{1}{100}$ y obtenemos $\square$.

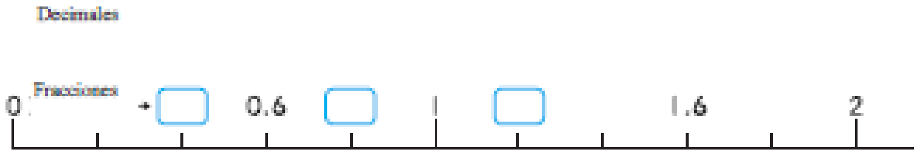
② Como 1.7 es lo mismo que $\square$ veces 0.1,

↓

podemos pensarlo como 17 veces $\square$ y obtenemos $\square$.

Muchos números decimales pueden expresarse como fracciones si elegimos $\frac{1}{10}$ y $\frac{1}{100}$ como unidades.

Escribe en los ☐ los números decimales y las fracciones que faltan.



8 Clasifica estas fracciones en los grupos que se indican.

① $\frac{8}{10}$ ② $1\frac{1}{2}$ ③ $\frac{4}{11}$ ④ $\frac{3}{5}$ ⑤ $\frac{3}{1}$ ⑥ $2\frac{1}{3}$ ⑦ $\frac{6}{2}$

ⓐ Números enteros. ☐

ⓑ Con un número definido de dígitos decimales. ☐

ⓒ Otro tipo de números decimales. ☐

9 Dibuja una ↓ para indicar la posición de cada uno de los siguientes números en la recta numérica de abajo.

$\frac{4}{5}$ 0.6 $1\frac{7}{20}$ 2 1.25 $\frac{3}{4}$ $\frac{2}{3}$

Los números enteros, los números decimales y las fracciones pueden ubicarse en una recta numérica. Así es más fácil compararlos.

Se facilita la comparación de fracciones si las expresamos como números decimales.

$$\frac{2}{3} = 2 \div 3 = 0.666\cdots \rightarrow \text{aproximadamente } 0.67$$

1 Ordena los siguientes números del mayor al menor.

1.3 0.75 $\frac{4}{2}$ $1\frac{1}{2}$ $\frac{7}{10}$ $\frac{5}{7}$

2 Expresa los siguientes números decimales como fracciones y las fracciones como números decimales.

① 0.9 ② 1.25 ③ $\frac{3}{4}$ ④ $\frac{24}{6}$ ⑤ $1\frac{2}{5}$

Ejercicios

1 Analiza los siguientes pares de fracciones y en cada pareja encierra en un círculo la fracción de mayor valor. página 25

① $\left(\frac{7}{8}, \frac{5}{8}\right)$ ② $\left(\frac{8}{3}, \frac{8}{5}\right)$ ③ $\left(\frac{2}{3}, \frac{6}{9}\right)$

2 Realiza las siguientes operaciones. páginas 26–28

① $\frac{1}{3}+\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}+\frac{3}{5}$ ③ $\frac{5}{6}+\frac{3}{6}$

④ $\frac{5}{7}-\frac{1}{7}$ ⑤ $\frac{5}{4}-\frac{2}{4}$ ⑥ $1-\frac{7}{8}$

3 Expresa como fracciones las siguientes divisiones. página 30

① $1 \div 7$ ② $5 \div 9$ ③ $11 \div 3$

4 Expresa las siguientes fracciones como números decimalest. página 31

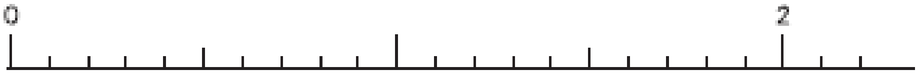
① $\frac{5}{10}$ ② $\frac{31}{100}$ ③ $\frac{18}{6}$ ④ $1\frac{1}{4}$

5 Expresa los siguientes números decimales como fracciones. página 32

① 0.3 ② 1.9 ③ 0.61 ④ 1.11

6 Indica con una ↓ la posición en la recta numérica de cada uno de los siguientes números. página 33

1 $\frac{2}{5}$ 0.7 $1\frac{5}{20}$ 1.8 $\frac{7}{5}$



¿Podemos hacer operaciones con números mixtos?

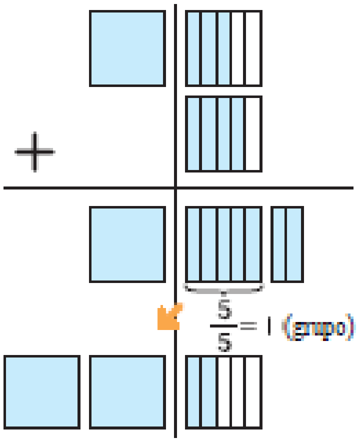
1 La familia de Masako bebe $1\frac{3}{5}$ litros de leche en la mañana y $\frac{4}{5}$ litros de leche en la tarde.

① ¿Cuántos litros de leche bebieron en total? Escribe una operación que represente esto.

② Piensa cómo calcular la respuesta.

$$1\frac{3}{5}+\frac{4}{5}=1\frac{\boxed{}}{5}$$

$$=\boxed{}$$

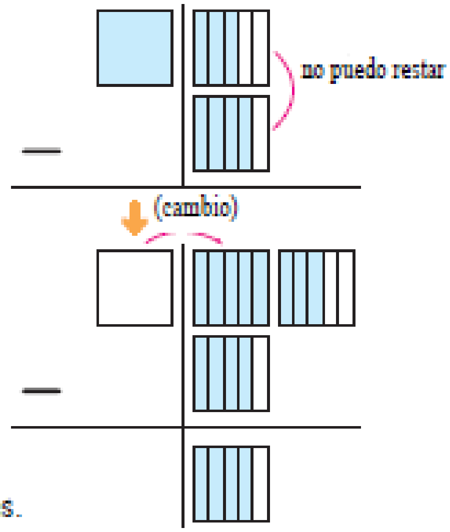


③ ¿Cuánta leche bebieron más en la mañana respecto a la tarde? Escribe una operación que represente esto.

④ Piensa cómo calcular la respuesta.

$$1\frac{3}{5}-\frac{4}{5}=\frac{\boxed{}}{5}-\frac{4}{5}$$

$$=\boxed{}$$



2 Realiza las siguientes operaciones.

① $\frac{2}{7}+1\frac{6}{7}$

② $1\frac{2}{4}-\frac{3}{4}$

problemas

1 Expresa las siguientes divisiones como fracciones.

· Entender la relación que hay entre la división con enteros y las fracciones.

① 4÷5 ② 6÷9 ③ 20÷8

2 Expresa las siguientes fracciones como números decimales o como números enteros y los números decimales como fracciones.

· Expresar cantidades como números decimales, como fracciones y como números enteros.

① $\frac{1}{2}$ ② $\frac{16}{8}$ ③ $1\frac{1}{5}$ ④ 0.6 ⑤ 0.12

3 Resuelve las siguientes operaciones.

· Resolver sumas y restas con fracciones que tienen el mismo denominador

① $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$ ② $\frac{5}{8}+\frac{7}{8}$ ③ $\frac{4}{8}-\frac{3}{8}$ ④ $1-\frac{3}{5}$

4 Utiliza dos de las tarjetas $\boxed{3}$, $\boxed{4}$, $\boxed{5}$, $\boxed{6}$ y $\boxed{7}$ para crear fracciones. Clasifica las fracciones en tres grupos como se indica.

· Expresar fracciones como números decimales ó números enteros.

Fracciones que pueden expresarse como números enteros.

( )

Fracciones que pueden expresarse como decimales con un número determinado de dígitos.

( )

Fracciones que no pueden expresarse como decimales con un número determinado de dígitos.

( )

Ir a la página 37

Ir a la página 88

¿Puedes hacer esto?

¿Será posible iniciar el cálculo con 3+4?

- ¿Cuál es el elemento que tienen en común las siguientes fracciones?

$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$ $\qquad$ $\frac{3}{7}+\frac{4}{7}$ $\qquad$ $\frac{3}{10}+\frac{4}{10}$

$\frac{3}{5}+\frac{4}{5}$ se resuelve sumando 3+4 si pensamos $\frac{1}{5}$ como la unidad.

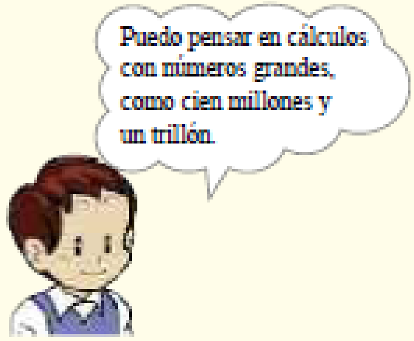
1 ¿Con qué unidades debemos resolver las siguientes operaciones para que se comporten como si calculáramos 3+4?

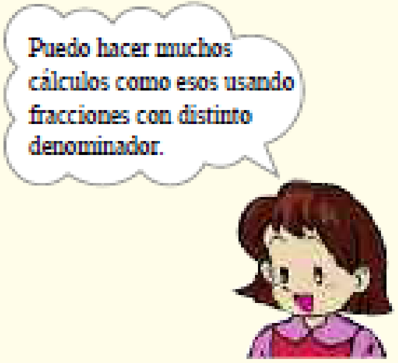
① 0.3+0.4 .... La unidad es ☐ .

② 3000+4000 .... La unidad es ☐ .

③ $\frac{3}{9}+\frac{4}{9}$ .... La unidad es ☐ .

2 Encuentra otras operaciones cuyo proceso sea equivalente al que realizamos con 3+4.





11 Razones y gráficas

Jugamos algunos partidos de básquetbol. La tabla de abajo muestra los registros de los tiros a la canasta que hizo Kazuko en 3 partidos.

Feb. 10	○ × ○ × ○ ○ ○ ○
Feb. 13	○ ○ × × ○ × ○ ○ × ○
Feb. 15	× ○ ○ ○ × × ○ ○ ○ ○

○ encestados

× tiros fallidos

¿En cuál juego obtuvo los mejores resultados? Piensa cómo comparar los resultados y discute tus ideas con tus compañeros.

Piensa cómo comparar cantidades como el número de tiros encestados o el nivel en que los pasajeros llenan un avión.

1 El concepto de razón

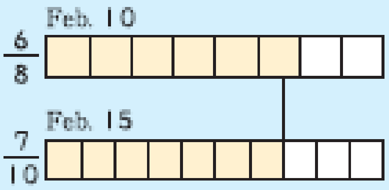
1 Haz el registro de los tiros a la canasta de la página anterior usando números.

	Feb. 10	Feb. 13	Feb. 15
Número de encestados	6	6	7
Número de lanzamientos	8	10	10

① Expresa como fracciones los datos del 10 y el 15 de febrero. Usa el número de tiros a la canasta como denominador y el número de tiros encestados como numerador. Luego compara estas fracciones.

La idea de Kazuo ▼

Yo las representé usando gráficas de la misma longitud.



La idea de Yoshiko ▼

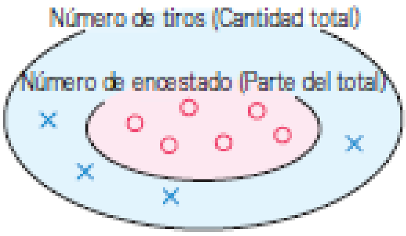
Yo expresé las fracciones como números decimales.

Feb. 10 $\frac{6}{8} = 6 \div 8$
$= 0.75$

Feb. 15 $\frac{7}{10} = 7 \div 10$
$= 0.7$

② Haz el registro de los tiros a la canasta del 13 de febrero usando números.

Si tomamos el número de tiros a la canasta como el número total, el número de tiros encestados será una parte de ese total.



Razón entre tiros y tiros encestados = número de tiros encestados ÷ número de tiros

Parte del total
Cantidad total

2 La tabla de abajo muestra el registro de los tiros que hizo Masashi.

Expresa la relación entre esos datos usando un número.

Feb. 13	○ ○ ○ ○ ○
Feb. 15	× × × × × × ×

El registro de tiros es un número entre 0 y 1.

3 Unos alumnos registraron el número de pasajeros de una línea aérea en un día. ¿Qué avión se encuentra más lleno?

Número de pasajeros y asientos

	Avión pequeño	Avión grande
Número de pasajeros	117	442
Número de asientos	130	520

Para saber que tan lleno se encuentra un avión, elgrado de aglomeración se describe con un número que permite comparar el número de pasajeros respecto al número de asientos.

Grado de aglomeración = número de pasajeros ÷ número de asientos

Cantidad que está siendo comparada   Cantidad de referencia

① Encuentra qué tan cerca están de agotar su capacidad los siguientes aviones.

Avión pequeño   117 ÷ 130 = ☐

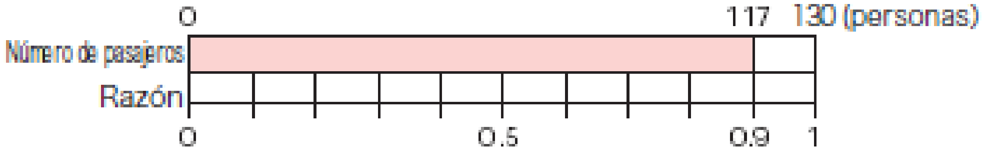
Avión grande   ☐ ÷ ☐ = ☐

Un número que permite comparar dos magnitudes mediante un cociente, como en el registro de tiros a la canasta, se llama **razón**.

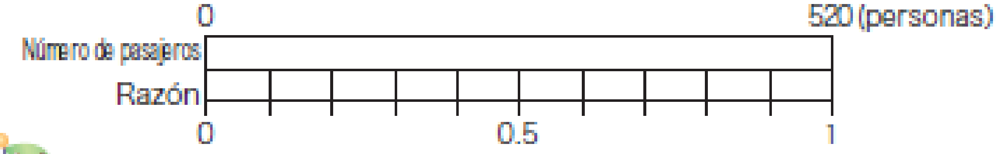
Razón=Cantidad que es comparada ÷ Cantidad de referencia

El grado de aglomeración en el avión pequeño de la página anterior es 117÷130=0.9.

Un grado de aglomeración de 0.9 (nueve décimos), significa que 9 de cada 10 asientos están ocupados, o que sólo **un décimo** del total de los asientos **no** está ocupado.



② Expresa el grado de aglomeración del avión grande coloreando este gráfico.



1 Calcula las siguientes razones.

① Un alumno resolvió correctamente 6 problemas de 10. ¿Cuál es la razón de respuestas correctas respecto al total de problemas?

② Un equipo ganó 6 de los 6 juegos de futbol que disputó. ¿Cuál es la razón de los juegos ganados respecto al total de juegos disputados?

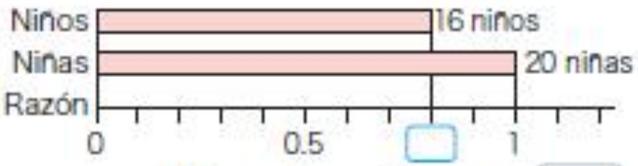
③ Un jugador intentó 7 tiros a la canasta, en ninguno acertó. ¿Cuál es la razón de los tiros acertados respecto al total de tiros?

2 Hay 75 niños en una fiesta incluyendo a Makoto. Asistieron a la fiesta 15 alumnos del quinto grado. Encuentra la razón de los alumnos de quinto grado respecto al número total de niños que hay en la fiesta.

Razón entre dos cantidades

Veremos ahora cómo podemos calcular la razón que hay entre dos cantidades, incluso si una de ellas **no** es parte de la otra.

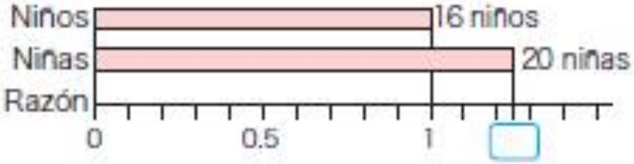
4 En el salón de clases donde está Keiko hay 16 niños y 20 niñas. Encuentra la razón que permite comparar el número de niños respecto al número de niñas.



16 ÷ 20 = ☐

Cantidad que es comparada | Cantidad de referencia | Razón

5 Encuentra la razón entre el número de niñas respecto al número de niños en el salón de clases de Keiko.



20 ÷ 16 = ☐

Cantidad que es comparada | Cantidad de referencia | Razón

La razón cambia si cambiamos la cantidad de referencia.

En algunos casos, la razón puede ser mayor que 1.

Un edificio de $50 m$ de altura fue construido frente a otro de $20 m$ de altura.

① Calcula la razón de la altura del edificio de 20 metros respecto a la del edificio de 50 metros.

② Calcula la razón de la altura del edificio de 50 metros respecto en el edificio de 20 metros.

3 Razones y resolución de problemas

1 Un trabajador pinta una pared que tiene un área de 24 m^2. Ha pintado el 25% de la pared. ¿A cuántos m^2 corresponde ese porcentaje?

① Puedes usar las siguientes ideas para calcular la respuesta.

(1) Cuando haya pintado 24 m^2 sería el 100% del área total.

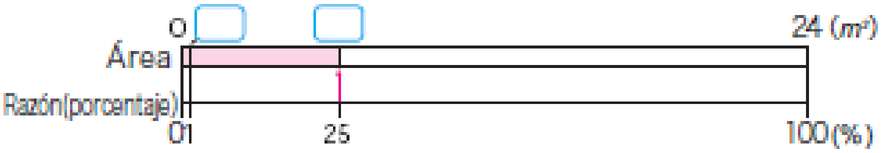
(2) El 1% del área es

$$24 \div 100 = 0.24$$

(3) El 25% del área es

$$0.24 \times 25 = \boxed{\quad}.$$

	Cantidad de referencia	1%	Cantidad comparada
Área (m^2)	24	0.24	?
Porcentaje (%)	100	1	25
	(1)	(2)	(3)



② Expresa 25% como un número decimal.

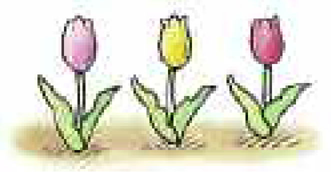
$$\underbrace{24}_{\text{Cantidad de referencia}} \times \underbrace{0.25}_{\text{Razón}} = \underbrace{\boxed{\quad}}_{\text{Cantidad que es comparada}}$$

Cantidad que se compara = **Cantidad de referencia** × **razón**

1 En un sorteo el 5% de los boletos son ganadores. Si se emitieron 80 boletos, ¿cuántos boletos con premio debe haber?

2 Un tren tiene asientos para 80 pasajeros en cada vagón. Si el grado de aglomeración es del 110%, ¿cuántos pasajeros viajan en cada vagón?

2 La familia de Masao tiene un jardín que es parte de un terreno aún más grande. El área del jardín es 60 m^2 y corresponde al 20% del área total del terreno. ¿Cuántos m^2 mide el terreno?



① Puedes usar las siguientes ideas para resolver ese problema.

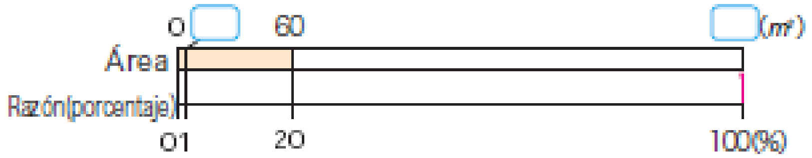
(1) El 20% del área total del terreno son 60m^2.

(2) El 1% del área es 60÷20=3.

(3) El 100% del área es

3× 100= ☐

	Cantidad de referencia	1%	Cantidad comparada
Area (m^2)	?	3	60
Porcentaje (%)	100	1	20
	(3)	(2)	(1)

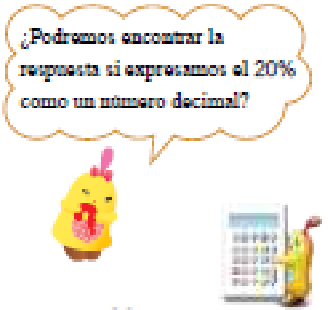


② Expresa el área total del campo como ☐m^2. Escribe una expresión matemática para calcular el área del jardín y luego encuentra el número que debe ir en el ☐.

$$\underset{\text{Cantidad de referencia}}{\square} \times \underset{\text{Razón}}{0.2} = \underset{\text{Cantidad que es comparada}}{60}$$

$$\square = 60 \div 0.2$$

$$\square = \boxed{}$$

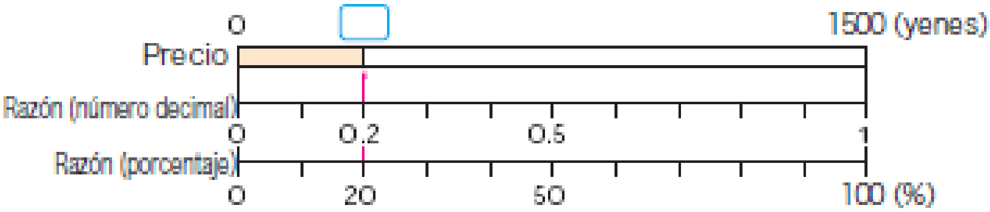


1 En un sorteo el 15% de los boletos son ganadores. Si hubo 30 boletos ganadores, ¿cuántos boletos de lotería se emitieron en total?

2 El grado de aglomeración del vagón número 3 de un tren bala fue del 120% en un día. Se contaron 102 pasajeros. ¿De cuántos pasajeros es la capacidad del vagón?

3 Una tienda de ropa cercana a la casa de Yukiko tiene nuevas ofertas.

① La madre de Yukiko compró una playera con un 20% de descuento. La playera tenía un precio original de 1500 yenes.



② Si el precio original de la playera es 1500 yenes, ¿cuánto pagó por la playera? Encuentra la respuesta aplicando las ideas que a continuación se muestran.

La idea de Takeshi ▼

Como se descuenta el 20%

1500 × 0.2 = ☐

es la cantidad que se descuenta.

1500 − ☐ = ☐

La idea de Yukiko ▼

Ya que es un 20% de descuento, es equivalente a comprar la playera al 80% del precio original.

1500 × (1 − 0.2) = 1500 × 0.8 = ☐

4 Cuando compramos algo tenemos que pagar un impuesto del 5% del precio de venta. Si haces una compra por 500 yenes, ¿cuál es el total que debes pagar?

Ejercicios

1 Encuentra la razón que se pide en cada caso. página58

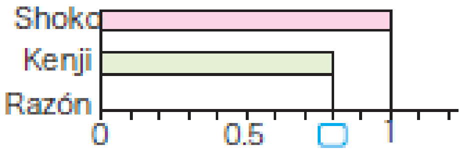
① En un examen se resolvieron correctamente 7 de 10 problemas. ¿Cuál es la razón de las respuestas correctas respecto al total de problemas?

② Jugamos 4 partidos y ganamos los 4. ¿Cuál es la razón de partidos ganados respecto al total?

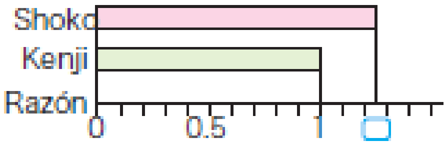
2 Shoko tiene una cinta de 15 metros y Kenji tiene una cinta de 12 metros .

página 59

① ¿Cuál es la razón de la longitud de la cinta de Kenji con respecto a la de la cinta de Shoko?



② ¿Cuál es la razón de la longitud de la cinta de Shoko respecto a la de la cinta de Kenji?



3 Hay 24 alumnos en la clase de Minoru. Tres alumnos faltaron hoy a clases.

páginas 60~61

① Calcula la razón del número de alumnos que no asistieron a clases y exprésala como porcentaje respecto al total de alumnos del grupo.

② Calcula el porcentaje de alumnos que asistieron respecto al total de alumnos del grupo.

4 Si compras algo que cuesta 600 yenes y pagas 630 debido al impuesto. ¿Qué porcentaje del precio de venta es el que pagas por el impuesto?

páginas 61~62

5 Si tenemos en total 300 huevos, pero el 4% están quebrados. ¿Cuántos huevos quebrados hay?

página 63

problemas

1 La siguiente gráfica muestra los aciertos y desaciertos de Hiroshi en el juego de los aros.

· Expresar datos mediante una razón y entender su significado.

○ ○ × × × ○ × ○ × ×

○...acertados

×...errados

Los resultados de Hiroshi se expresan como 0.4.

① ¿Qué significa el número 0.4?

② Expresa los aciertos de Hiroshi como un porcentaje.

③ Si intenta dos veces más y tiene dos aciertos más, ¿Cómo se expresa su resultado?

④ ¿Qué resultado deberá lograr para obtener un registro de 1?

2 Analiza las dos loterías que se describen abajo. ¿En cuál de ellas tienes mayor oportunidad de ganar?

· Expresar la posibilidad de ganar mediante una razón y entender su significado.

ⓐ Hay 16 boletos ganadores y participan 40 boletos.

ⓑ Hay 7 boletos ganadores y participan 20 boletos.

3 Había 125 alumnos de quinto grado de la escuela de Takeshi el año pasado.

Este año hay 10 alumnos más.

¿Cuál es el porcentaje de alumnos este año, comparado con el número de alumnos del año pasado?

· Calcular un porcentaje mayor que 100%.

4 Un lápiz de color, cuyo precio regular es 400 yenes, se vende con un descuento de 80 yenes y en otra tienda con un descuento del 12%.

¿En cuál tienda es más barato el lápiz y por cuánto más?

· Comparar descuentos expresados como porcentaje y como dinero.

5 Un alumno lee 48 páginas de un libro. Las páginas restantes corresponden al 60% del total. ¿Cuántas páginas tiene este libro en total?

· Trabajar con los números y las razones entre ellos.

Ir a la página 72

Ir a la página 93

¿ Puedes hacer esto ?

Uso de las razones para entender el medio ambiente

1 Los bosques cubren alrededor de la tercera parte de la superficie terrestre en nuestro planeta.

La disminución en el área de bosques es un problema muy serio.

Es de particular interés detener la disminución del área de los bosques tropicales debido a muchas causas. La pérdida de estos bosques está destruyendo valiosas especies vivientes y acelerando el calentamiento global. La tabla de abajo muestra el área de bosques tropicales en cada región del mundo.

Áreas de bosques tropicales (Una unidad de área son diez mil km^2)

Región	Área		Disminución en los últimos 10 años	Razón (%) de disminución en los últimos 10 años
	1990	2000		
África	687	634		
Asia - Pacífico	349	324		
Latino América	957	913		
Total	1993	1871		

① Calcula la disminución en el área de bosques tropicales en los últimos 10 años y exprésala como una razón utilizando el dato en 1990 como referente.

② ¿Notaste algo en particular con base en la información que muestra la tabla?

③ ¿En cuántos años más desaparecerán los bosques tropicales en la región Asia-Pacífico si la tasa de disminución se mantiene como ocurrió de 1990 a 2000?

2 La madera es una materia prima para fabricar papel. La siguiente tabla muestra cuánto papel se consume en el mundo.

Población y consumo de papel

(2001)

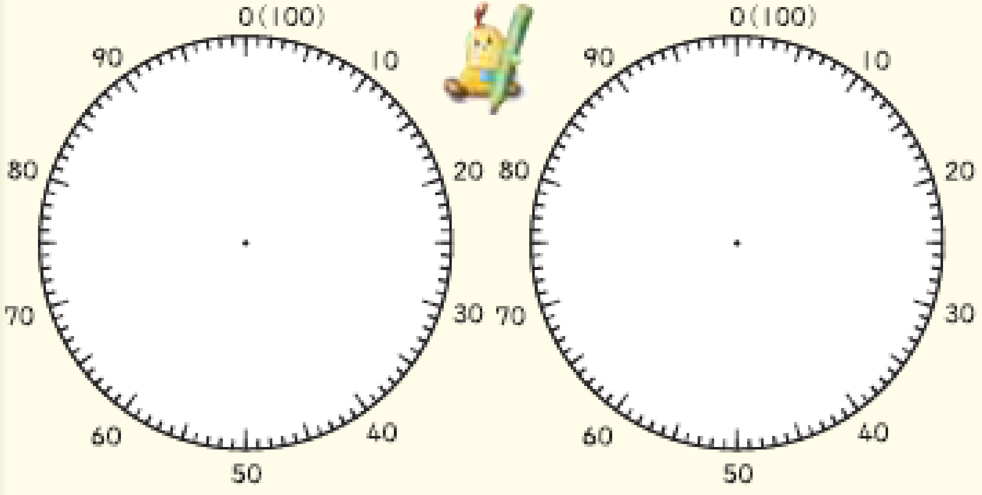
País	Población (millones de personas)	Consumo de Papel (millones de Kg)	Consumo de papel por persona (Kg)
China	1276	37581	
Estados Unidos	285	87274	
Francia	59	10876	
Alemania	82	18543	
Reino Unido	60	12516	
Japón	127	30836	
Otros	4245	119729	
Mundo	6134	317355	

① Calcula la cantidad de papel que se consume por persona. ¿Qué notas?

② Calcula la razón de la población de cada país respecto a la población mundial y la razón del consumo de papel en cada país con relación al consumo de la población mundial. Luego representa estas razones en las gráficas circulares de abajo. ¿Qué notas?

Población por país respecto a la población mundial

Consumo por país respecto al consumo mundial



En nuestro alrededor

Gráficas con datos escolares

- Toma datos de diferentes cosas que hay en tu escuela y represéntalos usando gráficas. Discute con tus compañeros qué cosas pueden elegir.

Razón entre niños y niñas

(Razón entre niños y niñas)

Número de niños y niñas de primero a sexto grado.

	Niños	Niñas
1er. grado	24	21
2do. grado	8	21
3er. grado	27	26
4o. grado	19	22
5o. grado	24	16
6o. grado	22	16
Total	124	122

Calculamos las razones con los datos de la tabla y las representamos en una gráfica de banda.

Aunque hay el mismo número de niñas y niños en primero y segundo grado, la razón entre niños y niñas es diferente. La razón respecto al total de alumnos en la escuela nos dice que 50.4% son niños y 49.6% son niñas. Lo que sigue sería analizar esas razones a nivel nacional.

Tiempo para llegar a la escuela

(Tiempo en llegar a la escuela)

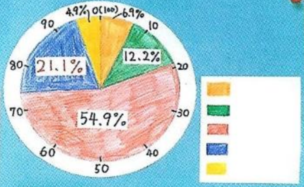
246 alumnos contestaron este cuestionario.

¿Cuanto tardas de tu casa a la escuela?
menos de 5 minutos ☐
de 5 a 10 minutos ☐
de 10 a 15 minutos ☐
de 15 a 20 minutos ☐
Otros ☐

Los resultados fueron los siguientes

Menos de 5 minutos	17 alumnos
de 5 a 10 minutos	30 alumnos
de 10 a 15 minutos	135 alumnos
de 15 a 20 minutos	52 alumnos
Otros	12 alumnos

Los expresamos como un gráfico circular.



Conclusiones

La mayoría de los alumnos tardan de 10 a 15 minutos. En la gráfica vemos que casi $\frac{3}{4}$ de los alumnos pueden llegar a la escuela en menos de 15 minutos.

Lo siguiente sería analizar estas razones en otras escuelas.

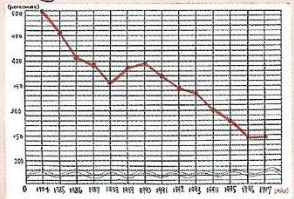
Cambio en el número de alumnos

(El Cambio en el Número de alumnos)

Obtuvimos los datos del número de alumnos en nuestra escuela desde 1984.

Año	1984	1985	1986	1987	1988	1989	1990	1991	1992	1993	1994	1995	1996	1997
Alumnos	499	454	408	392	356	387	395	370	345	335	300	279	244	247

Representamos los cambios en esta gráfica de líneas.

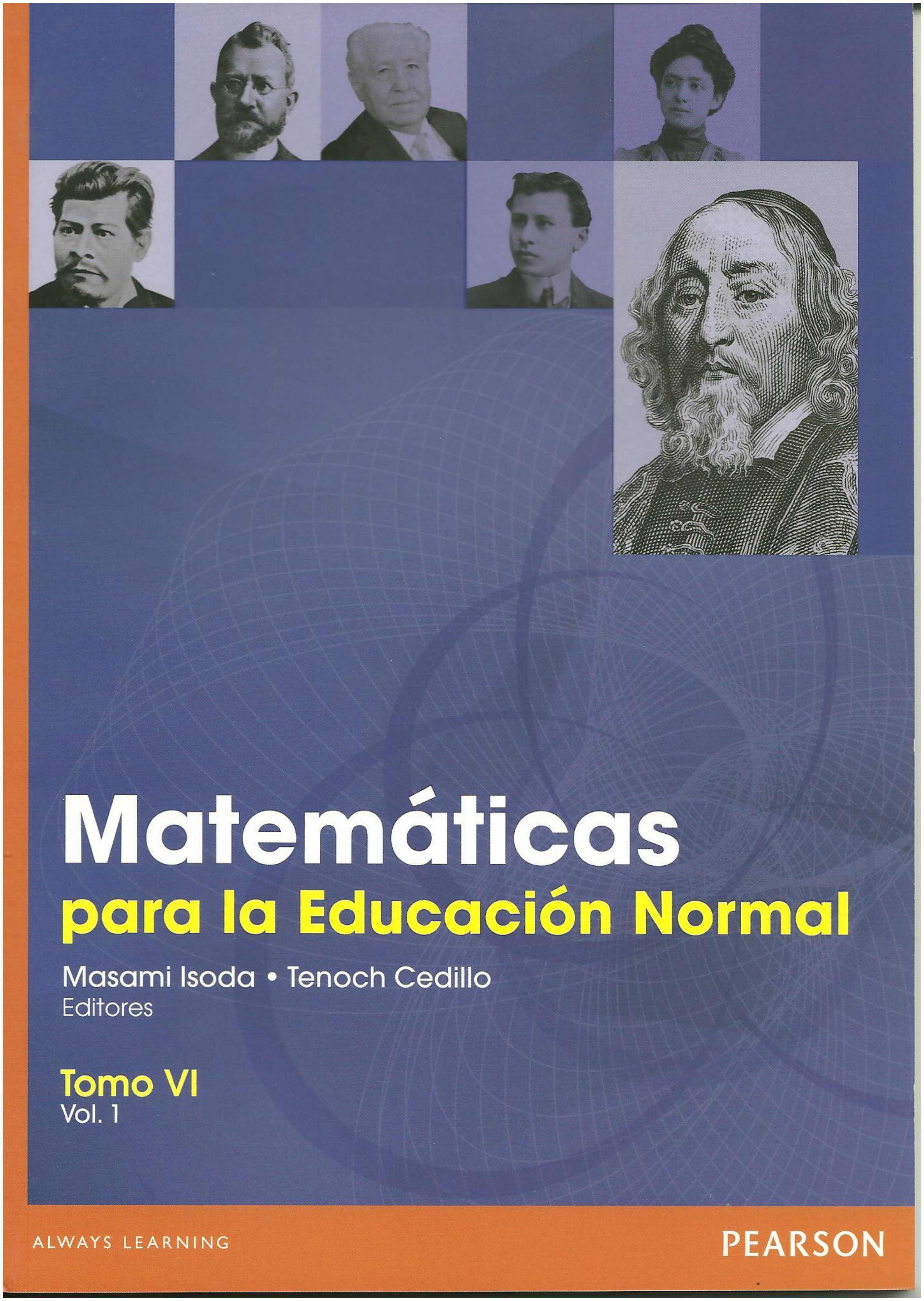


Observamos lo siguiente:
Un decrecimiento sostenido.
El número de alumnos en 1997 es casi la mitad que el de 1984.

Conclusiones

El número de alumnos ha estado decreciendo rápidamente. El número de alumnos en 1990 era 395, pero disminuyó a 224 en 1996, es decir, en 6 años. El número de alumnos en 1996 es el 62% de los que había en 1990. Si el número de alumnos continúa decreciendo, nuestra escuela podría cerrar.

TOMO VI VOL. 1



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

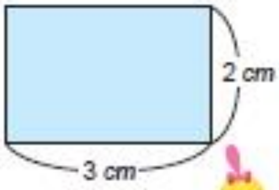
Tomo VI
Vol. 1

ALWAYS LEARNING

PEARSON

1 Múltiplos y divisores

Para resolver el problema utiliza tarjetas de 2 *cm* por 3 *cm* como se muestra en la página 5.



1 Múltiplos y múltiplos comunes

Múltiplos

1 Alinea las tarjetas de izquierda a derecha y encuentra la relación entre el número de tarjetas y el ancho del periódico mural.

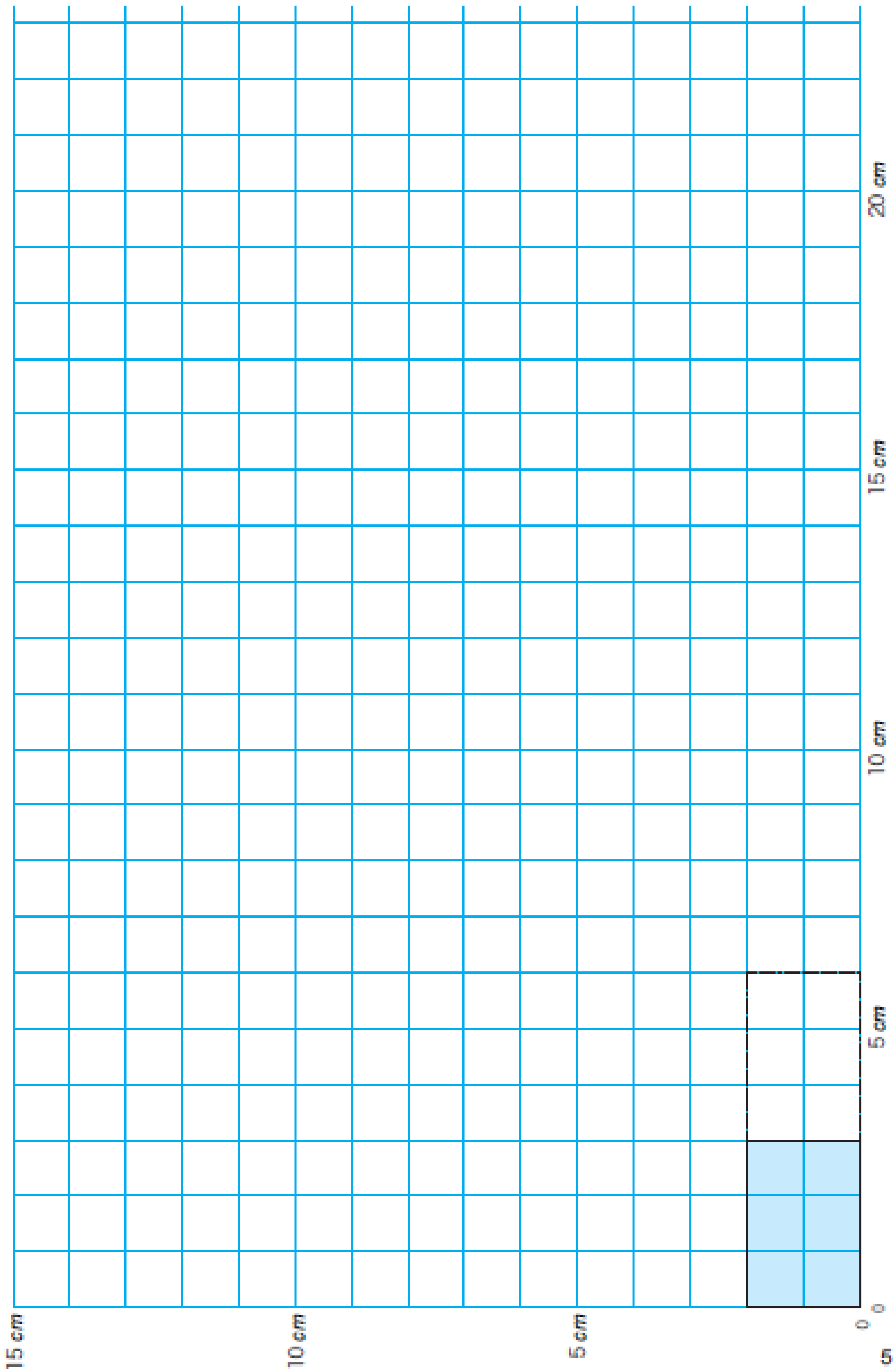
① Anota los datos del número de tarjetas y el ancho del periódico mural en la siguiente tabla.

Número de tarjetas y ancho total

Número de tarjetas	1	2	3	4	5	6	7	8	
Ancho (*cm*)	3	6	9						

② Encuentra la relación que hay en los números que indican el ancho de las tarjetas.

Identifica los números que son múltiplos de otro número, como lo hiciste con la longitud y el número tarjetas.


0
0
5 cm
10 cm
15 cm
5 cm
10 cm
15 cm
20 cm

Los múltiplos de 3 son los números enteros que se obtienen al multiplicar por 3, por ejemplo, 3 × 1, 3 × 2, 3 × 3, …

Ahora encuentra una fórmula para la longitud.

2 Alinea las tarjetas verticalmente, de arriba hacia abajo. Luego encuentra la relación entre el número de tarjetas y la longitud correspondiente.

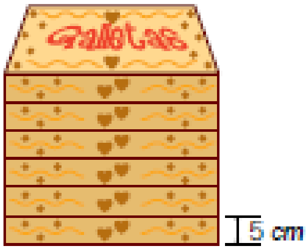
① Completa la tabla y encuentra la relación entre el número de tarjetas y la longitud.

Número de tarjetas y longitud

Número de tarjetas	1	2	3	4	5	6	7	8	
Longitud (*cm*)	2	4	6						

② ¿De qué número son múltiplos esas longitudes?

1 Hagamos una torre con cajas de galletas de 5 *cm* de altura.



① ¿Cuál es la altura de la torre formada por 6 cajas?

② La altura de la torre cambia cada vez que agregamos una caja. ¿De qué número son múltiplos las alturas de la torre?

2 Escribe los primeros 5 múltiplos de los siguientes números.

① múltiplos de 8 ② múltiplos de 9

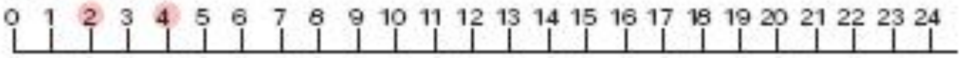
Múltiplos comunes

3 Acomoda las tarjetas de izquierda a derecha y de abajo para arriba para formar un cuadrado.

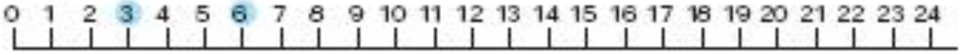
① ¿Cuántos *cm* miden los lados del cuadrado? Usa la cuadrícula de la página 5 para encontrar la respuesta.

② Marca con distintos colores los múltiplos de 2 y de 3 en la siguiente recta numérica.

Múltiplos de 2



Múltiplos de 3



③ Se puede construir un cuadrado formado por rectángulos cuyo largo y ancho sean múltiplos de 2 y de 3 respectivamente. Verifica eso usando la cuadrícula de la página 5.

Si un número es múltiplo de 2 y de 3 se le llama *múltiplo común*. El *mínimo común múltiplo* es el menor de los múltiplos comunes.

④ ¿Cuál es el mínimo común múltiplo de 2 y 3?

4 ¿Cómo podemos encontrar el mínimo común múltiplo de 3 y 4?

La idea de Yoshio▼

Anoto los múltiplos de 3 y 4 e identifico los múltiplos comunes.

Múltiplos de 3: 3 , 6 , 9 , 12 , 15 , 18 , 21 , 24 , ...

Múltiplos de 4: 4 , 8 , 12 , 16 , 20 , 24 , 28 , 32 , ...

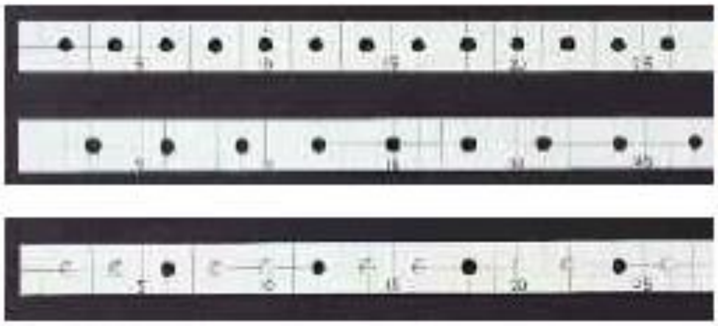
La idea de Keiko▼

De los múltiplos del 4, identifico los que son divisibles entre 3.

Múltiplos de 4: 4 , 8 , 12 , 16 , 20 , 24 , 28 , 32 , 36 , ...

Construyamos listas de múltiplos

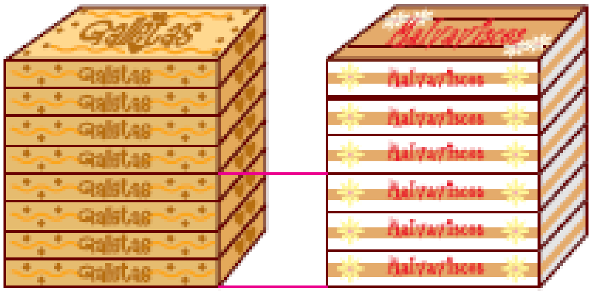
- Escribe en la cinta los múltiplos de 2 arriba de los múltiplos de 3. Los múltiplos comunes de 2 y 3 están donde quedan alineados los puntos negros de ambas listas.



El mínimo común múltiplo de 3 y 4 es 12.

Todos los múltiplos comunes de 3 y 4 son múltiplos del mínimo común múltiplo.

5 En la siguiente figura se muestran cajas apiladas, las de galletas miden 6 *cm* de altura y las de malvaviscos 8 *cm*.



① ¿De qué número es múltiplo la altura total de las cajas de galletas?

② ¿De qué número es múltiplo la altura de la pila de cajas de malvaviscos?

③ ¿Qué altura deben tener las dos pilas de cajas para que sean iguales? ¿Cuántas cajas tiene cada pila?

④ Escribe los primeros 3 números en los que la altura de ambas pilas de cajas es la misma.

1 Escribe los primeros 4 múltiplos comunes para cada una de las siguientes parejas de números y encuentra su mínimo común múltiplo.

① (5, 2) ② (3, 9) ③ (4, 6)

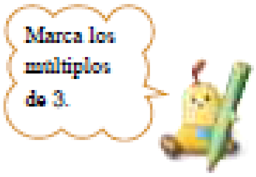
2 Imagina dos torres hechas con cajas, en la primera torre la altura de cada caja es 6 *cm* y en la segunda la altura de cada caja es 9 *cm*. ¿Cuál es la altura mínima en la que las torres medirán lo mismo?

¿Cómo ordenar los múltiplos?

- En la tabla de abajo encerramos en un círculo cada múltiplo de 2.

¿Quedan alineados los múltiplos de 2?

Haz lo mismo para los múltiplos de otros números.



Múltiplos de 2

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Múltiplos de 3

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Múltiplos de

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

Múltiplos de

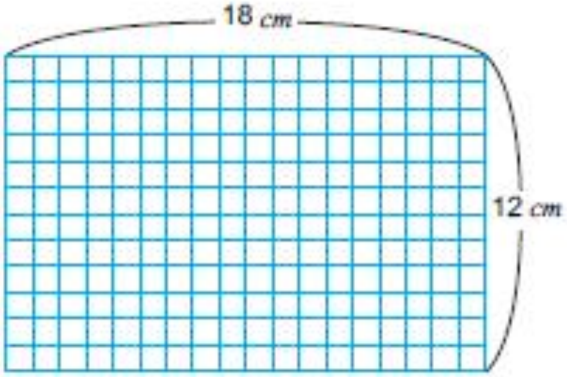
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
51	52	53	54	55	56	57	58	59	60
61	62	63	64	65	66	67	68	69	70
71	72	73	74	75	76	77	78	79	80
81	82	83	84	85	86	87	88	89	90
91	92	93	94	95	96	97	98	99	100

2 Divisores y divisores comunes

Divisores

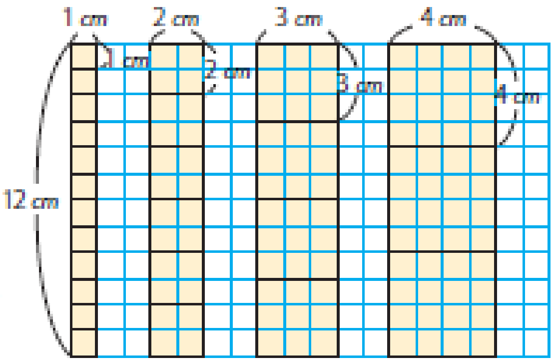
1 Cubre con cuadrados del mismo tamaño un rectángulo de 12 x 18 *cm*.

¿Cuántos *cm* puede medir cada lado del cuadrado?



① ¿Cuántos *cm* pueden medir por lado los cuadrados para acomodarlos verticalmente sobre una plantilla de 12 *cm* de largo sin dejar huecos?

Cuando se ordenan verticalmente los cuadrados en la plantilla de 12 *cm* de largo, la longitud de sus lados puede ser 1 *cm*, 2 *cm*, 3 *cm*, 4 *cm*, 6 *cm* y 12 *cm*.

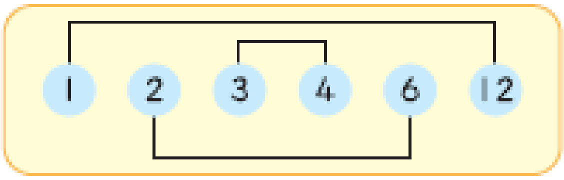


② Divide 12 entre 1, 2, 3, 4, 6, y 12.

Los *divisores* de 12 son los números enteros entre los que se puede dividir 12 dejando cero como residuo.

1, 2, 3, 4, 6, 12 son divisores de 12.

③ ¿Qué observas si se agrupan los divisores de 12 como se muestra a continuación?



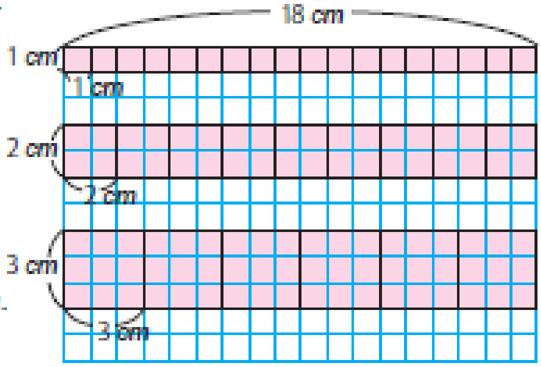
1 × 12 = 12
2 × 6 = 12
3 × 4 = 12

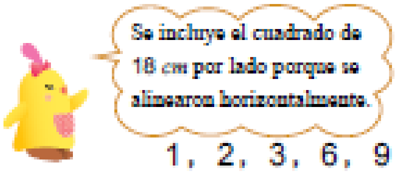
En el conjunto de los divisores de un número entero se incluye el 1 y el número mismo.

Trata de pronosticar qué longitud tendrán los lados de distintos cuadrados si los acomodamos en la plantilla sin dejar huecos.

④ ¿Cuántos *cm* pueden medir por lado los cuadrados si los acomodamos horizontalmente en una plantilla de 18 *cm* de largo sin dejar huecos?

Cuando se acomodan horizontalmente los cuadrados en la plantilla de 18 *cm* de largo sin dejar huecos, la longitud de sus lados puede ser 1 *cm*, 2 *cm*, 3 *cm*, 6 *cm*, 9 *cm* y 18 *cm*.



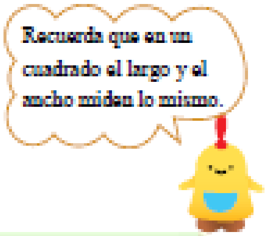


1, 2, 3, 6, 9 y 18 son los divisores de 18.

Divisores comunes

⑤ ¿Cuántos *cm* pueden medir por lado los cuadrados si se colocan vertical y horizontalmente sin dejar huecos?

Verticalmente......	1	2	3	4	6	12	(*cm*)
Horizontalmente...	1	2	3	6	9	18	(*cm*)



Se llaman *divisores comunes* de 12 y 18 los números que son divisores tanto de 12 como de 18.
El *máximo común divisor* es el mayor de los divisores comunes.

Los divisores comunes de 12 y 18 son 1, 2, 3 y 6.

⑥ ¿Cuál es el máximo común divisor de 12 y 18?

1 Encuentra todos los divisores de 6, 8 y 36.

2 Escribe todos los divisores comunes de 8 y 36.

2 Veamos cómo puedes encontrar los divisores comunes de 18 y 24.

La idea de Yoshio ▼

Anoto los divisores de 18 y 24 para identificar los divisores comunes.

Divisores de 18 1, 2, 3, 6, 9, 18
Divisores de 24 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24

La idea de Keiko ▼

Hago una lista de los divisores de 18 e identifico cuáles de ellos son divisores de 24.

Divisores de 18 1, 2, 3, 6, 9, 18

El máximo común divisor de 18 y 24 es 6.

3 Encuentra los divisores comunes y el máximo común divisor de las siguientes parejas de números.

① (8, 16) ② (15, 20) ③ (12, 42) ④ (13, 9)

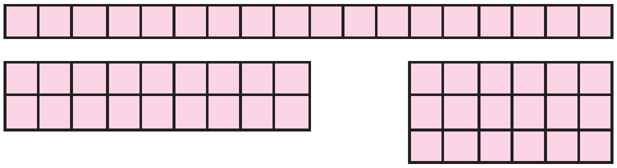
Observa que en la pareja (13, 9) sólo hay un divisor común.

¿Entre cuántos alumnos podemos repartir equitativamente 8 lápices y 12 cuadernos?

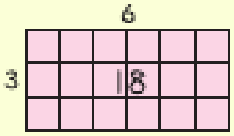
Relación entre múltiplos y divisores

4 Piensa en los divisores de 18.

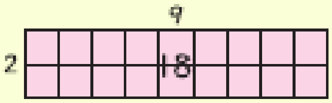
① Construye rectángulos usando 18 tarjetas cuadradas para encontrar los divisores de 18.



② ¿18 es múltiplo de los divisores que encontraste en ①?



- 3 y 6 son divisores de 18
- 18 es múltiplo de 3 y 6



- 2 y ☐ son divisores de 18
- 18 es múltiplo de ☐ y 9.

Números que sólo son divisibles entre 1 y sí mismos

- Algunos números como 2, 3, 5 y 7 sólo son divisibles entre 1 y entre sí mismos. Busca ese tipo de números en la siguiente lista. Divide entre 2, 3, 4, … para encontrarlos

2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
12	13	14	15	16	17	18	19	20	21
22	23	24	25	26	27	28	29	30	31
32	33	34	35	36	37	38	39	40	41

Ejercicios

1 Vamos a trabajar con los números del 1 al 50. páginas 4~7, 11~13

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27	28	29	30
31	32	33	34	35	36	37	38	39	40
41	42	43	44	45	46	47	48	49	50

① Identifica en la tabla los múltiplos de 3 y anótalos.

② Identifica en la tabla los múltiplos de 7 y anótalos.

③ Identifica en la tabla los múltiplos comunes de 3 y 7 y anótalos.

④ Identifica en la tabla los divisores de 28 y anótalos.

⑤ Identifica en la tabla los divisores de 32 y anótalos.

⑥ Identifica en la tabla los divisores comunes de 28 y 32 y anótalos.

2 Escribe los primeros 3 múltiplos comunes de las siguientes parejas de números e identifica su mínimo común múltiplo.

páginas 7~8

① (3, 6) ② (8, 10) ③ (5, 15)

3 Anota todos los divisores comunes de las siguientes parejas de números e identifica su máximo común divisor. páginas 13~14

① (6, 12) ② (18, 20) ③ (32, 42)

problemas

1 Escribe 3 múltiplos de los siguientes números y ordénalos de menor a mayor; encuentra también todos sus divisores. · Encontrar múltiplos y divisores.

① 16
② 13
③ 24

2 Para las siguientes parejas de números escribe 3 múltiplos comunes de menor a mayor y encuentra su mínimo común múltiplo.

· Encontrar múltiplos comunes y el mínimo común múltiplo.

① (3, 5)
② (12, 18)
③ (10, 20)

3 Anota todos los divisores comunes de las siguientes parejas de números y encuentra su máximo común divisor.

· Encontrar divisores comunes y el máximo común divisor.

① (9, 15)
② (4, 11)
③ (12, 24)

4 De la estación salen un tren y un autobús cada 12 y 8 minutos respectivamente. A las 9 de la mañana coincide la salida de ambos transportes. ¿A qué hora volverán a salir juntos un tren y un autobús?

· Resolver problemas usando múltiplos comunes o divisores comunes.

5 Toma una hoja de papel cuadriculado de 30 *cm* de ancho y 12 *cm* de largo y recorta cuadrados del mismo tamaño de tal forma que no te sobre papel. ¿Cuántos *cm* por lado puede medir el cuadrado más grande?¿Cuántos cuadrados de ese tamaño puedes recortar?

· Resolver problemas usando múltiplos comunes o divisores comunes.

6 Los números como el 2, el 3 y el 5 sólo pueden dividirse entre 1 y entre sí mismos. Encuentra el mayor número menor que 100 para el cual se cumple esta condición.

· Entender que algunos números pueden dividirse sólo entre 1 y sí mismos.

Ir a la página 18

Ir a la página 90

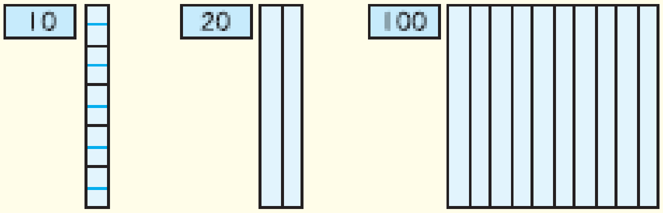
¿Puedes hacer esto?

Un breve examen sobre múltiplos

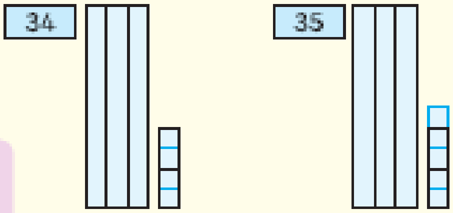
Si □ ÷ ( ) es entero con residuo cero, □ es un múltiplo de ( ).

1 Múltiplos de 2

① ¿10, 20 y 100 son múltiplos de 2? ¿Por qué?



② ¿34 y 35 son múltiplos de 2? ¿Por qué?

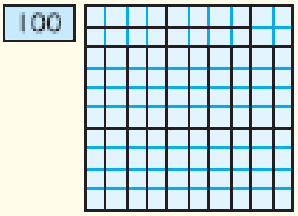


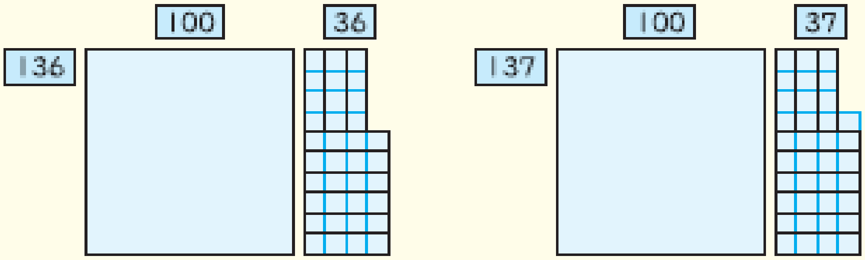
Si el último dígito es ☐,
el número es un múltiplo de 2.

2 Múltiplos de 4

① ¿100 es un múltiplo de 4? ¿Por qué?

② ¿136 y 137 son múltiplos de 4? ¿Por qué?

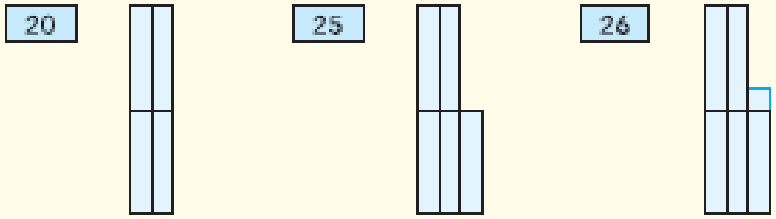




Si los dos últimos dígitos de un número son múltiplos de ☐,
el número es un múltiplo de 4.

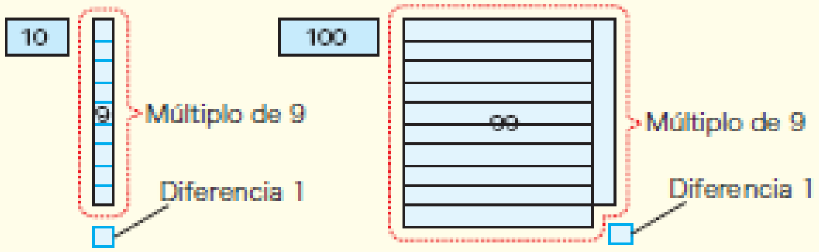
3 Múltiplos de 5

¿20, 25 y 26 son múltiplos de 5?¿Por qué?



4 Múltiplos de 9

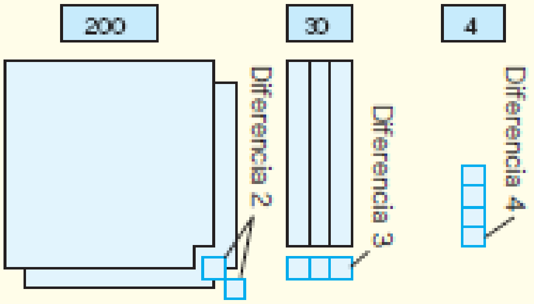
① Encuentra los mayores múltiplos de 9 que puedas restar de 10 y de 100. ¿Cuál es la diferencia cuando esos múltiplos de 9 se restan de 10 y de 100?



② ¿234 es un múltiplo de 9?

Encuentra los mayores múltiplos de 9 que puedas restar de 200, 30 y 4.

¿Cuál es la diferencia cuando restas esos múltiplos de 9 de 200, 30 y 4?

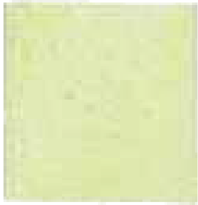


¿La suma de esas diferencias es un múltiplo de 9?

③ Si la suma de los dígitos de un número es un múltiplo de 9, se cumple que ese número es un múltiplo de 9. Trata de explicar por qué.

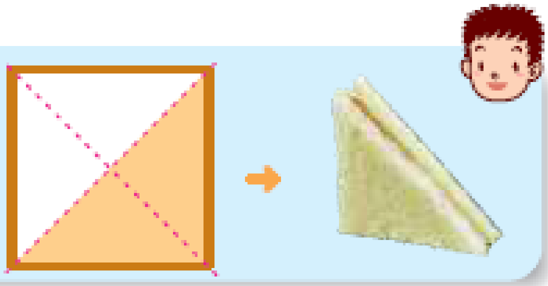
3 Fracciones

Tres alumnos hicieron sándwiches de distintas formas.
¿Cuál de ellos tiene más pan?
Las rebanadas de pan son del mismo tamaño en todos los casos.



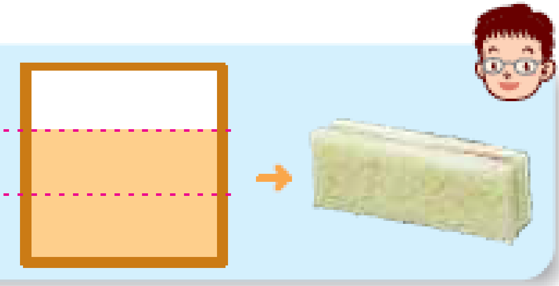
El sándwich de Yasuo ▼

Dividí una rebanada en 4 partes iguales y utilicé 2.



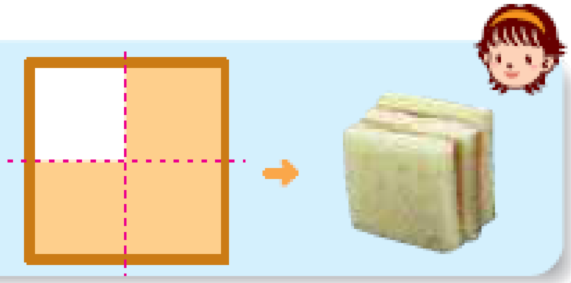
El sándwich de Hiroshi ▼

Dividí una rebanada de pan en 3 partes iguales y usé 2.



El sándwich de Akiko ▼

Dividí una rebanada en 4 partes iguales y usé 3.



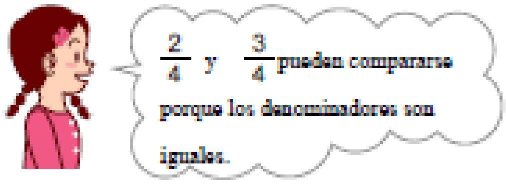
Si una rebanada de pan es 1 unidad, la cantidad de pan en el sándwich de Yasuo puede expresarse como $\frac{2}{4}$. Expresa la cantidad de pan en los sándwiches de Hiroshi y Akiko usando fracciones.

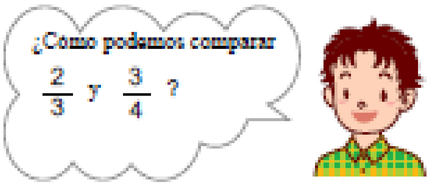
Yasuo: $\frac{2}{4}$ de rebanada

Hiroshi: ☐ de rebanada

Akiko: ☐ de rebanada

1 Comparación de fracciones

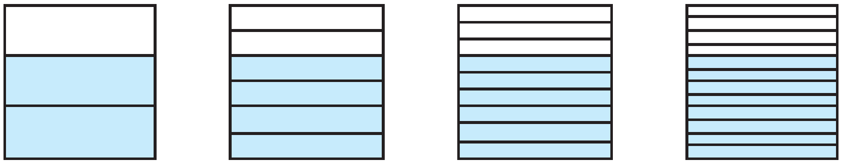




Comparemos fracciones con diferentes denominadores.

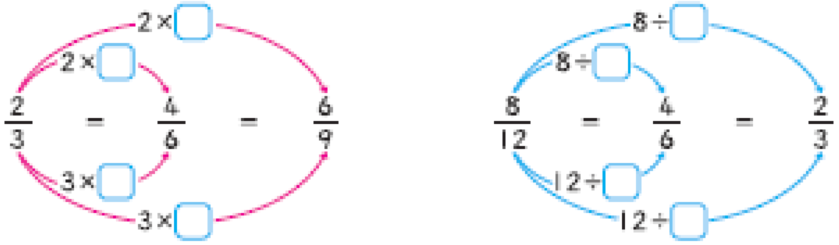
1 Piensa cómo comparar $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$.

① Expresa $\frac{2}{3}$ de distintas formas con fracciones equivalentes.



ⓐ Expresa $\frac{2}{3}$ en términos de sextos, novenos y doceavos.

ⓑ ¿Cuál es la relación entre los numeradores y denominadores de fracciones equivalentes?



Obtenemos fracciones equivalentes si multiplicamos o dividimos el numerador y el denominador por un mismo número.

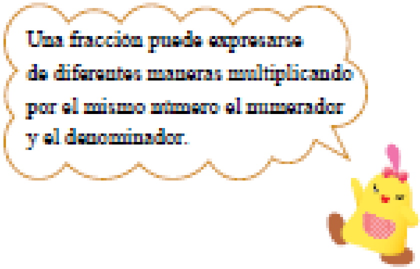
$$\frac{▲}{●}=\frac{▲×■}{●×■},\quad \frac{▲}{●}=\frac{▲÷■}{●÷■}$$

② Expresa $\frac{3}{4}$ en términos de $\frac{1}{8}$, $\frac{1}{12}$ y $\frac{1}{16}$.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times\boxed{}}{4\times\boxed{}}=\frac{\boxed{}}{8}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times\boxed{}}{4\times\boxed{}}=\frac{\boxed{}}{12}$$

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times\boxed{}}{4\times\boxed{}}=\frac{\boxed{}}{16}$$



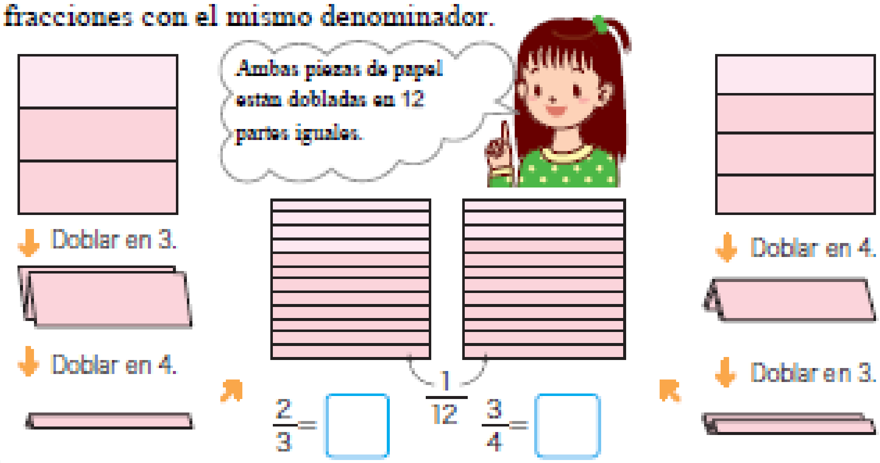
③ Compara $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ expresándolos como fracciones con el mismo denominador.

$\frac{2}{3}=\boxed{}$ $\frac{3}{4}=\boxed{}$

④ Observa el sándwich de la página 23, ¿cuál tiene más pan?

Comparemos fracciones doblando papel

- Toma una hoja de papel y haz dobleces para expresar $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{4}$ como fracciones con el mismo denominador.



Común denominador

2 Compara $\frac{3}{4}$ y $\frac{4}{5}$. Para ello construye fracciones equivalentes que tengan igual denominador. ¿Qué denominadores puedes utilizar para compararlas? Identifica y marca cada uno de ellos.

$\frac{3}{4}$	$\frac{6}{8}$	$\frac{9}{12}$	$\frac{12}{16}$	$\frac{15}{20}$	$\frac{18}{24}$	$\frac{21}{28}$	$\frac{24}{32}$	$\frac{27}{36}$	$\frac{30}{40}$	……
$\frac{4}{5}$	$\frac{8}{10}$	$\frac{12}{15}$	$\frac{16}{20}$	$\frac{20}{25}$	$\frac{24}{30}$	$\frac{28}{35}$	$\frac{32}{40}$	$\frac{36}{45}$	$\frac{40}{50}$	……

Puedes comparar fracciones con denominadores diferentes si las transformas en fracciones que tengan el mismo denominador.

Encontrar "**un común denominador**" significa transformar fracciones con denominadores diferentes en fracciones equivalentes con el mismo denominador.

3 Compara $\frac{2}{3}$ y $\frac{4}{7}$. Utiliza fracciones equivalentes que tengan el mismo denominador. Nota que los denominadores 21 y 42 son múltiplos de 3 y 7.

$\frac{2}{3} = \frac{\square}{21} = \frac{\square}{42}$ $\qquad$ $\frac{4}{7} = \frac{\square}{21} = \frac{\square}{42}$

Los denominadores 21 y 42 son ambos múltiplos de 3 y 7.

Encontremos un común denominador

4 Encuentra fracciones equivalentes a $\frac{5}{6}$ y $\frac{7}{8}$ con el mismo denominador.

Así lo hizo Kenta ▼

Multipliqué los dos denominadores para obtener un común denominador.

$$\frac{5}{6}=\frac{5\times\square}{6\times\square}=\frac{40}{48}$$

$$\frac{7}{8}=\frac{7\times\square}{8\times\square}=\frac{42}{48}$$

Así lo hizo Yuko ▼

Elegí el 24 como común denominador porque es el mínimo común múltiplo de 6 y 8.

$$\frac{5}{6}=\frac{5\times\square}{6\times\square}=\frac{20}{24}$$

$$\frac{7}{8}=\frac{7\times\square}{8\times\square}=\frac{21}{24}$$

Es conveniente elegir el mínimo común múltiplo como denominador común, es decir, el menor de los denominadores comunes.

5 Transforma estas fracciones a fracciones equivalentes y compáralas.

① $\frac{1}{4}$ y $\frac{2}{7}$ El mínimo común múltiplo de 4 y 7 es $\square$.

$$\frac{1}{4}=\frac{1\times\square}{4\times\square}=\frac{\square}{\square} \qquad \frac{2}{7}=\frac{2\times\square}{7\times\square}=\frac{\square}{\square}$$

② $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{9}$ El mínimo común múltiplo de 3 y 9 es $\square$.

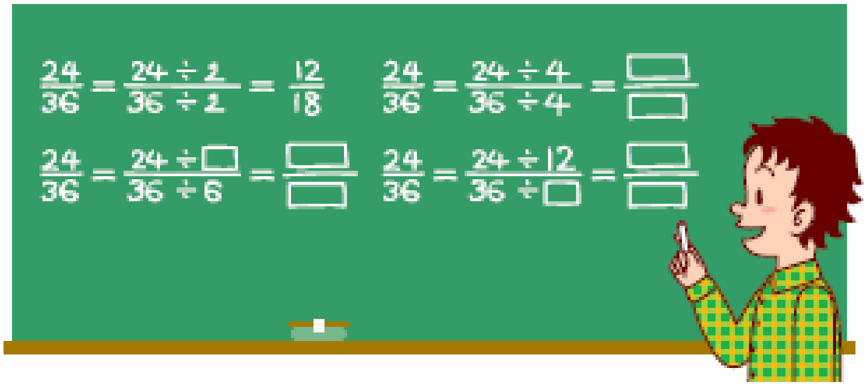
$$\frac{1}{3}=\frac{1\times\square}{3\times\square}=\frac{\square}{\square}$$

③ $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{6}$ El mínimo común múltiplo de 4 y 6 es $\square$.

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times\square}{4\times\square}=\frac{\square}{\square} \qquad \frac{5}{6}=\frac{5\times\square}{6\times\square}=\frac{\square}{\square}$$

Simplificación de fracciones

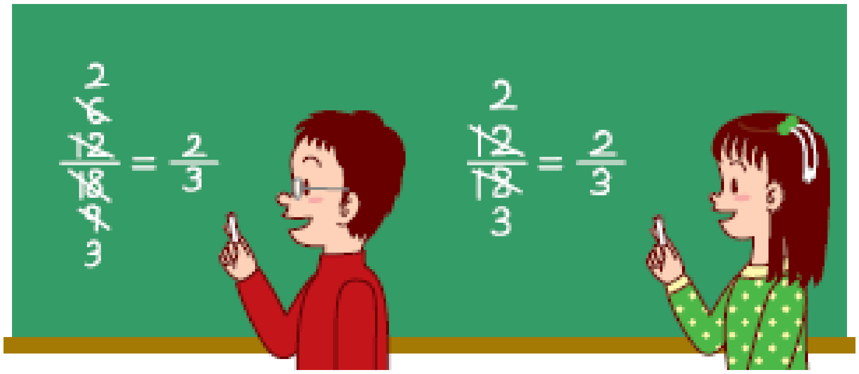
6 Encuentra la fracción equivalente que tenga el menor numerador y el menor denominador.



Simplificar una fracción significa dividir el numerador y denominador entre un divisor común para hacerla más simple.

Decimos que hemos simplificado una fracción cuando obtenemos el numerador y el denominador más pequeños.

7 Explica el procedimiento que usaron estos alumnos para simplificar la fracción $\frac{12}{18}$.



Si divides el numerador y el denominador entre su máximo común divisor, como lo hizo la niña de la sección **7** de la página anterior, simplificarás la fracción en un sólo paso.

1 Obtén fracciones equivalentes con un común denominador para comparar estas parejas de fracciones.

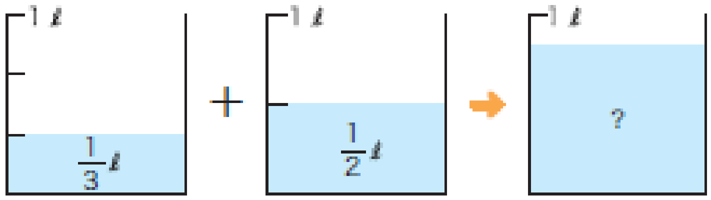
① $\left(\frac{2}{3}, \frac{4}{5}\right)$ ② $\left(\frac{1}{2}, \frac{3}{8}\right)$ ③ $\left(\frac{5}{6}, \frac{8}{9}\right)$ ④ $\left(\frac{7}{12}, \frac{5}{8}\right)$

2 Simplifica al máximo las siguientes fracciones.

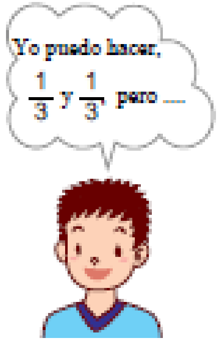
① $\frac{8}{10}$ ② $\frac{3}{21}$ ③ $\frac{16}{20}$ ④ $\frac{18}{24}$

2 Suma y resta con fracciones

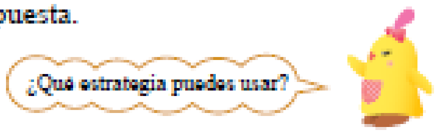
1 Los envases de la figura tienen $\frac{1}{3}$ y $\frac{1}{2}$ litro de leche respectivamente. Si se vierte el contenido de ambos en un solo envase, ¿cuántos litros de leche hay?



$\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$



① Imagina cómo calcular la respuesta.



Piensa cómo sumar fracciones con diferentes denominadores.

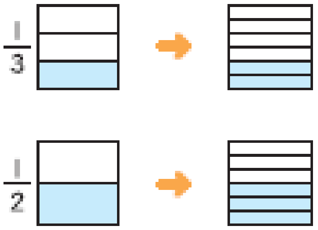
② Observa la figura de abajo para explicar cómo calcular $\frac{1}{3} + \frac{1}{2}$.

Yo no puedo calcular la respuesta porque los denominadores son diferentes.

¿Cómo cambiarlos a fracciones con el mismo denominador?

$$\frac{1}{3}+\frac{1}{2}=\frac{\square}{6}+\frac{\square}{6}$$

$$=\square$$



Puedes sumar fracciones con denominadores diferentes si obtienes fracciones equivalentes con un denominador común.

Si usas el mismo denominador solo tienes que sumar los numeradores para sumar las fracciones.

2 Descubre cómo calcular $\frac{3}{10} + \frac{1}{6}$.

$$\frac{3}{10}+\frac{1}{6}=\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{\square}$$

$$=\frac{\square}{\square}$$

$$=\square$$

Si simplificas las fracciones, trata de hacerlo tanto como te sea posible.

① $\frac{2}{3}+\frac{1}{4}$ ② $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}$ ③ $\frac{2}{5}+\frac{1}{6}$

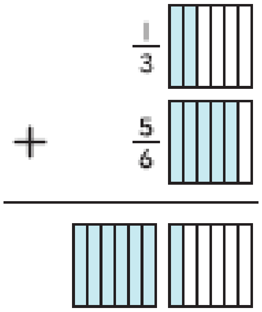
④ $\frac{1}{2}+\frac{1}{10}$ ⑤ $\frac{5}{12}+\frac{1}{3}$ ⑥ $\frac{1}{4}+\frac{3}{20}$

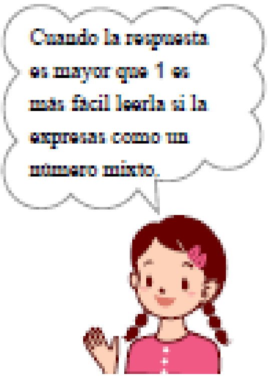
3 Busca cómo sumar las siguientes fracciones.

$$\frac{1}{3}+\frac{5}{6}=\frac{\square}{\square}+\frac{\square}{6}$$

$$=\frac{\square}{\square}$$

$$=\square$$

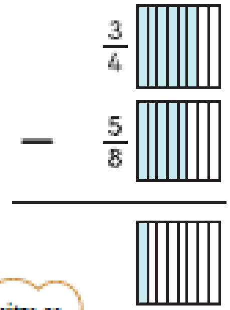




4 ¿Cuál es la diferencia entre $\frac{3}{4}$ y $\frac{5}{8}$ de litro de jugo?

① Obtén un denominador común y verifica cuál es mayor. Escribe la expresión para conocer la diferencia.

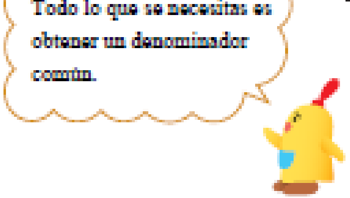
$$\frac{3}{4}=\frac{\square}{\square} \qquad \frac{5}{8}$$



② Analiza cómo hacer la siguiente resta:

$$\frac{3}{4}-\frac{5}{8}=\frac{\square}{\square}-\frac{\square}{\square}$$

$$=\square$$



① $\frac{3}{8}+\frac{7}{10}$ ② $\frac{4}{5}+\frac{13}{15}$ ③ $\frac{11}{12}+\frac{1}{4}$

④ $\frac{6}{7}-\frac{3}{4}$ ⑤ $\frac{5}{8}-\frac{1}{4}$ ⑥ $\frac{3}{4}-\frac{7}{10}$

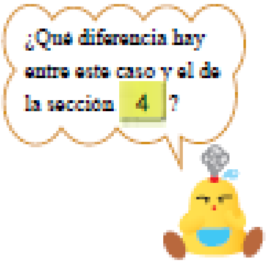
Puedes restar fracciones con denominadores diferentes si obtienes fracciones equivalentes que tengan un denominador común.

5 Encuentra cómo calcular $\frac{5}{6}-\frac{3}{10}$.

$$\frac{5}{6}-\frac{3}{10}=\frac{\square}{\square}-\frac{\square}{\square}$$

$$=\frac{\square}{\square}$$

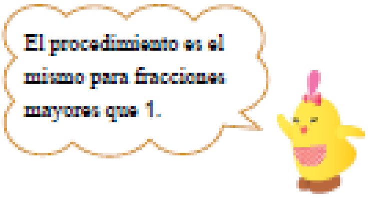
$$=\square$$



6 Encuentra cómo calcular $\frac{7}{5}-\frac{5}{6}$.

$$\frac{7}{5}-\frac{5}{6}=\frac{\square}{\square}-\frac{\square}{\square}$$

$$=\square$$



① $\frac{2}{3}-\frac{1}{6}$ ② $\frac{2}{5}-\frac{1}{15}$ ③ $\frac{7}{15}-\frac{3}{10}$

④ $\frac{8}{7}-\frac{7}{8}$ ⑤ $\frac{7}{6}-\frac{3}{4}$ ⑥ $\frac{22}{15}-\frac{2}{3}$

Ejercicios

1 Obtén un denominador común y compara las siguientes parejas de fracciones.

páginas 26~27

① $\left(\frac{2}{3}, \frac{1}{2}\right)$ ② $\left(\frac{3}{4}, \frac{5}{7}\right)$ ③ $\left(\frac{1}{6}, \frac{5}{18}\right)$ ④ $\left(\frac{4}{9}, \frac{5}{12}\right)$

2 Simplifica tanto como sea posible las siguientes fracciones.

página 28

① $\frac{4}{8}$ ② $\frac{6}{9}$ ③ $\frac{21}{28}$ ④ $\frac{16}{24}$ ⑤ $\frac{75}{100}$

3 Realiza las siguientes sumas y restas.

páginas 29~32

① $\frac{2}{7}+\frac{1}{4}$ ② $\frac{3}{5}+\frac{4}{7}$ ③ $\frac{1}{4}+\frac{5}{6}$ ④ $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}$

⑤ $\frac{7}{9}-\frac{1}{6}$ ⑥ $\frac{11}{12}-\frac{7}{8}$ ⑦ $\frac{8}{7}-\frac{3}{4}$ ⑧ $\frac{5}{3}-\frac{3}{4}$

4 Masahiro tiene $\frac{3}{4}$ *m* de cinta e Hiroko tiene $\frac{4}{5}$ *m* de cinta.

páginas 29~32

① ¿Quién tiene más cinta? ¿Cuántos metros más tiene?

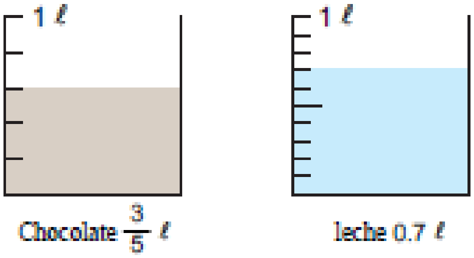
② ¿Cuánto miden las dos cintas juntas?

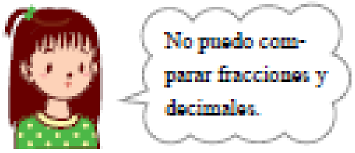
5 Revisa la operación $\frac{1}{3}+\frac{2}{5} = \frac{3}{8}$ ¿El cálculo es correcto? ¿Por qué?.

páginas 29-31

Operaciones con fracciones y decimales

1 Cuál tiene más, ¿un recipiente con $\frac{3}{5}$ de litro de chocolate o un recipiente con 0.7 litros de leche. ¿Cuántos litros más?





La idea de Takahiro ▼

Yo transformé la fracción en número decimal y luego comparé.

$\frac{3}{5} = 3 \div 5 = \square$

$0.7 - 0.6 = \square$

La idea de Miho ▼

Yo cambié el número decimal a fracción y luego comparé.

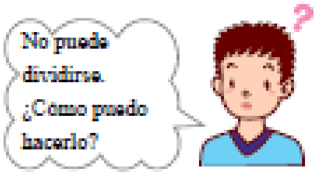
$0.7 = \frac{\square}{\square}$, $\frac{3}{5} = \frac{6}{10}$

$\frac{7}{10} - \frac{6}{10} = \square$

2 Busca cómo calcular $0.2 + \frac{1}{6}$.

① Encuentra el resultado transformando la fracción a un número decimal.

$\frac{1}{6} = 0.1666......$

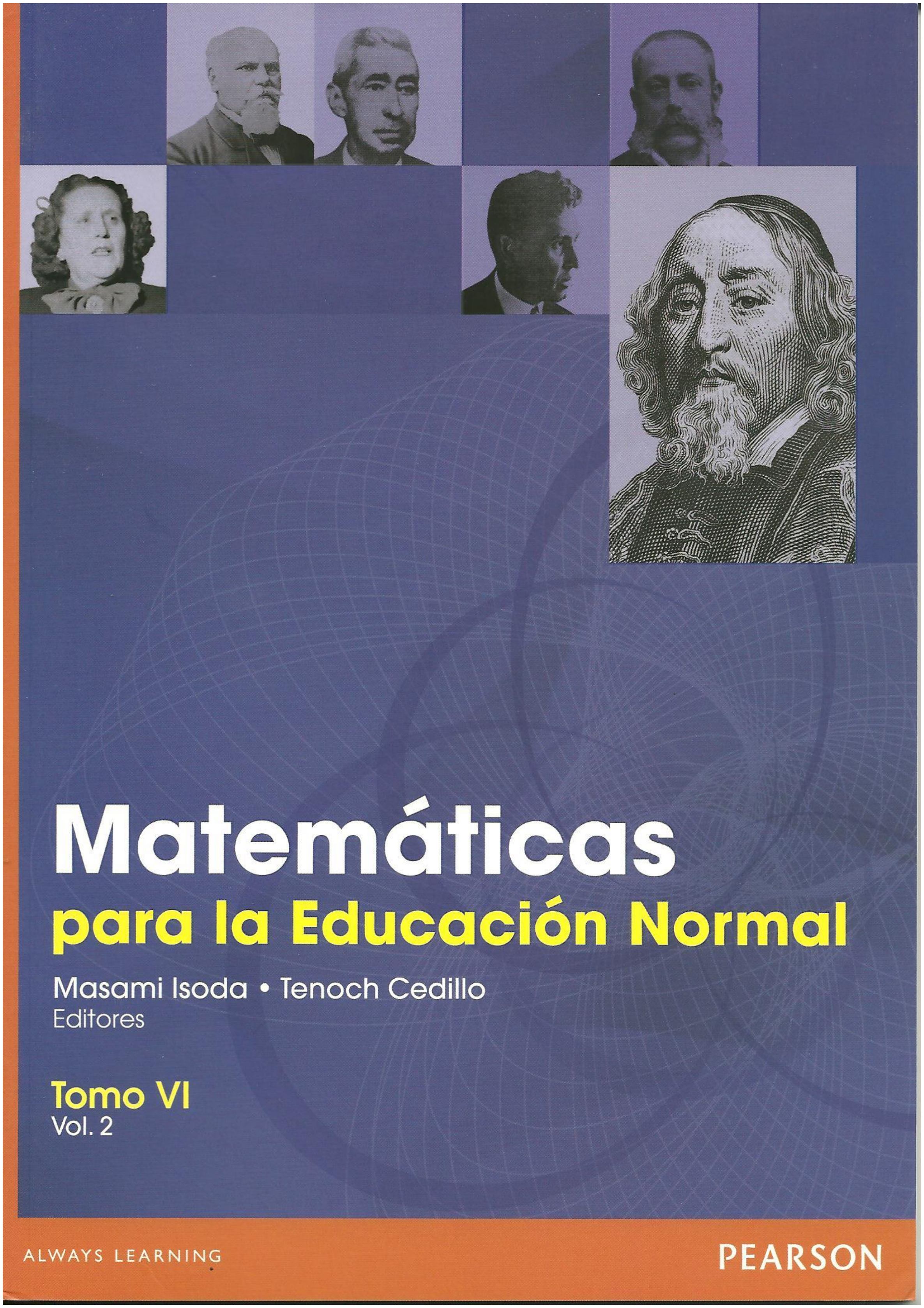


② Calcula la respuesta expresando el decimal como fracción.

$0.2 = \frac{2}{10} = \frac{1}{5}$ $\quad$ $\frac{1}{5} + \frac{1}{6} = \frac{\square}{\square} + \frac{\square}{\square} = \square$

Es conveniente hacer las operaciones con fracciones y decimales expresando el decimal como fracción.

TOMO VI VOL. 2



Matemáticas
para la Educación Normal

Masami Isoda • Tenoch Cedillo
Editores

Tomo VI
Vol. 2

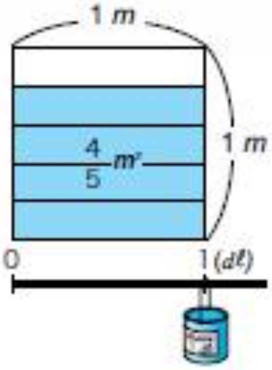
ALWAYS LEARNING

PEARSON

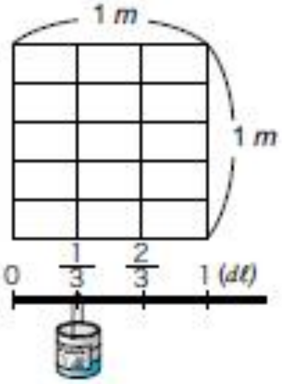
8 Multiplicación y división con fracciones (2)

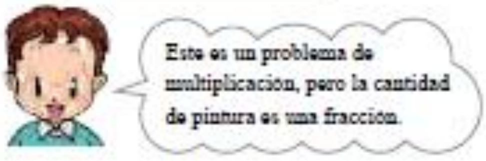
1 Cálculos del tipo "fracción x fracción"

1 1 $d\ell$ de pintura alcanza para pintar una superficie de $\frac{4}{5}$ m^2.

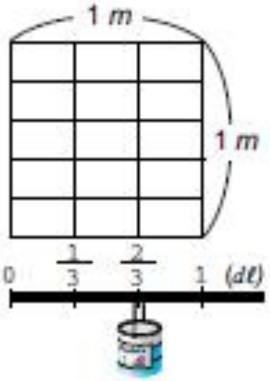


① ¿Cuántos m^2 podemos pintar con $\frac{1}{3}$ $d\ell$ de pintura? Construye una expresión para resolver este problema y verifica tu respuesta usando la ilustración de la derecha.





② ¿Para cuántos m^2 alcanzarán $\frac{2}{3}$ $d\ell$ de pintura? Construye una expresión para calcular el área.



③ Ilumina en la imagen de la derecha el área que puede pintarse con $\frac{2}{3}$ de decilitro de esta pintura.

④ Piensa cómo obtener el área que puede pintarse con $\frac{2}{3}$ $d\ell$ de pintura.

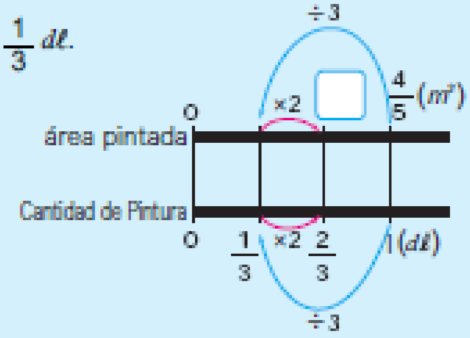
Piensa en otras situaciones donde necesites usar la multiplicación de fracciones.

La idea de Mami ▼

El área que podemos cubrir con $\frac{1}{3}$ dℓ de pintura es $(\frac{4}{5}) \div 3$ m^2 y $\frac{2}{3}$ dℓ es dos veces $\frac{1}{3}$ dℓ.

Entonces tenemos:

$$\frac{4}{5} \div 3 \times 2 = \frac{4}{5\times 3} \times 2$$
$$= \frac{4\times 2}{5\times 3}$$
$$= \boxed{}$$



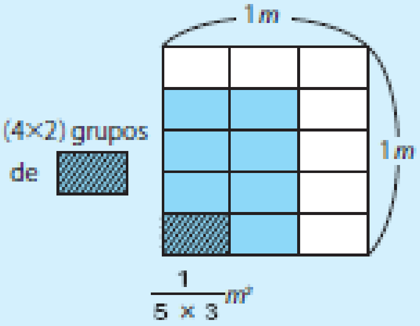
La idea de Yumi ▼

Dividí en partes iguales 1 m^2, horizontalmente en 5 partes y verticalmente en 3 partes. Así observé que el área de cada sección es

$$\frac{1}{5\times 3}\ m^2$$

Como hay (4 × 2) veces $\frac{1}{5\times 3}$ m^2 el área es $\frac{4\times 2}{5\times 3}$

$$\frac{4}{5}\times\frac{2}{3} = \frac{4\times 2}{5\times 3}$$
$$= \boxed{}$$



La idea de Kenji ▼

Yo transformé la fracción en un número entero, como lo hice antes para calcular con números decimales.

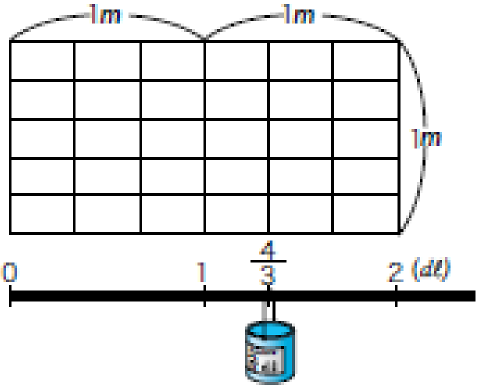
$$\begin{array}{ccccc} \frac{4}{5} & \times & \frac{2}{3} & = & \boxed{} \\ \times 5 & & \times 3 & & \uparrow \div 15 \\ 4 & \times & 2 & = & 8 \end{array}$$

2 Si utilizas la misma pintura que en la sección **1**, ¿para cuantos m^2 alcanzan $\frac{4}{3}$ $d\ell$?

① Construye una expresión para calcular el área.

② Colorea la figura.

③ Haz los cálculos.



Cuando se multiplica una fracción por otra fracción, multiplicamos los numeradores y los denominadores.

$$\frac{\blacktriangle}{\bullet}\times\frac{}{\blacksquare}=\frac{\blacktriangle\times ⬟}{\bullet\times\blacksquare}$$

3 Si un metro de una viga de fierro pesa $\frac{4}{15}$ *Kg*, ¿cuánto pesa una sección de $\frac{5}{6}$ *m* de esa viga?

$$\frac{4}{15}\times\frac{5}{6}=\frac{4\times\overset{\square}{\cancel{5}}}{\underset{\square}{\cancel{15}}\times 6}$$

$$=\frac{\overset{\square}{\cancel{4}}\times\overset{\square}{\cancel{5}}}{\underset{\square}{\cancel{15}}\times\underset{\square}{\cancel{6}}}$$

$$=\boxed{}$$

El calculo se facilita si simplificas las fracciones.

① $\frac{3}{4}\times\frac{1}{2}$ ② $\frac{3}{5}\times\frac{3}{8}$ ③ $\frac{5}{4}\times\frac{5}{3}$ ④ $\frac{3}{2}\times\frac{14}{9}$

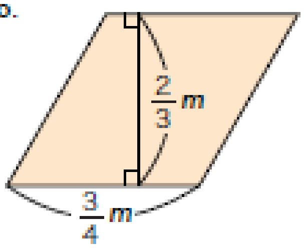
4 Piensa cómo hacer los siguientes cálculos.

① $2\times\frac{3}{5}=\frac{2}{\square}\times\frac{3}{5}$
$=\square$

② $\frac{4}{5}\times 3=\frac{4}{5}\times\frac{3}{\square}$
$=\square$

Si expresas los números enteros como fracciones, puedes hacer estas operaciones como "fracción x fracción".

5 Calcula el área del siguiente paralelogramo.



1 Realiza las siguientes multiplicaciones.

① $5\times\frac{3}{7}$ ② $3\times\frac{5}{6}$ ③ $4\times\frac{1}{2}$ ④ $\frac{5}{8}\times 2$

2 Calcula el área de un cuadrado cuyos lados miden $\frac{2}{3}$ m.

Ejercicios

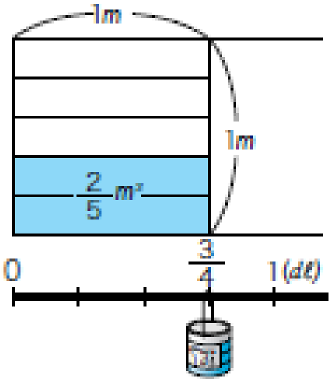
1 Una parcela produce $\frac{8}{9}$ Kg de arroz por m^2. ¿Cuántos Kg de arroz pueden obtenerse de una parcela que mide $\frac{5}{2}$ m^2? páginas 15-16

2 Realiza las siguientes operaciones. páginas 15-16

① $\frac{5}{6}\times\frac{2}{3}$ ② $\frac{4}{7}\times\frac{7}{9}$ ③ $\frac{2}{3}\times\frac{9}{4}$

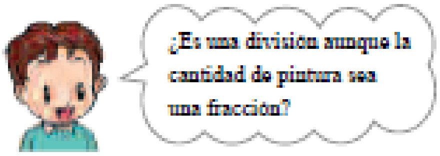
④ $\frac{6}{7}\times\frac{14}{3}$ ⑤ $4\times\frac{5}{6}$ ⑥ $\frac{3}{4}\times 8$

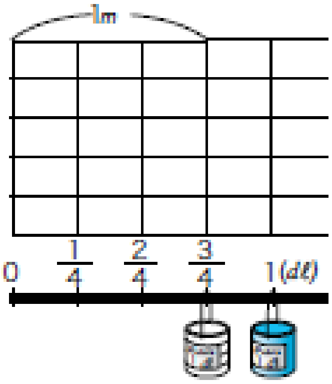
2 Cálculo de “fracción ÷ fracción”



1 Con $\frac{3}{4}$ dℓ de pintura pintamos $\frac{2}{5}$ m^2 de una cerca. ¿Cuántos m^2 podremos pintar con un decilitro?

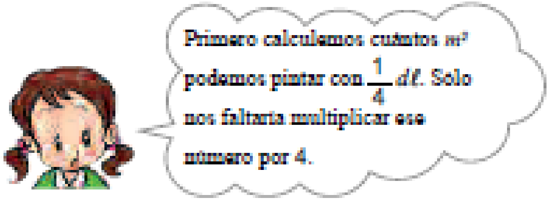
① Construye una expresión matemática para obtener la respuesta.

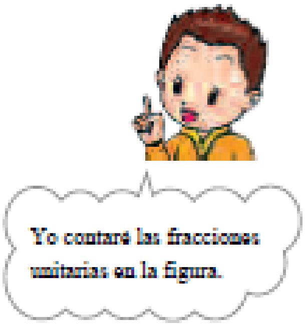


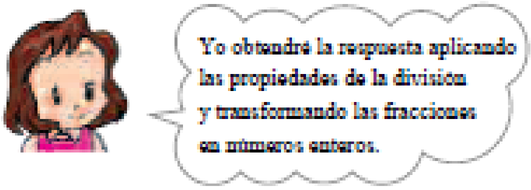


② ¿Cuántos m^2 de esa cerca pueden pintarse con 1 dℓ de pintura? Verifica tu respuesta iluminando en la siguiente figura.

③ Pensemos cómo obtener la respuesta.







Pensemos cómo dividir una fracción entre otra fracción.

La idea de Mayumi ▼

El área que puede pintarse con $\frac{1}{4}$ $d\ell$ de pintura es $\frac{2}{5} \div 3$ (m^2)

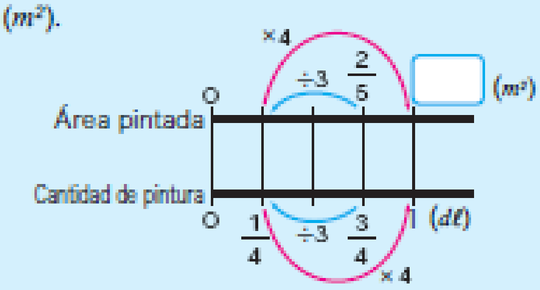
Por esto, el área que podemos pintar con 1 $d\ell$ de pintura es $\frac{2}{5} \div 3 \times 4$ (m^2).

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{2}{5} \div 3 \times 4$$

$$= \frac{2}{5 \times 3} \times 4$$

$$= \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$$

$$= \boxed{}$$



La idea de Yuuta ▼

Dividí horizontalmente 1 m^2 en 3 partes iguales y luego lo dividí verticalmente en 5 partes iguales.

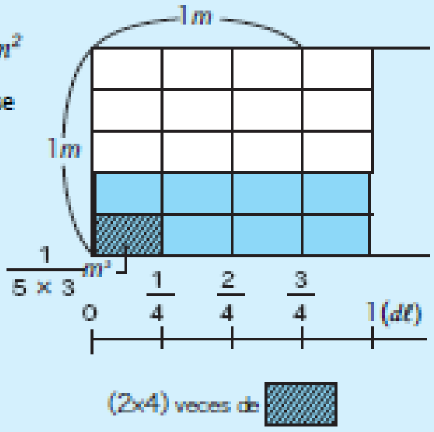
Así, el área de cada ▨ es $\frac{1}{5 \times 3}$ m^2

Por lo tanto, el área que puede pintarse con 1 $d\ell$ es $\frac{1}{5 \times 3}$ m^2

$$\frac{2}{5} \div \frac{3}{4} = \frac{1}{5 \times 3} \times (2 \times 4)$$

$$= \frac{2 \times 4}{5 \times 3}$$

$$= \boxed{}.$$



La idea de Yoshiko ▼

Podemos hacer esta división si multiplicamos el divisor y el dividendo por el mismo número.

$$\frac{2}{5}\div\frac{3}{4}=\left(\frac{2}{5}\times 20\right)\div\left(\frac{3}{4}\times 20\right)$$

$$=(2\times 4)\div(3\times 5)$$

$$=\frac{2\times 4}{3\times 5}=\frac{2\times 4}{5\times 3}=\square$$

Observa que para dividir una fracción entre otra, puedes intercambiar el numerador y el denominador de una de ellas y luego multiplicas las fracciones. $\frac{▲}{●}\div\frac{⬟}{■}=\frac{▲\times ■}{●\times ⬟}$

2 Piensa cómo hacer las siguientes operaciones.

① $\frac{8}{3}\div\frac{12}{5}=\frac{8\times\square}{3\times\square}$

$=\square$

② $3\div\frac{2}{5}=\frac{3}{1}\div\frac{2}{5}$

$=\frac{3\times\square}{1\times\square}$

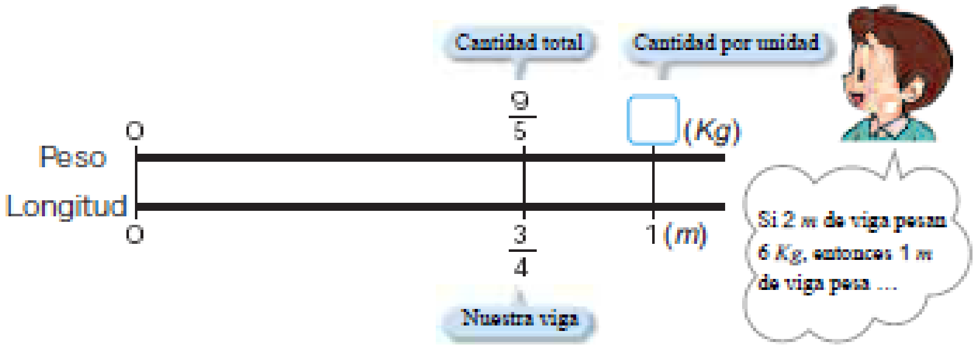
$=\square$

① $\frac{1}{4}\div\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{7}\div\frac{3}{4}$ ③ $\frac{2}{3}\div\frac{7}{8}$ ④ $\frac{3}{5}\div\frac{7}{4}$

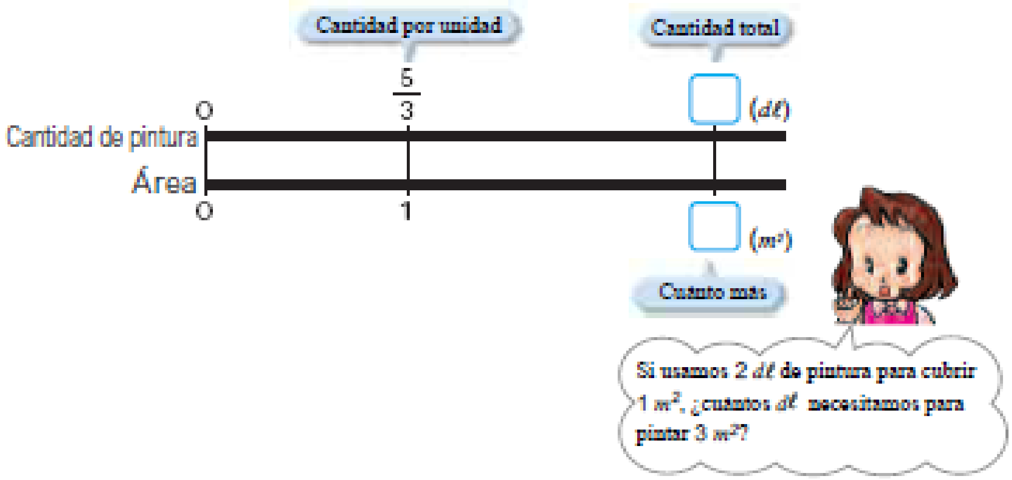
⑤ $\frac{16}{7}\div\frac{4}{9}$ ⑥ $\frac{4}{3}\div\frac{2}{3}$ ⑦ $4\div\frac{3}{5}$ ⑧ $8\div\frac{2}{3}$

3 Otras expresiones matemáticas

1 Una viga de fierro que mide $\frac{3}{4}$ m pesa $\frac{9}{5}$ Kg. ¿Cuánto pesa un metro de esa viga?



2 Para pintar los muros del pasillo utilizamos $\frac{5}{3}$ $d\ell$ por m^2 . ¿Cuántos decilitros necesitamos para pintar $\frac{5}{2}$ m^2 de otro muro?



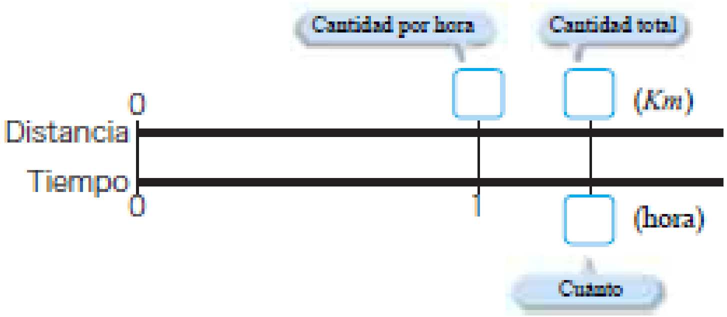
① ¿Qué datos tenemos?

② Escribe en los ☐ de la figura los datos que tienes.

③ ¿Qué operación puedes usar para obtener la respuesta?

3 Nos tomó $\frac{4}{3}$ de hora recorrer 60 *Km* en auto.

Calcula la velocidad a que íbamos (*Km* por hora).



4 Akira inventó el siguiente problema.

> Si usamos $\frac{6}{7}$ de litro de agua para irrigar un jardín de 1 m^2, necesitaremos □ litros para regar un jardín de $\frac{2}{3}$ m^2.
>
> Escribe el número que falta en el □ .

① Resuelve el problema que inventó Akira.

② A partir del problema de Akira, Hiroko inventó otro problema.

Resuélvelo.

> Si usamos $\frac{6}{7}$ de litro de agua para irrigar un jardín de 1 m^2, con $\frac{4}{7}$ ℓ podemos regar un jardín de □ m^2.
>
> Escribe en el □ el número que falta.

③ Inventa otros problemas de multiplicación y división cambiando los números y las palabras en los □ de arriba.

Ejercicios

1 Recordemos cómo multiplicar dos fracciones.

páginas 13-15

$$\frac{2}{3}\times\frac{7}{4}=\frac{\square\times\square}{\square\times\square}$$

$$=\square$$

2 Realiza las siguientes multiplicaciones.

páginas 15-16

① $\frac{1}{4}\times\frac{1}{3}$ ② $\frac{2}{5}\times\frac{3}{7}$ ③ $\frac{5}{6}\times\frac{9}{20}$ ④ $4\times\frac{11}{12}$

⑤ $\frac{2}{3}\times\frac{3}{5}$ ⑥ $\frac{2}{7}\times\frac{5}{6}$ ⑦ $\frac{7}{10}\times\frac{5}{14}$ ⑧ $12\times\frac{5}{9}$

3 Una barra de fierro de un metro de largo pesa $\frac{7}{4}$ *Kg*.

página 16

¿Cuántos *Kg* pesan $\frac{5}{14}$ de metro de esa barra?

4 Recordemos cómo dividir una fracción entre otra.

páginas 17-19

$$\frac{3}{4}\div\frac{5}{9}=\frac{\square\times\square}{\square\times\square}$$

$$=\square$$

5 Resuelve las siguientes divisiones.

página 19

① $\frac{5}{6}\div\frac{2}{5}$ ② $\frac{3}{4}\div\frac{1}{6}$ ③ $\frac{9}{10}\div\frac{3}{5}$ ④ $12\div\frac{2}{3}$

⑤ $\frac{3}{5}\div\frac{9}{10}$ ⑥ $\frac{7}{8}\div\frac{5}{14}$ ⑦ $\frac{2}{3}\div\frac{4}{9}$ ⑧ $\frac{5}{6}\div\frac{4}{15}$

6 Compramos $\frac{4}{5}$ de metro de cinta en 68 yenes.

páginas 20-21

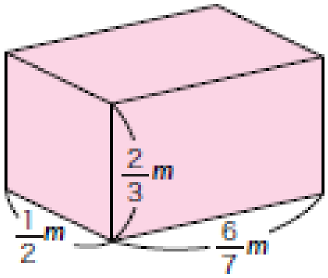
¿Cuánto cuesta un metro de esta cinta?

Propiedades de las operaciones

1 En quinto grado estudiamos las siguientes propiedades de las operaciones. Ahora vamos a ver cómo aplicarlas en los cálculos con fracciones.

ⓐ ■ × ▲ = ▲ × ■
ⓑ (■ × ▲) × ● = ■ × (▲ × ●)
ⓒ (■ + ▲) × ● = ■ × ● + ▲ × ●
ⓓ (■ − ▲) × ● = ■ × ● − ▲ × ●

① Calcula el volumen del prisma rectangular que se muestra a continuación.



El método de Hiroshi ▼

$$\left(\frac{1}{2}\times\frac{6}{7}\right)\times\frac{2}{3}=\frac{1\times\overset{3}{\cancel{6}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\times 7}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{3}{7}\times\frac{2}{3}$$
$$=\frac{\overset{1}{\cancel{3}}\times 2}{7\times\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$=\frac{2}{7}$$

El método de Yuko ▼

$$\frac{1}{2}\times\left(\frac{6}{7}\times\frac{2}{3}\right)=\frac{1}{2}\times\frac{\overset{2}{\cancel{6}}\times 2}{7\times\underset{1}{\cancel{3}}}$$
$$=\frac{1}{2}\times\frac{4}{7}$$
$$=\frac{1\times\overset{2}{\cancel{4}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\times 7}$$
$$=\frac{2}{7}$$

La propiedad ⓑ también puede usarse para operar con fracciones.

Eso significa que podemos simplificar las fracciones para facilitar cálculos como éste: $\frac{1}{2}\times\frac{6}{7}\times\frac{2}{3}=\frac{1\times\overset{2}{\cancel{6}}\times\overset{1}{\cancel{2}}}{\underset{1}{\cancel{2}}\times 7\times\underset{1}{\cancel{3}}}=\frac{2}{7}$

② Sustituye las figuras por los valores numéricos que se indican: ■ = $\frac{3}{4}$, ▲ = $\frac{2}{3}$ y ● = $\frac{6}{7}$. Haz las operaciones que resultan y verifica que puedes usar las reglas ⓐ, ⓒ y ⓓ.

problemas

1 Realiza las siguientes operaciones.

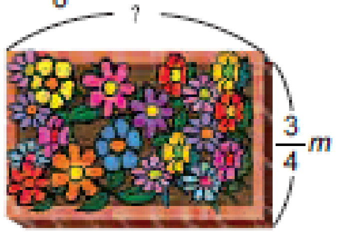
• Multiplicar y dividir con fracciones.

① $\frac{7}{8}\times\frac{4}{5}$ ② $\frac{9}{14}\times\frac{2}{3}$ ③ $\frac{5}{8}\times\frac{4}{15}$ ④ $15\times\frac{4}{15}$

⑤ $\frac{1}{3}\div\frac{1}{4}$ ⑥ $\frac{7}{9}\div\frac{5}{12}$ ⑦ $\frac{5}{6}\div\frac{10}{13}$ ⑧ $8\div\frac{12}{13}$

2 En una parcela se pueden cosechar $\frac{4}{7}$ *Kg* de arroz por metro cuadrado. ¿Cuántos *Kg* de arroz podemos obtener de una parcela de $\frac{5}{8}$ m^2?

• Construir expresiones matemáticas donde se usen fracciones.

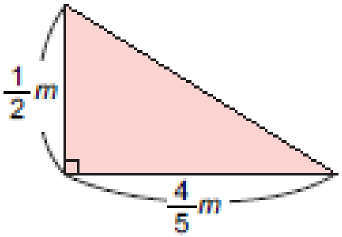


3 Una jardinera rectangular tiene un área de $\frac{7}{8}$ m^2 y mide $\frac{3}{4}$ m de largo, ¿cuántos metros mide de ancho?

• Aplicar la fórmula para el área usando fracciones.

4 Calcula el área de la jardinera triangular que se muestra a la derecha.

• Realizar cálculos con números enteros y fracciones.



Ir abajo
Ir a la página 93
Ir a la página 95

¿Puedes hacer esto?

Problemas que involucran fracciones

• Escribe en el □ números del 2 al 9 para construir las operaciones que se indican a continuación.

Hagamos varios problemas para calcular

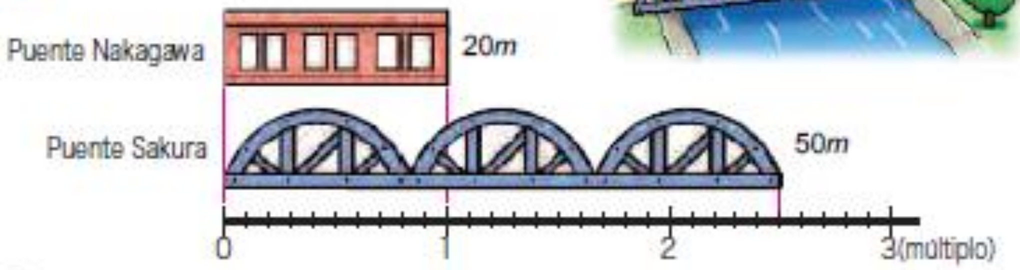
$$\frac{\square}{\square}\times\frac{\square}{\square}$$

① Operaciones cuyo resultado sea 1

② Operaciones cuyo resultado sea 2

Razones y "número de veces"

1 Observa la longitud de estos puentes.



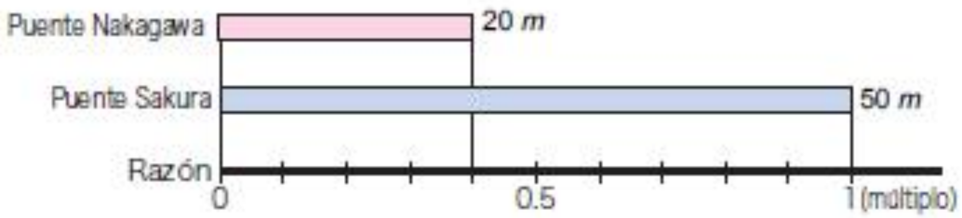
① ¿Cuántas veces es más largo el puente Sakura que el puente Nakagawa?

$$50 \div 20 = \boxed{}$$

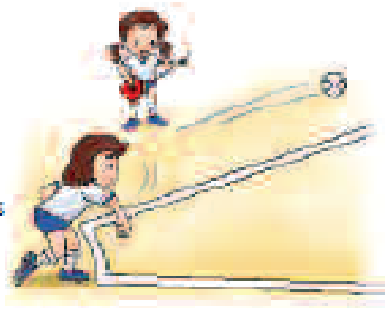
Cantidad a comparar
Cantidad de referencia
Número de veces

Cuando comparamos dos cantidades, algunas veces tomamos a una de ellas como "cantidad de referencia". En ese caso estamos calculando la *razón* entre esas cantidades. Cuando esta razón es mayor que 1, la razón nos indica cuántas veces una cantidad es mayor que la otra.

② Calcula la razón entre las longitudes del puente Nakagawa y del puente Sakura.

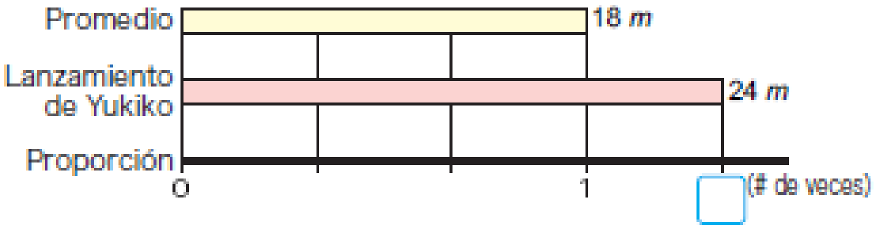


Razones y fracciones



2 En una práctica de beisbol, Yukiko y sus amigas compararon la distancia a la que pueden lanzar una pelota. La distancia promedio fue 18 metros.

① La distancia que logró Yukiko fue 24 metros. ¿Cuántas veces es esta distancia comparada con el promedio? ¿Cómo podemos expresar esto mediante una fracción?

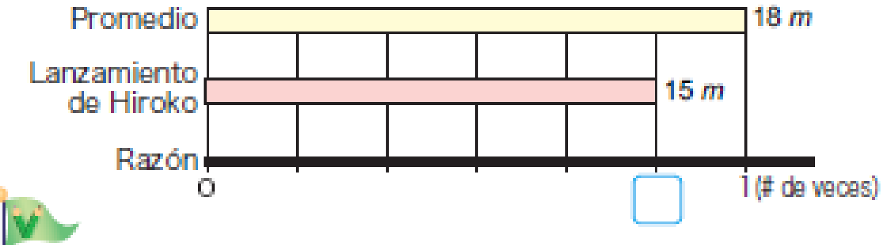


24 ÷ 18 = □

Cantidad a comparar — Cantidad de referencia — Número de veces

Una razón puede expresarse mediante una fracción.

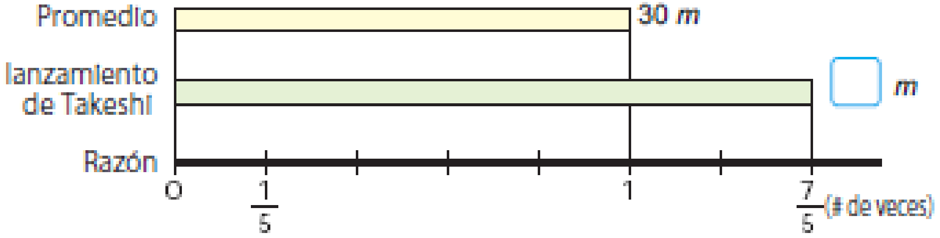
② Hiroko logró una distancia de 15 metros. ¿Qué parte del promedio es 15 metros?



Escribe en los □ las fracciones que faltan.

① 15 m es □ veces 9 m　　② 35 Kg es □ veces 42 Kg.

3 Takeshi y sus amigos también lanzaron pelotas de beisbol obteniendo una distancia promedio de 30 metros. La distancia que logró Takeshi fue $\frac{7}{5}$ veces la distancia promedio. ¿De cuántos metros fue el lanzamiento de Takeshi?

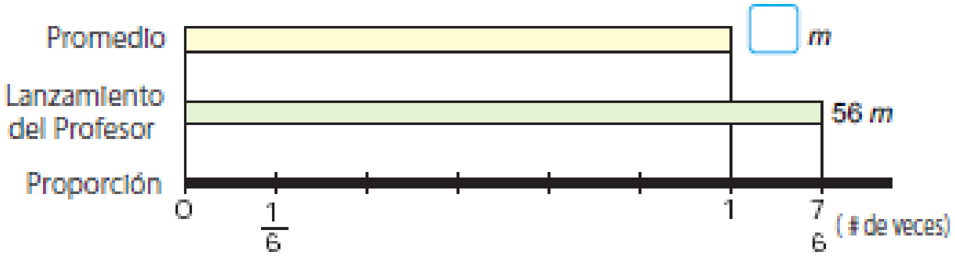


$\boxed{} \times \boxed{} = \boxed{}$

Cantidad de referencia · Razón · Cantidad a comparar

Distancia (m)	30	6	?
Razón (# de veces)	$1\left(\frac{5}{5}\right)$	$\frac{1}{5}$	$\frac{7}{5}$

4 El profesor lanzó la pelota a una distancia de 56 metros. El lanzamiento fue $\frac{7}{6}$ veces la distancia promedio entre todos los profesores. ¿Cuántos metros fue el promedio?



Escribe una expresión matemática para obtener la distancia promedio.

$\boxed{} \times \frac{7}{6} = 56$

$\boxed{} = 56 \div \frac{7}{6}$

Distancia (m)	?	8	56
Razón (# de veces)	$1\left(\frac{6}{6}\right)$	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{6}$

Escribe en los ☐ los números que faltan.

① $\frac{6}{5}$ veces 5 Kg es $\boxed{}$ Kg.   ② $\frac{5}{6}$ veces $\boxed{}$ Kg es 50 Kg.

10 Razones y proporciones

1 Razones

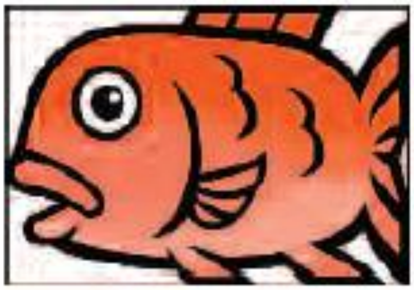
1 A continuación se muestran unas tarjetas de forma rectangular.

ⓐ

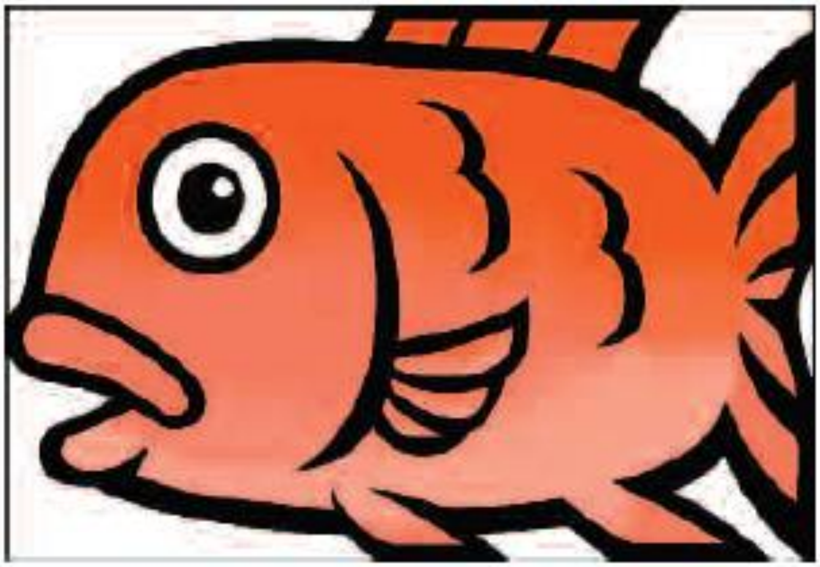
ⓑ

ⓒ

ⓓ



ⓔ



① Mide el largo y ancho de cada una de las tarjetas.

ⓐ largo 2 *cm*, ancho 3 *cm*.

ⓑ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.

ⓒ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.

ⓓ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.

ⓔ largo ☐ *cm*, ancho ☐ *cm*.

② ¿Cómo expresamos la razón entre el largo y el ancho de los lados de un rectángulo?

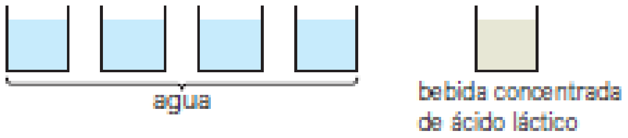
> La razón entre el largo y ancho se expresa $\frac{2}{3}$.
> $\frac{2}{3}$ se lee "dos tercios", "dos entre 3" o "dos es a tres".
> Si una razón es equivalente a otra, por ejemplo $\frac{4}{6}$, esta equivalencia se expresa como $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$.
> Esta expresión se lee "2 es a 3 como 4 es a 6". A esta igualdad se le llama **proporción**.

③ Expresa la razón entre el largo y el ancho de cada uno de los rectángulos.

Si encuentras dos razones equivalentes exprésalas como una proporción.

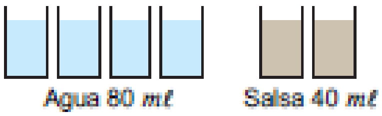
¿Qué notas en las imágenes de las tarjetas cuyas razones entre sus lados son equivalentes?

2 Añadimos 4 vasos de agua a un recipiente que contiene una bebida concentrada de ácido láctico. Expresa la razón entre la cantidad de agua vertida y la del ácido láctico.

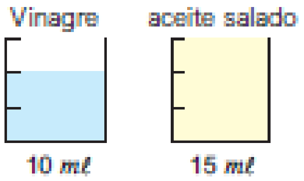


En cada uno de los siguientes incisos se muestran sustancias que se mezclarán.

①

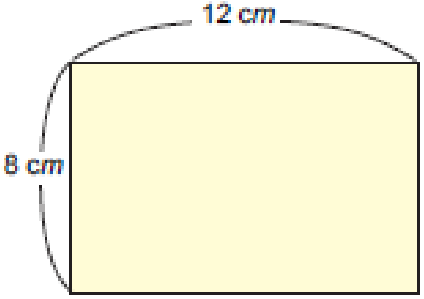


②



2 Razones equivalentes

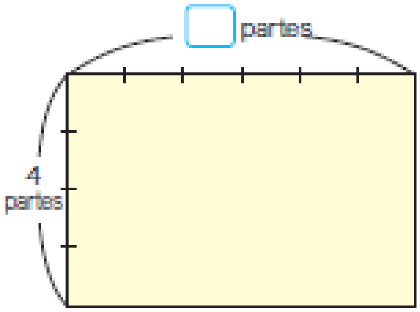
1 Observa las medidas del siguiente rectángulo.



① Escribe la razón entre el largo y el ancho de ese rectángulo.

$\frac{8}{\boxed{}}$

② El largo y el ancho del rectángulo se han dividido en partes iguales. Escribe la razón entre el largo y el ancho considerando como unidad el número de partes iguales.

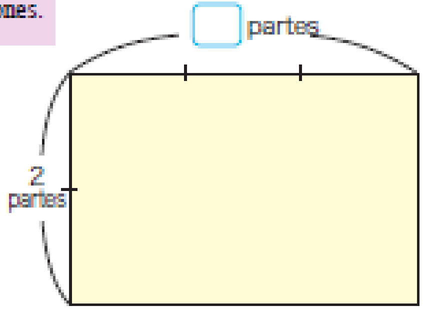


ⓐ Ahora dividamos el largo y el ancho en segmentos de 2 *cm*.

Largo: 4 segmentos Ancho: ☐ secciones.

La razón entre el largo y el ancho es:

$\frac{4}{\boxed{}}$



ⓑ Ahora dividamos el largo y el ancho en segmentos de 4 cm.

Largo: 2 partes Ancho: ☐ partes.

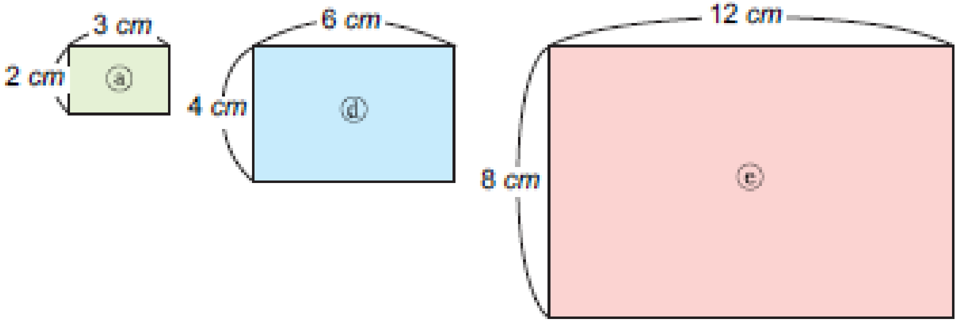
La razón entre el largo y el ancho es:

☐ es a ☐

¡Las tres razones anteriores son equivalentes porque se trata del mismo rectángulo!

En este caso la proporción es: $\frac{8}{12} = \frac{4}{6}$

2 Observa los rectángulos ⓐ, ⓓ y ⓔ.



① Encuentra la razón entre el largo y el ancho en cada uno de los rectángulos.

ⓐ $\frac{2}{\square}$ ⓓ $\frac{\square}{6}$ $\frac{\square}{\square}$

② Dado que las razones en ⓐ y ⓓ son iguales, podemos afirmar que: $\frac{2}{3} = \frac{4}{6}$

Afirmamos esto porque:

$$\frac{2}{3} = \frac{(2 \times \square)}{(3 \times \square)} = \frac{4}{6}$$

$$\begin{tikzcd} \frac{2}{3} \arrow[r, bend left, "\times \square"] \arrow[r, bend right, "\times \square"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{4}{6} \end{tikzcd}$$

③ Dado que las razones entre el largo y el ancho en ⓔ y ⓐ son iguales,

podemos afirmar que:

$$\frac{8}{12} = \frac{2}{3}$$

$$\frac{8}{12} = \frac{(8 \div \square)}{(12 \div \square)} = \frac{2}{3}$$

$$\begin{tikzcd} \frac{8}{12} \arrow[r, bend left, "\div \square"] \arrow[r, bend right, "\div \square"'] \arrow[r, phantom, "="] & \frac{2}{3} \end{tikzcd}$$

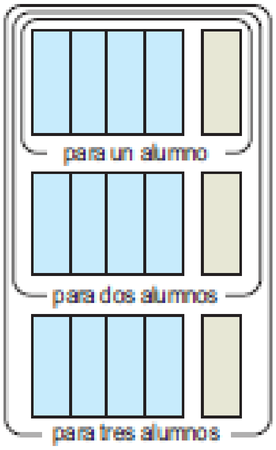
Una razón a / b no se altera si multiplicamos a y b por el mismo número o si los dividimos entre el mismo número.

1 Encuentra cuáles de las siguientes razones son equivalentes a $\frac{3}{1}$.

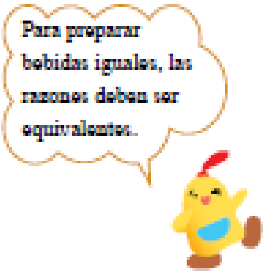
① $\frac{6}{3}$ ② $\frac{6}{2}$ ③ $\frac{1}{3}$ ④ $\frac{13}{10}$ ⑤ $\frac{9}{3}$

2 Construye tres razones equivalentes a $\frac{6}{9}$.

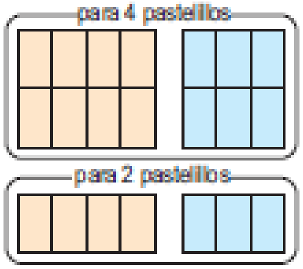
3 ¿Cuántos $m\ell$ de agua y de jugo concentrado necesitamos para preparar una bebida para 3 alumnos? Considera que una porción individual se prepara con 120 $m\ell$ de agua y 30 $m\ell$ de jugo concentrado.



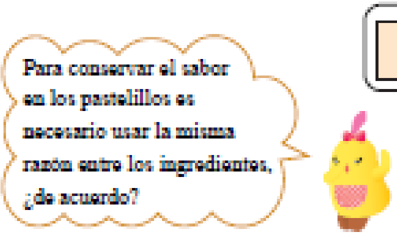
$$\begin{tikzcd} \frac{120}{30} \arrow[r, bend left, "\times \square"] \arrow[r, bend right, "\times \square"'] & = \frac{\square}{\square} \end{tikzcd}$$



4 Para preparar 4 pastelillos se necesitan 200 gramos de harina y 150 gramos de leche. ¿Cuántos gramos de harina y de leche son necesarios para preparar 2 pastelillos?



$$\begin{tikzcd} \frac{200}{150} \arrow[r, bend left, "\div \square"] \arrow[r, bend right, "\div \square"'] & = \frac{\square}{\square} \end{tikzcd}$$



1 Escribe los números que faltan en los ☐.

① $\frac{2}{3} = \frac{\square}{3}$ ② $\frac{4}{5} = \frac{100}{\square}$

③ $\frac{12}{\square} = \frac{3}{5}$ ④ $\frac{\square}{20} = \frac{5}{4}$

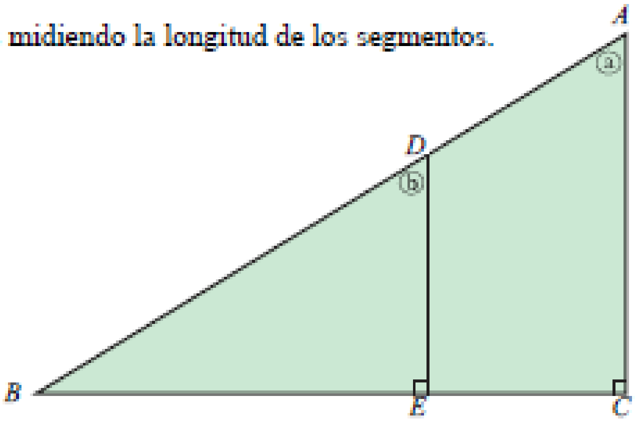
2 Dibujamos un rectángulo en el que la razón entre largo y ancho es $\frac{1}{2}$. Si dibujamos otro rectángulo cuyo largo mide 12 *cm*, ¿cuántos cm debe medir de ancho?

5 Calculemos la altura de un árbol a partir de la longitud de su sombra.

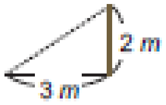
① En el triángulo ABC, elegimos el punto E sobre el lado BC y trazamos el triángulo rectángulo BDE. Completa las siguientes razones y verifica si son equivalentes midiendo la longitud de los segmentos.

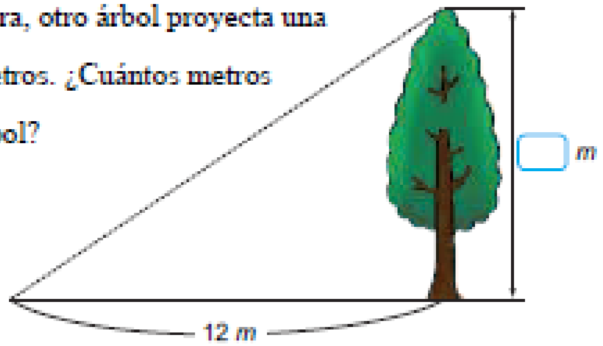
$$\frac{DE}{EB} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$

$$\frac{AC}{CB} = \frac{\boxed{}}{\boxed{}}$$



② Un árbol que mide 2 metros de altura proyecta una sombra de 3 metros de largo. A la misma hora, otro árbol proyecta una sombra que mide 12 metros. ¿Cuántos metros mide la altura de ese árbol?





Escribe una expresión matemática para obtener razones equivalentes. Considera que la altura del árbol es $\boxed{}$ m y luego escribe en cada recuadro los números que faltan.

$$\overset{\times \boxed{}}{\underset{\times 4}{\frac{2}{3} = \frac{\boxed{}}{12}}}$$

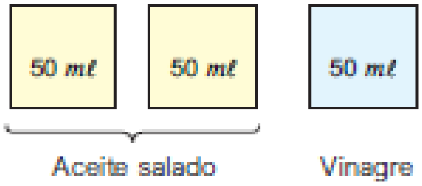
Usa los datos del problema del inciso ② para calcular la altura de un árbol que proyecta una sombra de 15 m de largo.

Ejercicios

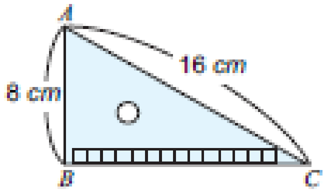
1 Obtén las siguientes razones.

página 32

① La razón entre la cantidad de aceite salado y vinagre.



② La razón entre la longitud de los lados AB y AC de este triángulo.



2 Encuentra tres razones equivalentes a $\frac{12}{8}$.

páginas 33 - 34

3 Escribe los números correctos en los $\square$.

páginas 34 - 35

① $\frac{3}{5}=\frac{\square}{10}$ ② $\frac{7}{4}=\frac{35}{\square}$

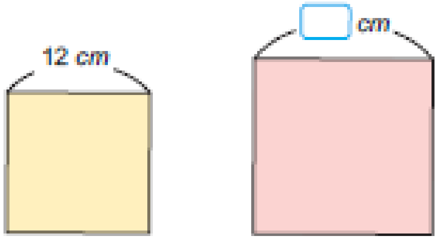
③ $\frac{80}{\square}=\frac{5}{8}$ ④ $\frac{\square}{125}=\frac{3}{5}$

4 Dibuja un triángulo en el que la razón entre el largo y ancho sea $\frac{2}{3}$. Si el ancho mide 18 *cm*, ¿cuántos *cm* debe medir el largo?

página 35

5 La razón entre la longitud de los lados de los cuadrados de abajo es $\frac{4}{5}$. ¿Cuántos *cm* mide por lado el cuadrado grande si la longitud del lado del cuadrado chico es 12 *cm*?

página 36



problemas

1 Para cocinar *sekihan* para 4 personas se utilizan 400 gramos de arroz y 40 gramos de ejotes. (*Sekihan* es arroz con ejotes rojos). • Aplicar el concepto de razones equivalentes.

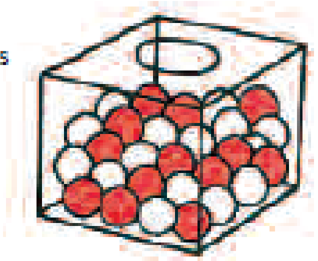
① ¿Cuántos gramos de arroz y ejotes se necesitan para cocinar *sekihan* para 2 personas?

② ¿Cuántos gramos de arroz y ejotes se necesitan para cocinar *sekihan* para 8 personas?

③ Si tenemos 600 gramos de arroz y usamos la receta para preparar 4 porciones, ¿cuántos gramos de ejotes necesitamos para cocinar *sekihan*?

2 En la urna de la derecha, la razón entre canicas rojas y las blancas es $\frac{3}{4}$. Si hay 28 canicas blancas, ¿cuántas canicas rojas debe haber?

• Expresar la razón entre dos cantidades.



3 Escribe los números correctos en los $\square$.

• Encontrar el valor faltante en dos razones equivalentes.

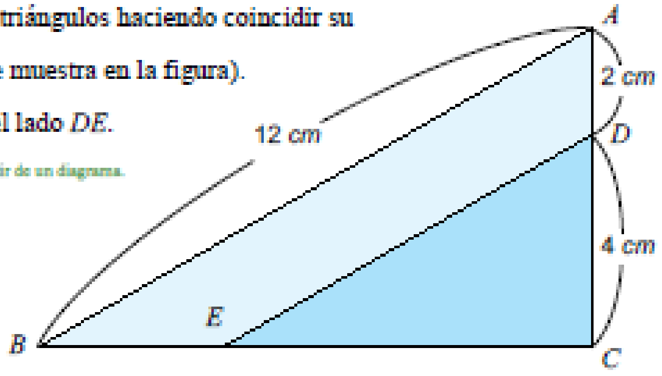
① $\frac{5}{8}=\frac{\square}{200}$ ② $\frac{180}{150}=\frac{6}{\square}$

③ $\frac{100}{\square}=\frac{10}{7}$ ④ $\frac{\square}{60}=\frac{2}{3}$

4 Se sobreponen dos triángulos haciendo coincidir su ángulo recto (como se muestra en la figura).

Calcula la longitud del lado *DE*.

• Encontrar razones equivalentes a partir de un diagrama.



Ir a la página 39
Ir a la página 94
Ir a la página 97

¿Puedes hacer esto?

Cálculo de longitudes reales usando proporciones

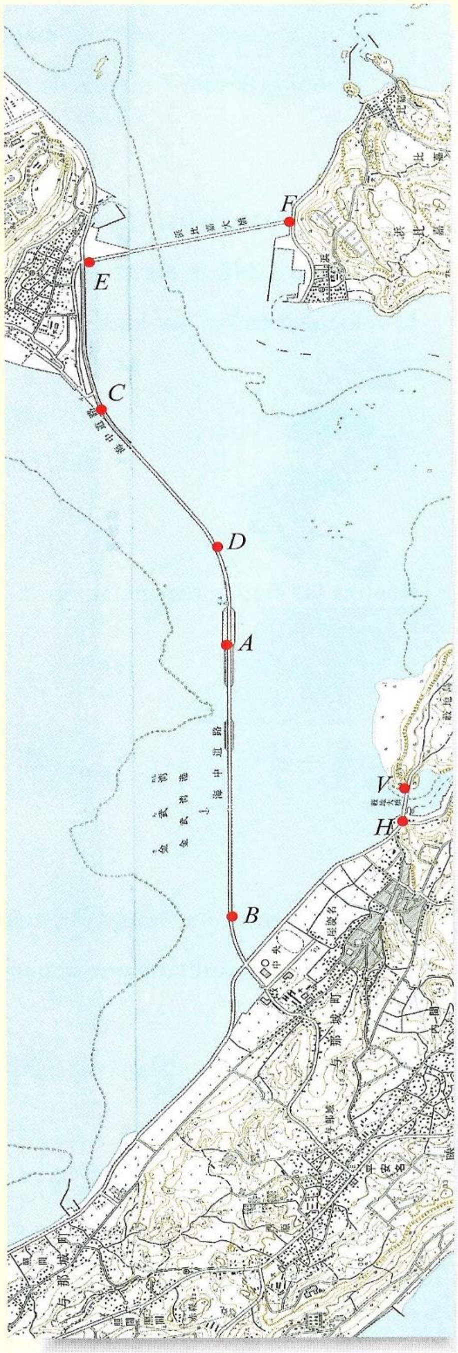
- En el mapa se muestra una carretera que cruza el mar en la prefectura de Okinawa. El mapa está trazado en una razón (o escala) de $\frac{1}{50\,000}$. Esto significa que el tamaño real es 50 000 veces la longitud indicada en el mapa.

① ¿A cuántos cm equivalen 5 km en el mapa?

② ¿Cuál es la distancia real, en km, entre el punto *A* y el punto *B* en este mapa?

③ Calcula la longitud real de las secciones *CD*, *EF* y *VH* de la carretera.

Carretera sobre el mar.
(Ciudad de Uruma en la Prefectura de Okinawa)



¿Puedes hacer esto?

Cálculo de longitudes reales usando proporciones.

- En el mapa se muestra una carretera que cruza el mar en la prefectura de Okinawa. El mapa está trazado en una razón (o escala) de $\frac{1}{50{,}000}$. Esto significa que el tamaño real es 50,000 veces la longitud indicada en el mapa.

① ¿A cuántos *cm* equivalen 5 *Km* en el mapa?

② ¿Cuál es la distancia real, en *Km*, entre el punto *A* y el punto *B* en este mapa?

③ Calcula la longitud real de las secciones *CD*, *EF* y *GH* de la carretera.

Carretera sobre el mar.
(Ciudad de Uruma en la Prefectura de Okinawa)

Repaso 2

1 Un tramo de 5 metros de manguera de hule cuesta 1400 yenes. ⑥

① ¿Cuánto cuesta 1 metro de manguera?

② ¿Cuánto cuestan 7 metros de manguera?

2 ¿Qué viaja más rápido, un avión a 900 *Km* por hora o el sonido a 340 m por segundo? Compara la velocidad en *Km* por hora y metros por segundo. ⑥

3 Realiza las siguientes operaciones. ⑧

① $\frac{2}{7}\times\frac{3}{5}$ ② $\frac{8}{9}\times\frac{15}{16}$ ③ $\frac{5}{21}\times\frac{7}{4}$

④ $\frac{5}{8}\div\frac{2}{3}$ ⑤ $\frac{6}{11}\div\frac{9}{22}$ ⑥ $\frac{5}{6}\div\frac{20}{9}$

4 De las siguientes fracciones elige dos, de manera que al restar una de la otra te dé el mismo resultado que obtienes si las multiplicas. ③ ⑧

$$\frac{3}{4} \qquad \frac{2}{3} \qquad \frac{2}{5} \qquad \frac{1}{5}$$

$$\frac{\square}{\square} - \frac{\square}{\square} = \frac{\square}{\square} \times \frac{\square}{\square}$$

5 Un litro de arroz pesa $\frac{5}{6}$ *Kg*.

① ¿Cuántos *Kg* pesan $\frac{4}{5}$ ℓ de arroz?

② ¿Cuántos *Kg* pesan $\frac{14}{5}$ ℓ de arroz?

6 Si recortamos una cinta de 12 metros en trozos de $\frac{4}{5}$ *m*, ¿cuántos trozos tendremos?

7 En una competencia, Hitoshi saltó 320 *cm*, Miyuki saltó 240 *cm* y Junichi saltó $\frac{9}{8}$ veces la longitud del salto de Hitoshi.

① ¿Cuántas veces más largo fue el salto de Hitoshi que el de Miyuki?

② ¿Cuántos *cm* midió el salto de Junichi?

8 Escribe los números correctos en los ☐.

① $\frac{18}{42}=\frac{3}{\square}$

② $\frac{12}{36}=\frac{\square}{18}$

$=\frac{1}{\square}$

9 Dibuja un rectángulo en el que la razón entre el largo y ancho sea $\frac{4}{3}$.

① Si el largo mide 8 *cm*, el ancho debe medir ☐ *cm*.

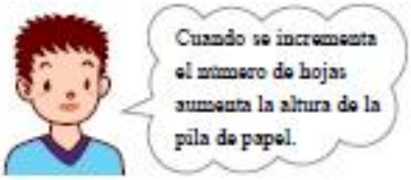
② Si el ancho mide 12 *cm*, el largo debe medir ☐ *cm*.

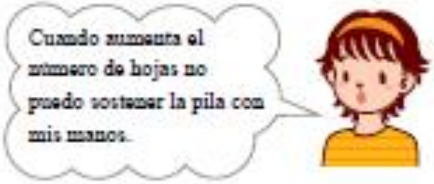
③ Si el ancho mide 24 *cm*, el largo debe medir ☐ *cm*.

11 Variación proporcional directa

Unos alumnos recolectaron papel usado de la fotocopiadora para utilizarlo en otras actividades. ¿Cómo puedes contar el número de hojas que han reunido?

① ¿Qué otra magnitud cambia cuando se incrementa el número de hojas?





Veamos cómo podemos relacionar dos magnitudes que cambian juntas.

Experimentemos

Indaga la relación que hay entre la cantidad de papel y su peso para encontrar el número de hojas de una pila de papel.

① Mide el peso de 10, 20, 30, 40 y 50 hojas. Registra esos datos en la siguiente tabla.

Número de hojas y su peso

Número de hojas	10	20	30	40	50
Peso (*g*)					

② Piensa cómo calcular el número de hojas de papel a partir de los resultados del experimento.

Experimentemos

Observemos la relación que hay entre el número de hojas y el grosor de la pila para encontrar cuántas hojas hay.

① Construye pilas de hojas de 1 *cm*, 2 *cm*, 3 *cm*, 4 *cm* y 5 *cm*. Anota los resultados en la tabla de abajo.

Numero de hojas y grosor de la pila

Número de hojas					
Grosor (*cm*)	1	2	3	4	5

② Piensa cómo calcular el número de hojas de papel a partir del experimento.

1 Proporcionalidad directa

1 Analiza la relación que hay entre el número de hojas de papel y su peso.

Número de hojas y su peso

Número de hojas	10	20	30	40	50
Peso (*g*)	70	140	210	280	350

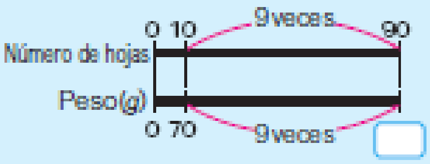
① ¿Cómo cambia el peso de la pila de papel cuando el número de hojas aumenta 2 veces, 3 veces, 4 veces y 5 veces?

② ¿Cuántos gramos pesará una pila de 90 hojas de papel?

La idea de Kenta

Como el número de hojas es 9 veces 10, el peso también aumentará 9 veces.

70× 9= ☐



La idea de Mai

El peso de 90 hojas de papel es la suma del peso de 40 hojas y 50 hojas.

280＋350= ☐

③ ¿Cuántas hojas hay en una pila de papel que pesa 700 gramos?

2 Estudia la relación que hay entre el número de hojas de papel y el grosor de cada pila.

Número de hojas y grosor de la pila

Número de hojas	105	210	315	420	525
Grosor (*cm*)	1	2	3	4	5

① El grosor de la pila de papel se incrementa 2 veces, 3 veces, 4 veces y 5 veces. ¿Cómo aumenta el número de hojas de papel?

② ¿Cuántas hojas de papel hay en una pila cuya altura es 9 cm?

3 Estudiemos otras magnitudes que cambian juntas.

① Completa la siguiente tabla.

ⓐ Longitud y peso de un cable

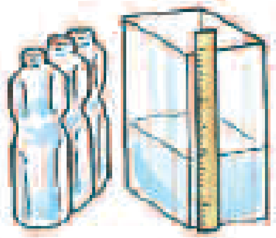
Longitud (*m*)	1	2	3	4	5
Peso (*g*)	20	40			

ⓑ Cortes en una cinta y número de trozos.

Número de cortes	1	2	3	4	5
Número de trozos	2	3			

ⓒ Volumen y profundidad del agua en un recipiente.

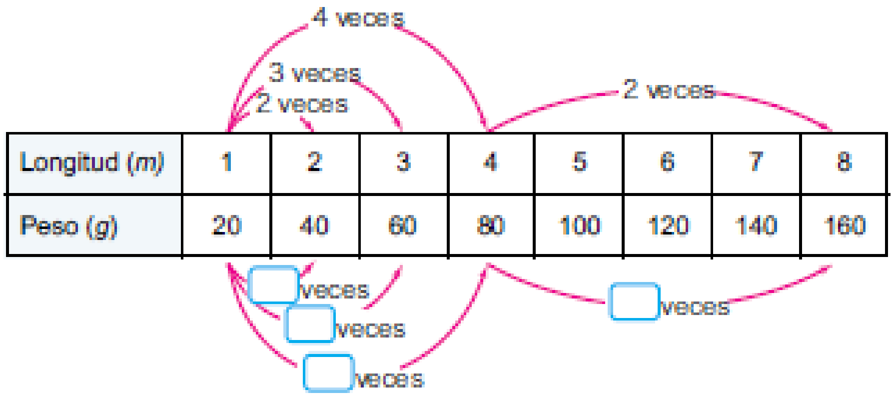
Volumen de agua (*ℓ*)	1	2	3	4	5
Profundidad (*cm*)	2	4			



② De los casos anteriores, ¿en cuáles se presenta la misma relación que vimos en **1** y **2**?

4 Estudiemos la relación que hay entre la longitud y el peso de un cable.

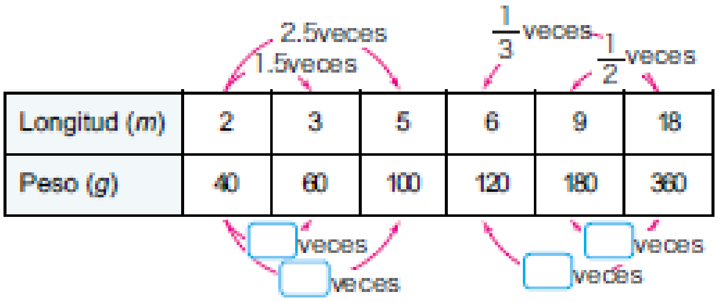
① Si la longitud del cable se incrementa en 2, 3, 4 veces y 5 veces, ¿cómo varía el peso?



Longitud (*m*)	1	2	3	4	5	6	7	8
Peso (*g*)	20	40	60	80	100	120	140	160

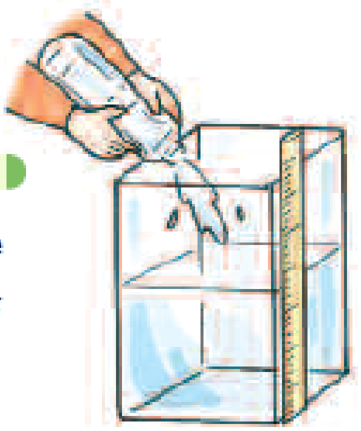
Cuando tenemos dos magnitudes en las que si aumenta una también aumenta la otra, o si disminuye una también disminuye la otra, se dice que esas magnitudes varían en forma *directamente proporcional*.
Por ejemplo, si una aumenta o disminuye 2, 3, 4 veces, la otra cambia de la misma manera.

② Si el peso de un objeto es directamente proporcional a su longitud, ¿cómo cambiará su peso si su longitud aumenta 1.5 y 2.5 veces?



Longitud (*m*)	2	3	5	6	9	18
Peso (*g*)	40	60	100	120	180	360

③ Si el peso de un objeto es directamente proporcional a su longitud, ¿cómo cambia su peso cuando su longitud disminuye a $\frac{1}{2}$ y $\frac{1}{3}$ de su tamaño original?



Algo más sobre proporcionalidad directa

5 La siguiente tabla muestra la relación entre el volumen de agua y la profundidad al llenar un tanque.

Volumen y profundidad del agua en el tanque

Volumen de agua (ℓ)	0	1	2	3	5	8	11	15	17
Profundidad (*cm*)	0	2	4	6	10	16	22	30	34

① ¿Podemos afirmar que la profundidad y el volumen de agua en el tanque varían en forma directamente proporcional?

② Observa cómo aumenta la profundidad cuando el volumen se incrementa en un litro. ¿Cuántos *cm* aumenta la profundidad?

Aumenta en 1 Aumenta en 1 Aumenta en 3 Aumenta en 4

Volumen de agua (ℓ)	0	1	2	5	8	11	15	17
Profundidad (*cm*)	0	2	4	10	16	22	30	34

Aumenta en 2 Aumenta en ☐ Aumenta en ☐ Aumenta en ☐

Podemos afirmar que cada vez que se vierte un litro de agua en el tanque, la profundidad se incrementa en ☐ *cm*.

③ Calculemos los valores del cociente *profundidad* ÷ *volumen* con los datos de la tabla en la página anterior.

2÷1 = □
4÷2 = □
6÷3 = □
⋮

⑧ ¿Cuál es el significado del cociente "profundidad ÷ volumen"?

Compara los resultados del cociente "profundidad ÷ volumen" con la afirmación que hicimos en la página anterior acerca del incremento del agua en el tanque.

④ Analiza en la tabla la relación entre el volumen y la profundidad del agua en el tanque.

Profundidad de un litro *(cm)*		Volumen del agua (ℓ)		Profundidad del agua (cm)
2	×	0	=	0
2	×	1	=	2
2	×	2	=	4
2	×	3	=	6
2	×	4	=	8
2	×	5	=	10
⋮		⋮		⋮
□	×	Volumen del agua	=	Profundidad del agua
Cantidad constante		Cantidad variable		Cantidad variable

⑤ Usa la expresión matemática anterior para calcular la profundidad que corresponde a 10 y 20 litros de agua.

6 Estudia la relación entre la longitud y el peso de un cable y represéntala mediante una expresión matemática.

Longitud y peso de un cable

Longitud (*m*)	0	1	2	3	4	5	6
Peso (*g*)	0	20	40	60	80	100	120

① Usa los datos de la tabla anterior para calcular los valores del cociente "peso ÷ longitud"

② Describe la relación entre la longitud y el peso del cable mediante una expresión matemática. Puedes usar tus propias palabras.

☐ × longitud = ☐

③ ¿Cuánto pesan 8 metros de cable?

Describe mediante una expresión matemática la relación entre las siguientes cantidades.

① Tiempo y distancia cuando la velocidad es 40 Km por hora

Tiempo (*horas*)	1	2	3	4	5	6
Distancia (*Km*)	40	80	120	160	200	240

② Longitud y costo de una cinta

Longitud (*m*)	1	2	3	4	5	6
Costo (*yenes*)	150	300	450	600	750	900

③ Número de hojas de papel y su peso

Número de hojas	1	2	3	4	5	6
Peso (*g*)	7	14	21	28	35	42

2 Gráficas de proporcionalidad directa

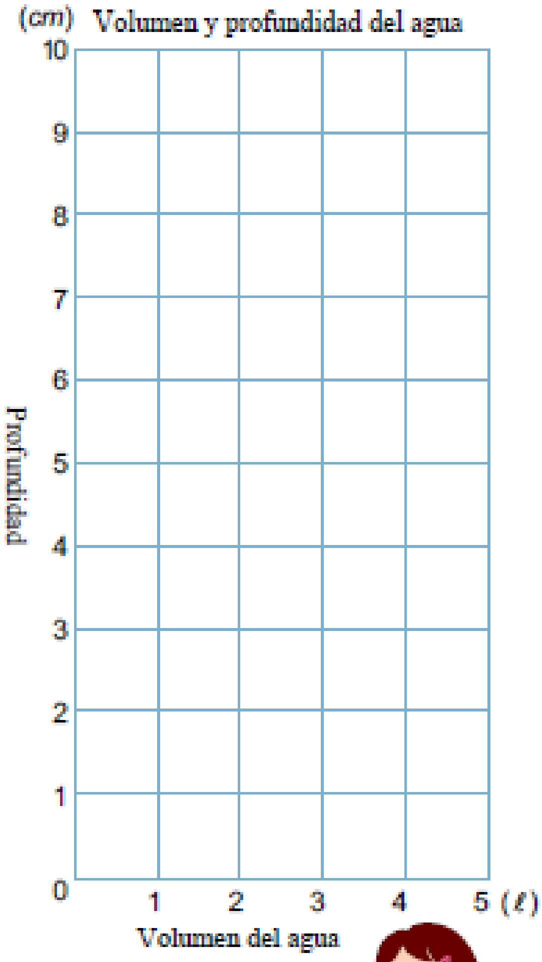
1 Construyamos la gráfica que representa la relación entre el volumen y la profundidad del agua en el tanque.

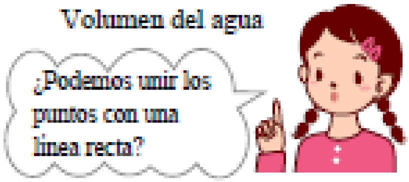
Volumen y profundidad del agua en el tanque

Volumen de agua	0	1	2	3	4	5
Profundidad (*cm*)	0	2	4	6	8	10

① Usa los datos de la tabla anterior para marcar en la gráfica los puntos que corresponden a cada pareja de números.

② ¿Qué forma sugieren los puntos de la gráfica?

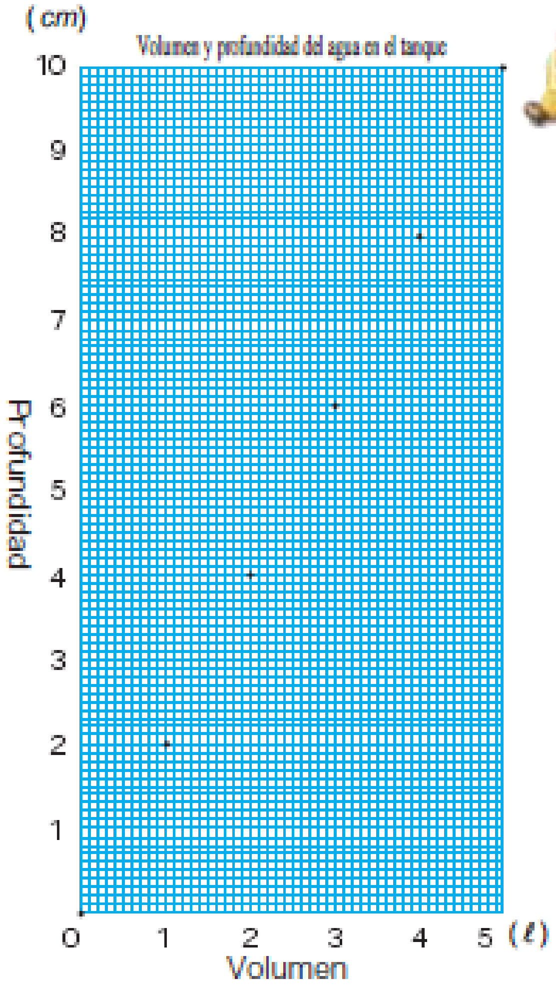


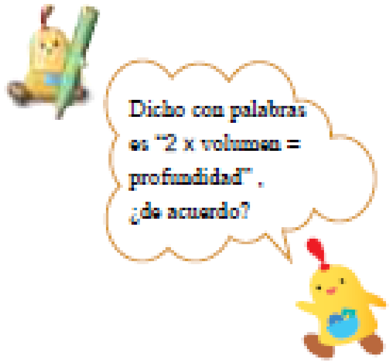


③ Completa la siguiente tabla y marca en la gráfica los puntos que corresponden a cada pareja de números (volumen y profundidad).

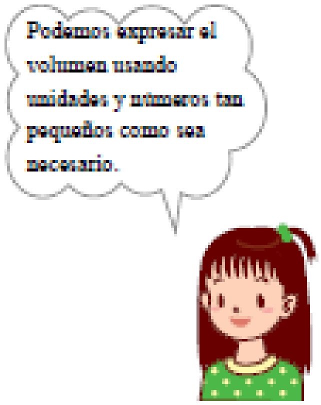
Volumen y profundidad del agua en el tanque

Volumen de agua (ℓ)	0	0.1	0.2	0.5	1	2.4	3.9
Profundidad (*cm*)	0				2		



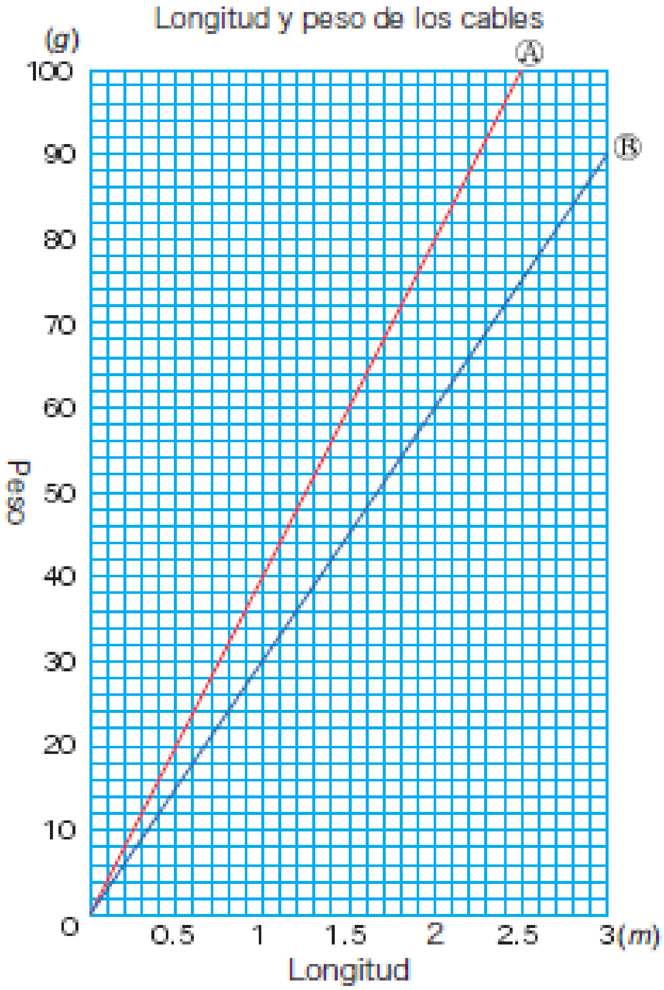


④ ¿Podemos unir todos los puntos de la gráfica con una línea recta?



La gráfica de una relación directamente proporcional es una línea recta pasa por el punto (0,0), este punto es donde se cruzan el eje vertical y el horizontal.

2 La siguiente gráfica muestra la relación entre la longitud y el peso para los tipos de cable Ⓐ y Ⓑ.



① ¿Cuál de los cables es más pesado? ¿Qué debemos observar en la gráfica para responder esta pregunta?

② Encuentra en la gráfica los datos que se indican en cada caso.

El peso de 2.4 metros de cada tipo de cable.

La longitud de cada cable cuando su peso es 48 gramos.

③ ¿Cuánto pesa un metro de cada tipo de cable?

④ A qué tipo de cable, Ⓐ ó Ⓑ corresponden estos datos?

ⓐ 3.8 metros de cable pesan 114 gramos.

ⓑ El peso de 4.2 metros de cable es 168 gramos.

3 Aplicaciones de la proporcionalidad directa

1 La siguiente tabla muestra la relación entre el volumen de un jugo enlatado y su contenido de azúcar.

Volumen de jugo y contenido de azúcar

Jugo (mℓ)	0	1	50	100	150	180	250
Azúcar (g)	0		6	12	18		

① ¿El peso del azúcar es directamente proporcional al volumen del jugo?

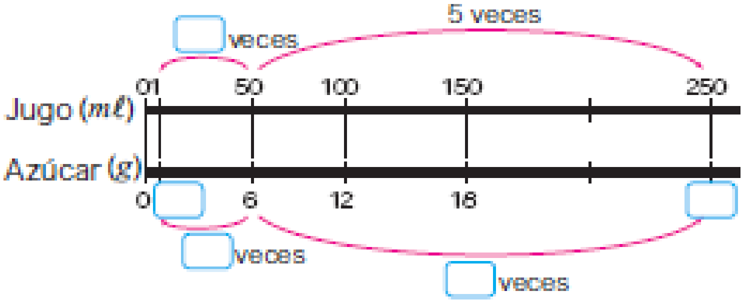
② ¿Cuántos gramos de azúcar hay en 250 mililitros de jugo?

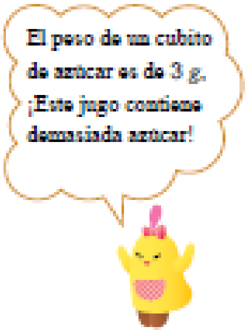
Idea de Yoshio ▼

Como 250 mℓ es 5 veces 50 mℓ, el peso del azúcar será 5 veces el que hay en 50 mℓ.

Idea de Yasuko ▼

Podemos obtener la respuesta si conocemos cuanta azúcar hay en 1 mℓ de jugo.





Calcula la respuesta con el método de Yoshio.

Obtén la respuesta usando esta expresión matemática que relaciona el volumen del jugo y su contenido de azúcar.

☐ × volumen del jugo = peso del azúcar

③ ¿Cuántos gramos de azúcar hay en 180 mililitros de jugo?

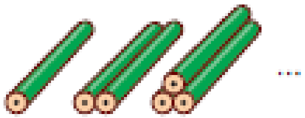
Ejercicios

1 Completa la siguiente tabla. página 47

①

Número y costo de los lápices

Número	1	2	3	4	5
Costo (*yenes*)	50	100			



②

Tiempo y distancia recorrida

Tiempo (*horas*)	1	2	3	4	5
Distancia (*Km*)	4	8			

2 Expresa la relación matemática entre estas cantidades usando tus propias palabras. página 51

Longitud y peso de un cable

Longitud (*cm*)	0	1	2	3	4	5	6
Peso (*g*)	0	3	6	9	12	15	18

3 Un metro de listón cuesta 80 yenes. páginas 52-53

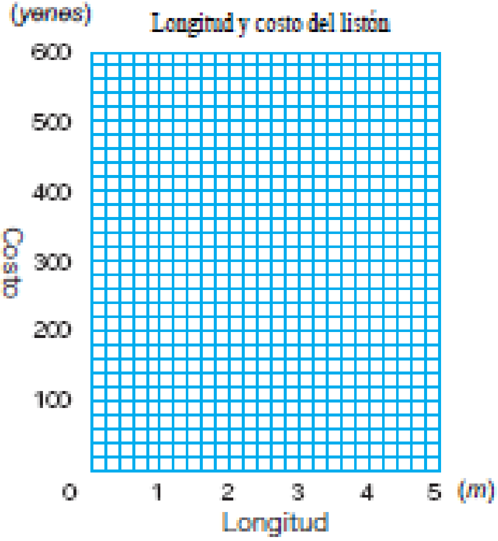
① Resume la relación entre la longitud y el costo del listón en la siguiente tabla.

Longitud y costo del listón

Longitud (cm)	0	1	2	3	4	5
Costo (yenes)	0	80				

② Expresa con tus propias palabras la relación matemática que hay entre la longitud del listón y su costo.

③ Construye una gráfica que represente la relación entre la longitud y el costo del listón.



problemas

1 Un metro de cierto listón cuesta 150 yenes.

① Calcula el costo para 1, 2, 3, 4, 5 y 6 metros de listón. Resume tus resultados en la siguiente tabla.

• Expresar relaciones numéricas en una tabla.

Longitud y costo del listón

Longitud (m)	0	1	2	3	4	5	6
Costo (yenes)	0	150					

② ¿El costo del listón es directamente proporcional a su longitud?

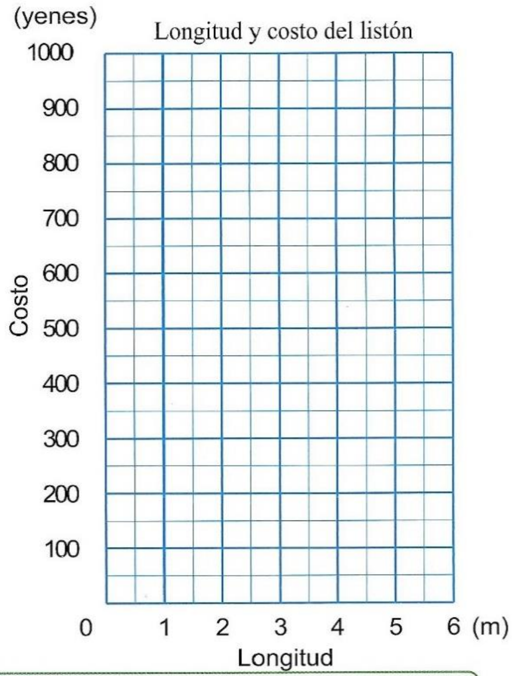
• Entender el concepto de proporcionalidad directa.

③ Expresa con tus propias palabras la relación matemática que hay entre la longitud y el costo del listón.

• Expresar con palabras una relación matemática.

④ Construye una gráfica que represente la relación entre la longitud y el costo del listón.

• Construir gráficas que representen relacione



2 La siguiente tabla muestra la relación entre el número de clavos y su peso.

Número de clavos	0	1	50	100	150	200	250
Peso de los clavos	0	ⓐ	300	600	900	ⓑ	ⓒ

• Resolver problemas de proporcionalidad directa.

① El peso de los clavos, ¿es directamente proporcional al número de ellos?

② Encuentra los valores de ⓐ, ⓑ y ⓒ en la tabla anterior.

③ Haz una gráfica que represente la relación entre el número de clavos y su peso. Encuentra a cuántos clavos corresponde un peso de 240 gramos.

☐ Ir a la página 58

☐ Ir a la página 98

¿Puedes hacer esto?

Pronósticos del clima global

- Se prevé que el calentamiento global tendrá un impacto significativo en nuestras vidas. Por ejemplo, al derretirse el hielo en los polos se elevará el nivel del mar, lo cual reducirá la superficie de la tierra que las personas pueden habitar.

1 Hay varias teorías acerca del tiempo en el que aumentará el nivel del mar. Considera las tres predicciones siguientes y usa el concepto de proporcionalidad directa para trazar una gráfica que permita pronosticar cuántos centímetros se elevará el nivel actual de los océanos dentro de algunos años.

ⓐ El nivel del mar se ha elevado 12 cm en los últimos 100 años y continuará elevándose en esta proporción cada 100 años.

ⓑ El nivel del mar se elevará 4 cm cada 10 años.

ⓒ El nivel del mar se elevará 6 cm cada 10 años.


Predicciones sobre el aumento del nivel del mar

2 ¿En cuántos años quedarán bajo el agua los lugares que actualmente están a 50 cm sobre el nivel del mar?

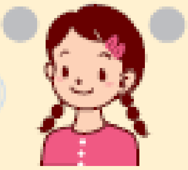

(Isla Funafuti en Tuvalu)

En nuestro alrededor

Valora lo que usas en la escuela

- Diariamente gastamos mucha agua y energía eléctrica en la escuela. Analicemos la cantidad de energía y los sobrantes de alimentos y otras cosas más.

Completa en la siguiente tabla el registro del consumo mensual de agua en la escuela.



Consumo de agua en la escuela

La siguiente tabla muestra el volumen de agua que se consume en la escuela. La lectura de abril indica el volumen de agua que se usó hasta **finalizar marzo**, la de mayo el volumen que se usó **hasta finalizar** abril.

(m^3)

	Lectura del mes anterior (m^3)	Lectura del mes actual (m^3)	Consumo de agua por mes (m^3)
Abril	2354	3098	
Mayo	3098	3752	
Junio	3752	4890	
Julio	4890	6243	
Agosto	6243	6736	

① Si en la escuela hay 504 alumnos, calcula el consumo por alumno en cada mes.

Abril ☐ m^3 Mayo ☐ m^3 Junio ☐ m^3

Julio ☐ m^3 Agosto ☐ m^3

② ¿Qué muestra esta tabla?

Se gasta más agua en junio y julio porque inicia la temporada de calor y se usa la alberca.

En agosto se usa menos agua porque son las vacaciones de verano.

Kenta investigó el desperdicio de comida durante el almuerzo escolar.

Escribe los números correctos en los ☐ de la siguiente página.

Desperdicio de alimentos en la escuela

La siguiente información fue proporcionada por la subdirección de la escuela y corresponde a los almuerzos del mes de abril.

Menú	Porcentaje consumido
Sardinas cocidas	100
Frijol de soya	99.0
Arroz y cebada	93.8
Pescado frito	90.4
Espinacas con fideos y ajonjolí	77.2

Los porcentajes en la tabla de la página anterior se calcularon como se muestra a continuación:

(Peso total – Peso de los sobrantes) ÷ Peso total × 100

Con esos datos no podemos calcular cuánto alimento de cada tipo se ha desperdiciado. Por lo que hemos calculado el peso del desperdicio como sigue:

- Si la porción de arroz y cebada para cada alumno es 150 gramos, para 504 alumnos el peso total es ☐ g.

  El porcentaje de desperdicio es ☐%.

  El peso de los desperdicios es ☐ g.

  Esta cantidad alcanza para aproximadamente ☐ alumnos.

Información que nos proporcionan estos datos

Pensábamos que alumnos consumían casi totalmente sus alimentos.
Nos sorprendimos al ver la cantidad de desperdicio.
Necesitamos ser cuidadosos con los alimentos que nos dan.
Una solución es usar el desperdicio para abonar las plantas o alimentar a los animales.

En Japón hay 7 600 000 niños, si todos reciben 150 g de arroz y cebada y se desperdicia el porcentaje que vimos, ¿a cuántos niños se podría alimentar si no hubiera desperdicio?